COUNTWAY LIBRARY
HC 51ZD 7

BOSTON
MEDICAL LIBRARY
8 THE FENWAY

902

COMPENDIUM

DER

PHYSIOLOGISCHEN OPTIK.

FÜR

MEDICINER UND PHYSIKER

BEARBEITET VON

Dr. H. KAISER,

GROSSHERZOGL. HESSISCHEM MEDICINALRATHE UND KREISARZTE ZU DIEBURG.

MIT 3 LITHOGRAPHIRTEN TAFELN UND 112 HOLZSCHNITTEN.

WIESBADEN.

C. W. KREIDEL'S VERLAG.

1872.

28.6 72

BOSTON MEDICAL
NOV 19 1917
LIBRARY

Druck von Carl Ritter in Wiesbaden.

HERRN

PROFESSOR D^R. H. KNAPP

IN NEW-YORK,

DEM

VERMITTLER DER WISSENSCHAFT BEIDER HEMISPHÄREN,

IN HOCHSCHÄTZUNG UND DANKBARKEIT

GEWIDMET.

Digitized by the Internet Archive
in 2025

https://archive.org/details/compendiumderphy0000hkai

Vorwort.

Die physiologische Optik verhält sich zur physikalischen wie die organische Chemie zur anorganischen. Während jedoch die organische Chemie schon längst den zweiten Theil der Chemie ausmacht, wird die physiologische Optik, obgleich sie jener in Hinsicht auf wissenschaftliche Basis und Abrundung sicher nicht nachsteht, bis auf wenige Sätze noch nicht allgemein als integrirender Bestandtheil der Optik angesehen. Des Verfassers Ansicht nach hätte das Wesentlichste des ersten Abschnitts, sodann aus dem zweiten die physiologische Begründung der Nachbilder, des Contrasts, der Perspective und der Irradiation, sowie das Hauptsächlichste von den Gesichtswahrnehmungen, den Gesichtstäuschungen und von dem Doppeltsehen einfacher, sowie der binocularen Verschmelzung doppelter Objecte in der Optik allgemeine Berücksichtigung zu finden.

Naturgemäss zerfällt die physiologische Optik in zwei Abschnitte, nämlich in die Lehre vom Sehwerkzeuge und die vom Sehen.

Die Einrichtung des Auges als Sehwerkzeug vollständig zu ergründen, war weit schwieriger wie bei dem complicirtesten Werkzeuge von Menschenhand, da jenes im Momente, wo es vom lebenden Organismus separirt wird, wesentliche Veränderungen erleidet. Erst der Neuzeit war es vorbehalten, durch ebenso scharfsinnige wie exacte Beobachtungs-Methoden am lebenden Auge eine hinreichend genaue Kenntniss von der Einrichtung und Function desselben zu gewähren.

Die Lehre vom Sehen, d. h. von der Einwirkung des Lichts vermittelst des Sehapparats auf die Netzhaut und den dadurch hervorgerufenen Gesichtsvorstellungen, hat gleichfalls erst in neuester Zeit den erwünschten Grad von Vollständigkeit und wissenschaftlicher Begründung erlangt. Es bedurfte eines langen Zeitraums bis das Gesetzliche der Gesichtswahrnehmungen neben dem auf der Individualität des Beobachters Beruhenden gehörig festgestellt werden konnte, und war dies vielfach nur unter der wichtigen Beihilfe der mathematischen Analysis möglich.

Das Gebäude der physiologischen Optik, wie es nun dasteht, kann jedoch des mathematischen Gerüstes, welches zu seinem Aufbau erforderlich war, wenigstens des höheren Theils desselben, zu seinem Verständnisse entbehren, wenn auch immerhin Denjenigen, welche dasselbe zu betreten sich nicht scheuen, ein genauerer Einblick in das Wesen des Baues gestattet sein dürfte.

Der Verfasser schmeichelt sich mit vorliegendem Buche Physikern und Freunden der physikalischen Wissenschaften einen Dienst zu leisten, indem er sie in den Stand setzt, sich in einer für sie völlig verständlichen Weise mit dem ganzen Gebäude der physiologischen Optik bekannt zu machen und an dem Ausbau desselben mit zu betheiligen.

Den Medicinern ist die Wichtigkeit der physiologischen Optik als Hilfswissenschaft wohl bekannt, die Ophthalmologie verdankt ihr ja zum grössten Theile ihre Riesenfortschritte in den letzten drei Decennien. Es ist ihnen aber bis jetzt ein systematisches Lehrbuch derselben noch nicht geboten. Verfasser hofft, dass das vorliegende Compendium als solches dienen, aber auch den Physiologen und Ophthalmologen von Fach durch die in den Corollarien enthaltene mathematische Begründung aller einer solchen bedürfenden Sätze, sowie insbesondere durch ein sehr vollständiges alphabetisches Inhalts-Verzeichniss brauchbar erscheinen werde. —

Dieburg, im März 1872.

H. Kaiser.

Uebersicht des Inhalts.

Erster Abschnitt.
Vom Sehwerkzeuge.

§. I. Kurze Beschreibung des Auges als optischen Werkzeugs. (S. 1—7.)

Das Auge stellt eine Camera obscura dar, deren von der Hornhaut und wässerigen Feuchtigkeit einestheils und der Krystalllinse anderntheils gebildetes, nicht achromatisches Doppelobjectiv zwischen zwei verschiedene Medien, die äussere Luft und die Glaskörpersubstanz, gestellt ist.

§. II. Vom Gange der Lichtstrahlen im Auge. (S. 7—23.)

Um den Verlauf der Lichtstrahlen im Auge und das Netzhautbild hinsichtlich seiner Lage und Grösse mit hinreichender Genauigkeit zu construiren und zu berechnen, darf man die im Vergleich zu den Dimensionen des ganzen optischen Apparats nicht unbeträchtliche Dicke des Doppelobjectivs des Auges nicht vernachlässigen. Die beste hier Anwendung findende Methode ist die Gauss'sche. Definition und Lage der Cardinalpunkte.

Corollarium. Allgemeine dioptrische Formeln und ihre Anwendung auf's Auge, ohne Beihilfe der analytischen Geometrie entwickelt. Zusammenstellung der Formeln zur Berechnung sämmtlicher optischen Constanten des Auges. Die Zahlenwerthe für Listing's schematisches Auge.

§. III. Von der Messung der Hornhautkrümmung, sowie der Krümmung der vorderen und hinteren Linsenfläche, sodann der Distanzen der drei Flächen. (S. 23—38.)

Beschreibung des Ophthalmometers. Auseinandersetzung des Verfahrens zur Bestimmung der Krümmungshalbmesser der Hornhaut und der vorderen und hinteren Linsenfläche, und sodann des Orts des vorderen und hinteren Linsenscheitels.

Corollarium. Entwicklung der genauen Formeln, welche zur Bestimmung der Cardinalpunkte des Auges aus den am lebenden Auge vorgenommenen Messungen erforderlich sind.

§. IV. Von der Accommodation des Auges. (S. 38—68.)

Das Mittel zur Accommodation ist die Krystalllinse. Anatomische Beschreibung der in der Randgegend der Linse befindlichen an dem Mechanismus der Accommodation betheiligten Gebilde. Veränderungen, welche bei den verschiedenen Accommodationszuständen im Auge zu constatiren sind. Resultate, welche der Verfasser in Betreff der bei der Accommodation stattfindenden Vorgänge aus seinen Berechnungen erhalten hat. Mechanismus der Accommodation. Aufwand an Accommodationskraft eines Auges beim Sehen in eine gegebene Entfernung. Accommodationsbreite. Verschiedenheit der Accommodationsbreite eines Auges bei Rücksichtnahme auf die Convergenzstellung der Augenaxen. Accommodationsgebiet und mittlere Sehweite eines Auges. Accommodationsbereich. Zerstreuungskreise. Der Scheiner'sche Versuch. — Noch gangbare Accommodationstheorien. — Die von Helmholtz für ein schematisches Auge gegebenen Werthe der optischen Constanten beim Nahe- und Fernsehen.

Corollarium. Optische Constanten eines von Knapp gemessenen lebenden Auges beim Nahe- und Fernsehen. Die vom Verfasser für dieses Auge berech-

neten Grössen und Lagen sämmtlicher von den verschiedenen Brechungsflächen successive erzeugten Bilder, von denen aber nur die Sanson'schen zur Wahrnehmung gelangen. Vergleichung der Grösse der letzteren mit einander. Vorgedrängtwerden der Iris beim Naheschen, Experiment von Helmholtz. — Entwicklung der Formeln für die Zerstreuungskreise. — Mechanik der Accommodation nach des Vf.'s Berechnungen.

§. V. Unvollkommenheit des dioptrischen Apparats des Auges. (S. 69—87.)

Die sphärische Abweichung. Die von einem leuchtenden Punkte ausgegangenen Strahlen vereinigen sich in der Retinagegend nicht sämmtlich wieder in einen Punkt, sondern bilden daselbst eine conoidische Brennfläche. Verminderung der sphärischen Abweichung durch die Iris (Blendung). — Die chromatische Abweichung. — Die mangelhafte Centrirung. Die ideale optische Augenaxe. Abweichung der Gesichts- oder Blicklinie von derselben. Einfluss dieser Abweichung auf die Grösse des Sehfelds. — Abweichung der Trennungsflächen des Auges von der regelmässigen sphärischen Form. Astigmatismus. Betheiligung der Hornhaut und Linse an demselben.

Corollarium. Formeln für die sphärische Aberration in Länge und Breite. Beispiel. Werthe für die chromatische Aberration der äussersten Spectralfarben der Randstrahlen. Bedingungen, unter denen man die chromatische Aberration wahrnimmt. Berechnung der Entfernung, in welcher ein für aus Unendlich kommende rothe Strahlen accommodirtes Auge noch violette deutlich sieht. — — Theorie des Astigmatismus. Die Normalfläche, d. i. diejenige Fläche, welche von sämmtlichen vom Doppelobjective des Auges gebrochenen Strahlen senkrecht (normal) durchnitten wird, ist als die Oberfläche eines dreiaxigen Ellipsoids, dessen grosse Axe mit der optischen Axe des Auges zusammenfällt, anzusehen. Die bei der sphärischen Aberration erwähnte conoidische Brennfläche erhält in Folge davon eine windschiefe Form. Durch die in der optischen Axe liegenden Mittelpunkte der grössten und kleinsten Krümmung der Normalfläche verlaufen, senkrecht zur optischen Axe, zwei die windschiefe Brennfläche vornen und hinten abschliessende gerade Linien, die uneigentlich s. g. Brennlinien, welche im rechten Winkel gegen einander gerichtet sind und die beiden Grenzen der Brennstrecke bilden. Ebenen, welche zwischen diesen beiden Geraden senkrecht gegen die optische Axe gelegt werden, schneiden die windschiefe Oberfläche der Brennstrecke in Ellipsen, welche ungefähr in der Mitte zwischen beiden Brennlinien in einen Kreis übergehen. Ausdruck für die Grösse des Astigmatismus. Berechnung der Grösse der beiden Brennlinien sowie des Halbmessers des kreisförmigen Schnitts für das als Beispiel angenommene schematische Auge von Listing, wenn demselben ein Astigmatismus von $^1/_{40}$ beigelegt wird.

§. VI. Fehler des Auges, welche durch vorgesetzte Brillengläser verbessert werden können. (S. 87—118.)

I. Optisch normales Hornhaut-Linsen-System mit normaler Accommodationsbreite und abnormer Länge der Augenaxe. Begriff des emmetropischen und ametropischen Auges. Das hypometropische oder myopische, kurzsichtige Auge. Das hypermetropische oder hyperopische, übersichtige Auge.

II. Optisch normales Hornhautlinsensystem mit zu geringer Accommodationsbreite und normaler Länge der Augenaxe. Presbyopie, Asthenopie.

III. Optisch unvollkommenes Hornhaut-Linsen-System mit normaler Accommodationsbreite und normaler Länge der Augenaxe. Reiner Astigmatismus.

IV. Combination der sub I—II angeführten Fehler mit dem sub III. Gemischter Astigmatismus.

Brillengläser. Sphärische, Wirkung derselben, ihr Einfluss auf die Accommodation, ihre Wirkung in Hinsicht der Sehschärfe. Nothwendige Eigenschaften derselben. Cylindrische, — periscopische, — prismatische, — blaue.

Ungleiche Sehweite beider Augen (Anisometropie). Definition und Ausdruck für die Grösse derselben.

Corollarium. Theorie der sphärischen Linsen. Bestimmung der Brennweite des für ein Auge passenden Brillenglases. Berücksichtigung der Distanz des Glases vom Auge. Connexus zwischen natürlicher und künstlicher Accommodation. Wahl des passendsten Gläserpaares bei Anisometropie.

§. VII. Vom Augenspiegel. (S. 119—126.)

Grund, warum der Augenhintergrund nicht leuchtet. Beobachtung mittelst des Augenspiegels im virtuellen aufrechten und im reellen verkehrten Bilde. Verschiedene Arten der Augenspiegel. Ihre wesentliche Verschiedenheit besteht nur in der Intensität der Beleuchtung des Augenhintergrunds.

Corollarium. Ort und Grösse des umgekehrten reellen Bilds.

Zusätze zum ersten Abschnitt, betreffend: 1) Die Grösse der Netzhautbilder; 2) den scheinbaren Ort der Pupille; 3) die nummerische Berechnung der optischen Constanten des Auges; 4) die Befestigung der Iris; 5) die Brillenwirkung. (S. 126—132).

Zweiter Abschnitt.
Vom Sehen.

§. I. Vom Lichte und den Farben. (S. 134—143.)

Wesen des Lichts. Geschwindigkeit der Fortpflanzung desselben, Breite der Lichtwellen, Anzahl der Undulationen in einer Secunde. Subjectivität der durch den Lichtreiz bewirkten Empfindung. Die Hypothese von Young. Erklärung der Entstehung der Farben. Phosphorescenz, Fluorescenz. Die sieben einfachen oder Haupt-Farben, in welche sich ein Sonnenstrahl zerlegen lässt. Die Complementärfarben. Mischung der Farben. Dunkle Streifen im Spectrum. Die Frauenhofer'schen Linien. Ueber den mangelhaften und fehlenden Farbensinn.

§. II. Von der Wirkung des Lichts und anderer Reize auf die Netzhaut und der dadurch bedingten Lichtempfindung. (S. 143—190.)

Endzweck des Sehapparats. Mikroscopische Anatomie der Netzhaut. Katoptrische Wirkung der Plättchensysteme in den Aussengliedern der Stäbchen und Zapfen. Zenker'sche Theorie der Farbenperception. Die Distinctionsfähigkeit der Netzhaut nimmt vom gelben Fleck aus nach der Seite hin rasch ab. Die Sehnervenfasern selbst sind für den Lichtreiz unempfindlich. Der Mariott'sche blinde Fleck. Specifische Reizbarkeit der Netzhaut. Das Lichtchaos oder Eigenlicht der Netzhaut. Bedingungen der Sichtbarkeit der Objecte. Das Distinctionsvermögen der Netzhaut. Das Wahrnehmungsvermögen für Einzelobjecte. Das Unterscheidungsvermögen der Helligkeitsdifferenzen. Psychophysisches Gesetz. Sichtbarkeitsgrenze schnell bewegter Körper. Stärke der Lichtempfindung, welche die verschiedenen Farben erregen. Die Sehschärfe. Nachwirkungen des Lichtreizes. Rotirende Scheiben. Flimmern. — Nachbilder, positive und negative, Verfahren, sie zu erzeugen. Negative Nachbilder, hervorgerufen durch reagirendes Licht. — Farbencontrast, simultaner und successiver. Farbige Schatten. — Die Bilder von Gegenständen des Sehfelds, welche sich in verschiedenen Entfernungen vom Auge befinden, fallen in verschiedene Netzhautschichten. Die Dicke der Netzhaut reicht hin, sehr beträchtliche Unterschiede der Tiefendimension sichtbar zu machen, wenn die inneren Schichten der Netzhaut für Lichtreize empfindlich sind. Das Netzhautbild ist das getreue Miniaturbild des Originals.

Nachtrag. Ueber die Ursachen der Nachbilder und Contrasterscheinungen.

Corollarium. Entwicklung einer Formel für die Stärke des Constrast's zweier Farben. Tiefendimensionen des Netzhautbilds. Die monoculare Unterscheidbarkeit der Tiefendistanzen nimmt im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der mittleren geometrischen Entfernung ab. Nimmt man die Dicke der lichtempfindenden Netzhaut zu 0,186 mm. an, so erstreckt sich der bei Einrichtung des Auges für Unendlich scharf abgebildete, mithin möglicher Weise deut-

lich sichtbare Bezirk des Sehfelds von 1,358 Meter bis Unendlich. Für den in §. IV des ersten Abschnitts angenommenen Normalwerth des Accommodationsbereichs (von Unendlich bis 12 Meter bei Accommodation für Unendlich) brauchte die Dicke der lichtempfindlichen Netzhautschichte nur 0,038 mm. zu betragen. — Gleichungen der durch das Doppelobjectiv des Auges in der Retina erzeugten Bildflächen einer im Sehfelde befindlichen Ebene und einer Kugelfläche. Fall, in welchem eine ebene Wand wie eine convexe Kugelfläche erscheint.

§. III. Von der Gesichtswahrnehmung. (S. 191—235.)

Die Vorbedingung jeder Gesichtswahrnehmung ist eine gewisse Aufmerksamkeit. Nur das Vermögen, die Richtung, in welcher die Gegenstände des Sehfelds liegen, richtig aufzufassen, ist angeboren. Grund des Sehens nach Richtungslinien. Die Fähigkeit, die Gesichtswahrnehmungen in den übrigen Beziehungen entsprechend zu deuten, ist nicht angeboren, sondern erworben. Erlangung des ersten Begriffs der Grösse und Entfernung. Benutzung der einzelnen Körpertheile als Maasseinheiten. Beurtheilung der Entfernungen. Einfluss der Beleuchtung. — Die Perspective. Wichtigster Lehrsatz derselben. — Die Augenbewegungen, die Convergenzstellung der Augenaxen, die Bewegungen des Kopfes im ersten und zweiten Halswirbelgelenk, das Muskelgefühl bei Veränderung der Accommodation als Hilfsmittel zur Bestimmung des Orts der Objecte. — Bewegung der Objecte. — Einfluss der Beleuchtung und Beschattung, sowie der Farben auf die Beurtheilung der Oberflächen der Körper. — Verfahren beim gewöhnlichen Sehen. Gewohnheit des Fixirens, Nutzen desselben. Einfluss von Gedächtniss und Erfahrung. Augenmaass. Täuschungen der Gesichtswahrnehmungen und des Augenmaasses. Die allgemeinste Gesichtstäuschung. Die Ursache des perspectivischen Sehens. Einfluss der Verminderung der Sehschärfe auf die Beurtheilung von Grösse und Entfernung. Die Luftperspective. Helmholtz-Hering'sches Experiment mit drei Fäden. Helmholtz'scher Erfahrungssatz hinsichtlich der Wahrnehmung gerader Linien im indirecten Sehen. — Irradiation. — Genauigkeit des Urtheils in Beziehung auf kleine Distanzen. Täuschung bei Vergleichung horizontaler und verticaler Linien. Täuschung bei Beurtheilung rechtwinkliger Nebenwinkel. Spitze Winkel werden für grösser gehalten als sie sind. Auffallende darauf beruhende Täuschungen. Unrichtige Beurtheilung einer in der Medianebene befindlichen geraden Linie bei stark abwärts oder aufwärts gerichteter Blickebene, wenn diese Gerade der verticale Durchmesser eines Systems concentrischer Kreise ist. — Von den Gesichtswahrnehmungen entoptischer Objecte. Die Perception der Schatten der Netzhautgefässe in der Stäbchenschicht. Illusionen und Hallucinationen. — Wahrnehmung der Tiefendistanzen vermittelst der dritten Dimension des Netzhautbilds. — Das monoculare und binoculare Sehfeld. Construction des dem blinden Flecke entsprechenden Defects des Sehfelds. Ausfüllung dieses Defects.

§. IV. Von den Augenbewegungen. (S. 235—273.)

Anatomische Details. Die Mechanik der Augenbewegungen. Lage der Drehungsaxen, um die der Bulbus durch die Wirkung der einzelnen geraden und schiefen Augenmuskel rotirt wird. Combination der Muskelwirkungen. Ort des Drehungsmittelpunkts des Auges. — Definitionen. — Die Richtung der Blicklinie wird bestimmt durch den Erhebungs- und den Seitenwendungswinkel, die zweitlinige Lage des Netzhauthorizonts durch den Raddrehungswinkel. Donders'sches und Listing'sches Gesetz. Prüfung des letztern durch Nachbilder. Die Helmholtz'sche Erweiterung des Listing'schen Gesetzes. Directionskreise. Directions- und atrochistische Curven.

Zusatz: Lähmung und tonischer Krampf der Augenmuskeln (Schielen).

Corollarium. Deduction der Listing'schen Formel. — Directe Drehung der Blicklinie aus einer beliebigen Secundär-Stellung in eine geforderte neue unter Befolgung des Listing'schen Gesetzes, hierzu erforderliche Lage der Drehungsaxe. — Deduction der Formel für den Winkel, welchen die Projection des in einem beliebigen Netzhautmeridian liegenden Nachbilds auf eine zur Primärrichtung

der Blicklinie senkrechte Wand bei allen möglichen Blickrichtungen mit der Verticalen macht. Entwicklung der Gleichungen der Directions- und der atrochistischen Curve. Zahlenwerthe zur Construction der letzteren.

§. V. Vom indirecten binocularen Sehen und dem Sehmodus überhaupt. (S. 274—350.)

Localisirung der indirecten Gesichtswahrnehmungen. Doppelbilder als Beweis, dass wir die Gegenstände nicht immer mit beiden Augen da sehen, wo sie sich wirklich befinden. Identität der Netzhäute, Sinn derselben. Correspondente und identische Punkte beider Netzhäute. Inneres Horoptersystem. Die durch je eine innere Horoptercurve und den resp. Knotenpunkt gelegten Flächen schneiden sich im Raume in einer eigenthümlich gestalteten Linie, dem s. g. Horopter. Aeussere Horoptersysteme. Alle ein solches bildende Linien, welche in speciellen Fällen auch Gerade sein können, werden bei der zugehörigen Augenstellung ebenso gut einfach gesehen wie die Horopterlinie selbst. Beispiele. — Scheinbar verticale Meridiane. — Erweiterter oder physischer Horopter. Perspectivischer oder uneigentlicher Horopter. Linienhoropter, der Horizontal- und Verticalhoropter, der Meridianlinienhoropter (Recklinghausen's Normalfläche). — Ort der Doppelbilder. — Das prävalirende und dominirende Auge. Des Modus des gemeinschaftlichen Sehacts. — Wettstreit der Sehfelder. Binocularer Contrast. Stereoscopischer Glanz. — Recapitulation der hauptsächlichsten das Sehen im Allgemeinen betreffenden Sätze. — Bewegung der Blicklinien in Hinsicht ihrer Präcision und der Beurtheilung des Orts und der Bewegung der Objecte. — Doppelbilder, ihre verschiedene Stellung bei Lähmung der verschiedenen Augenmuskeln, Ursache, warum beim Schielen die Doppelbilder in sehr störender Weise auftreten.

Corollarium. Horizontal- und Vertical-Horopter. Ihre Gleichungen drücken einfächerige Hyperboloide aus. Lässt man sie zusammen bestehen, so repräsentirt ihr System den Horopter. — Das innere Horoptersystem (Hyperbeln). Entwicklung und Discussion der Gleichungen. Beispiel. — Der Horopter, als Durchschnitt der im Haupttexte erwähnten zweifächerigen Flächen. — Die äusseren Horoptersysteme. — Der Meridianlinienhoropter. (Recklinghausen's Normalfläche). — Der Circularhoropter. — Der Ort der Doppelbilder.

§. VI. Von der Wirkung, welche die verschiedenen Arten von künstlichen Nachbildungen der natürlichen Objecte auf den Gesichtssinn hervorbringen. (S. 350—365.)

Die nach ihrer stufenweise dem Eindruck des Originals sich immer mehr nähernde Einwirkung auf den mit der Einbildungskraft eng verbundenen Gesichtssinn geordnete Reihenfolge der Nachbildungen ist folgende:

1) Die lineare Projection, 2) die lineare schattirte Projection, 3) die perspectivisch lineare Zeichnung, 4) die pespectivisch lineare schattirte Zeichnung, 5) die stereoscopische Nachbildung (Beschreibung und Erklärung des Wheatstone'schen und Brewster'schen Stereoscops), 6) das Reliefbild, 7) die Bildsäulengruppe.

Corollarium. Theorie der Stereoscopen- und Reliefbilder. Die binoculare Unterscheidbarkeit der Tiefendistanzen nimmt (wie die monoculare) im Quadrate der mittleren geometrischen Entfernung ab. Die Tiefendimension stereoscopisch gesehener Objecte wächst mit der Entfernung der Bildebene von den Augen, d. h. ihr Relief wird um so tiefer. Das Relief des verschmolzenen Bildes wird um so flacher, je mehr die beiden Einzelbilder einander genähert werden. Uebergang von der Theorie der Stereoscopenbilder zu der der Reliefbilder.

Zusätze zum zweiten Abschnitt, betreffend 1) die Empfindung des Helligkeitsunterschieds und 2) die Contrastwirkung. (S. 365—366.)

Nachträgliche Zusätze zum ersten Abschnitt, betreffend 1) die Länge der Augenaxe bei Ametropen, 2) die Accommodation. (S. 366—368.)

Berichtigungen. (S. 369.)

Alphabetisches Register.

(Die Zahlen bedeuten die Seiten, ein angehängtes n bedeutet Note.)

Abducens, Parese dess. 320.
Abklingen d. Nachbilder 174.
Absorption des Lichts 137.
Abstand der Netzhaut vom zweiten Knotenpunkt 12, der Cardinalpunkte des Auges von d. Hornhaut 22, gegenseitiger der Brillengläser 100. 106, d. Brillengläser von den Augen 114, Berücksichtigung dess. bei Bestimmung der Brillennummern 94. 113.
Abweichung, chromatische 71, Berechnung ders. 77, die d. eigenen Auges wahrnehmbar gemacht 78, monochromatische od. sphärische 69, Berechnung derselb. 75.
Abweichungskreis 76.
Accommodation 38, Veränderungen, welche in Folge ders. am Auge beobachtet werden 40, Ruhezustand (Inactivität) ders. 43, ihr Mechanismus 43. 357, verschiedene Theorieen 51, ihre Association mit der Convergenzstellung der Augenaxen 45, ihr Einfluss bei Beurtheilung der Entfernungen 200.
Accommodationsaufwand 44.
Accommodationsbereich 49.
Accommodationsbreite 44, ihre Verschiedenheit bei verschiedener Convergenzstellung d. Augenaxen 45, bei zunehmendem Alter 46.
Accommodationsgebiet 46.
Accommodationsgefühl 200.
Accommodationskraft 43, disponible 44, regelmässige Abnahme derselben 46.
Accommodationslinie 49n.
Achromatopsie 142.
Aderfigur, Purkinje'sche 222.
Aderhaut 3.
Aequator 343.
Akyanopsie 142.
Alter, Abnahme d. Accommodationsbreite durch dass. 46, Abnahme der Sehschärfe durch dass. 164, dadurch bewirkte Verkleinerung der Objecte 207.
Amaurosis dimidiata 278n.
Ametropisches Auge 87.
Anatomie, mikroscopische der Retina 144.
Anerythropsie 136n. 142.
Aparte Bilder 283n.
Association der Accommodation u. der Convergenz der Blicklinien 45, der Bewegung beider Augen 261.
Asthenopie 90, ihre Verbindung m. Astigmatismus 91.
Astigmatismus 73, Theorie dess. 79, Grösse dess. 91, durch dens. erzeugte windschiefe Brennfläche 85.
Astigmatische Brennstrecke 83.
Atrochistische Curven 259, ihre Gleichung 271, ihre hyperbolischen Scheitel 272, berechn. Werthe 273.
Atrope Linie 251.
Aufmerksamkeit 191.
Augapfel, seine Befestigung in der Augenhöhle 236.
Auge, Beschreibung dess. 3, Physiognomik dess. 317, dominirendes und prävalirendes 298. 302, schematisches von Listing 22, von Helmholtz 52, von Knapp gemessenes 54.
Augenaxe 72, Länge ders. bei Ametropen 366.
Augen-Bewegungen 235, Nutzen ders. zur Beurtheilung der Entfernung der Objecte 198, Donders'sches u. Listing'sches Gesetz 244, Helmholtz'sche Erweiterung des letzteren 250, Association u. Willkür der Bewegungen beider Augen 261.
Augenhaut, harte 3.
Augenhöhle 236.
Augenleuchten 120, Ursache dess. 152.
Augenlider 7.
Augenmaass 203, Täuschungen dess. 211.
Augenmuskeln 236, ihre Ursprünge und Ansätze 239, Leistung u. Moment ders. 260n, Paralyse u. tonische Contraction ders. 261.
Augenpol 243.
Augenpunkt 197.
Augenspiegel 119, verschiedene Arten dess. 122.
Augenstellung, mediane 284. 306, Horopter ders. 338, inneres Horoptersystem 334, äusseres 342.
Aussendinge, ihre Unterscheidung vom Ich 193.
Aussenglieder der Stäbchen und Zapfen 146, 149, ihre katoptrische Wirkung 151.
Aeusseres Horoptersystem 282.
Axenfasern d. Stäbchen 150.
Beleuchtung und Beschattung 196, 201.
Bewegte Körper, Grenze ihrer Wahrnehmbarkeit 173, sehr rasch bewegte, Methode, sie sichtbar zu machen 168.
Bewegungsempfindung 319n
Bewegungszustand, Beurtheilung dess. 200.
Bild eines Objects, vom

Doppelobjectiv des Auges erzeugt, sein Ort 10, seine Grösse 127, seine Tiefendimension 180.
Bilder, aparte 283n.
Bildflächen der Ebene und der Kugel 182, Gleichungen ders. 188.
Bildsäulen 358.
Bindehaut 236.
Binocularer Contrast 310.
Binoculares indirectes Sehen 274, Modus dess. 302.
Blendung der Camera obsc. des Auges 5.
Blickfeld 6n, grösste Kreise dess. 235n.
Blicklinie 72, Primärstellung ders. 242, nach Wundt 260n, nach Rüte 317, Präcision der Bewegungen ders. 318.
Blickpunkt 243.
Blinder Fleck 157, kleine blinde Flecke 232n.
Brechungsverhältnisse der Farben 141.
Breitenabweichung 76.
Brennfläche 57. 70, normale des Auges 70n, astigmat. 85, Gleichung ders. 82.
Brennlinien 57. 70, ihre Gleichung 57n, astigmatische 83.
Brennpunkte 9.
Brennstrecke, astigmat. 83.
Brennweite ein. Trennungsfläche 15, zweier u. dreier 18. 19, Formeln für's Auge 20. 21; der Linsengläser, Bestimmung ders. 100, der für ein bestimmtes Auge passende 104, Formeln für dies. 107—112.
Brillen 81, ihre Wirkung 92—97. 131, hinsichtlich des Orts, von welchem die Strahlen auszugehen scheinen 92. 110. 112, auf die Sehschärfe 95. 117; ihre prismat. Wirkung 106; allgem. Eigenschaften ders. 95; nothwend. Eigenschaften ders. 99, Ursache, warum dieselben Anfangs die Augen angreifen 101.
Brillengläser, blaue 105; cylindrische 97; beiderseitig cylindrische 105; periscopische 100, 112, bei Astigmatismus und Aphakie 105; sphärische, Theorie ders. 106, Ermittelung ihrer optischen Mitte 100, ihrer Brennweiten 100; Berücksichtigung ihres Abstands von den Augen 94. Einfluss ihres gegenseitigen Abstands 106; Formeln für die Brennweiten ders. 107—112.
Burow'scher Augenspiegel 123.
Camera obscura des Auges 3, Doppelobjectiv ders. 5.
Canalis Petiti 39.
Cardinalformel der Vereinigungsweiten 12, ihre Ableitung 15.
Cardinalpunkte 8.
Cardinalwerthe der Constanten des Auges nach Listing 22.
Centralgrube der Netzhaut 4. 146.
Centrirung der Trennungsflächen, Definition 87n, des Auges 72, der Brillen 100.
Chemische Strahlen, unsichtbare 140.
Chiasma nervorum opticorum 278n.
Chorioidea 3.
Chromatische Abweichung 71, Berechnung ders. 77, wahrnehmb. gemacht 78.
Chromatodysopie 142.
Chromatopseudopsie 142.
Ciliarfortsätze 39.
Ciliarmuskel 39.
Coccius, Augenspiegel dess. 123, Theorie der Accommodation dess. 51.
Combinirtes System, Auge und Brille 115.
Complementärfarben 138.
Concavlinsen, ihre Theorie 110.
Conjugirte Vereinigungspunkte 12.
Conjunctiva s. Bindehaut.
Conoidische Brennfläche, durch die sphärische Aberration erzeugt 70.
Constanten des Auges 13, des Listing'schen schematischen Auges 22, des Helmholtz'schen 52, eines von Knapp gemessenen lebenden 54, Entwicklung der Formeln 20, numerische Berechnung ders. 128.
Contouren, ihr Einfluss beim stereoscop. Glanze 311.
Contrast 177, Formel für die Intensität des Contrasts je zweier Farben 184; binocularer 310.
Contrastfarben 177.
Convergenz der Augenaxen, ihre Association mit der Accommodation 45, als Mittel zur Beurtheilung der Distanz der Objecte 199.
Convergenzwinkel 199.
Convexlinsen, Theorie ders. 106.
Cornea 4.
Corpus vitreum s. hyaloideum 5.
Correspondente Punkte beider Netzhäute 278, ihre Gleichung 327.
Curve der identischen Netzhautpunkte 279.
Cyklopenauge 296.
Cylindrische Brillengläser 97, beiderseitige 105.
Daltonismus 142.
Dauer der Nachwirkung des Lichtreizes 169.
Definitionen 342.
Differenz, stereoscopische 356.
Dimensionen, dritte 181, des Netzhautbilds 185.
Directionscurven 254, Gleichung ders. 267.
Directionskreise 253, Gleichung ders. 267.
Disparate Punkte 288n.
Distinctionsvermögen der Netzhaut 160.
Donder'sches Gesetz der Inhärenz der Vorstellungen 179n, der Augenbewegungen 344.

Doppelbilder, monoculare 50, binoculare 275, Wahrnehmung ders. 275, Ort ders. 348, Nutzen ders. i. d. Kindheit 318, Auftreten ders. beim Schielen 275n. 321.
Doppelobjectiv der Camera obscura des Auges 5.
Drehungsaxen der Augenmuskeln 238, Ebene der Drehungsaxen d. Bulbus 250.
Drehungsmittelpunkt des Bulbus 241.
Drehschwindel 321.
Druckbild 158.
Durchgehendes farbig. Licht 137.
Ebene Flächen, Bild ders. in der Retina 182, Gleichung des Bilds 188.
Eigenlicht d. Netzhaut 159.
Einfachsehen, Bedingungen dess. 288.
Electrische Reizung d. Netzhaut 159.
Emmetropisches Auge 87.
Empfindung, durch mechanische oder electr. Reizung der Netzhaut hervorgerufen 158. 159.
Empfindungskreis, Panum'scher 289.
Empfindungsunterschied, bewirkt durch zwei ungleich helle Objecte 163, durch zwei ungleich entfernte Objecte 172.
Energieen d. Gesichtssinnes 274n.
Entfernungen, Bestimmung ders. 195. 201; Einfluss der Beleuchtung auf die Beurtheilung ders. 196, Nutzen der Augenbewegungen des Accommodationsgefühls bei Beurtheilung derselb. 198. 200; Täuschungen hinsichtlich ders. 204. 208.
Entoptische Objecte 217.
Entoptische Parallaxe 222. 224.
Erfahrung, ihr Einfluss auf die Beurtheilung d. sichtbaren Objecte 203.
Erhebungswinkel 243.
Erweiterter Horopter 288.
Experiment, Hering-Helmholtz'sches mit den 3 Fäden 210, zur Constatirung der monocularen Unterscheidbarkeit der Tiefendifferenzen 227.
Fäden s. Experiment, Ritter'sche 150.
Farben, ihre Entstehung an den Oberflächen der Körper 137; ihre übereinstimmende Deutung 136; ihre Erkennung 166, bei verschiedener Intensität d. Beleuchtung 170n; verschied. Empfänglichkeit d. Netzhaut für dies. 167; ihre specifische Wirkung, verschieden von d. wärmeerzeugenden 165. 170; die einfachen 137, Mischung ders. 138, complementäre 138, die äussersten d. Spectrums 140, mit Worten associirte 197n.
Täfelchen, enthaltend die Brechungsverhältnisse, Wellenlängen u. Schwingungszahlen der an die Frauenhofer'schen Linien grenzenden Farben 141.
Farbenblindheit 141.
Farbencontrast 177. 183, Formel für denselb. 184, Einfluss dess. auf d. Wahrnehmbarkeit der Objecte 177. 202.
Farbenperception, Zenker'sche Theorie 151.
Farbensinn, mangelhafter und fehlender 141.
Farbenton 138.
Farbenzerstreuung der brechenden Medien d. Auges s. chromat. Abweichung.
Fechner's psychophysisches Gesetz 162, paradoxer Versuch 311.
Fernepunkt 40.
Fixation, mediane, Gesichtstäuschung bei ders. 216. 306.
Fixationspunkt 243.
Fixiren, Gewohnheit dess. 202, Ursache u. Erlernung dess. 318.
Flächen, brechende, des Auges 4, Messung ihrer Krümmung 25, ihre Abweichung von der sphärischen Form 73.
Fleck, gelber 4. 146, blinder 171.
Flecke, kleine blinde 232n.
Flimmern 169.
Fluchtlinie eines Reliefbilds 363.
Fluchtpunkt 364.
Fluorescenz 137, d. Augenmedien, ihr Einfluss auf die Wahrnehmbarkeit d. ultraviolett. Strahlen ibi.
Fluorescirende Flüssigkeiten 137, ihre Wirkung auf einfallendes Licht 140.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts 134.
Fovea centralis 4.
Frauenhofer'sche Linien 137.
Ganglienkugeln der Netzhaut 145.
Gauss'sche Methode der Hauptpunkte 8.
Gedächtniss, sein Einfluss auf die Beurtheilung der sichtbaren Objecte 203.
Gelber Fleck 4. 146.
Gerade Linien erscheinen beim indirecten Sehen concav 209, in Folge der Irradiation unterbrochen 261, bei medianer Fixation werden sie eigenthümlich ausgelegt 216.
Geschwindigkeitsgrenze bewegter Körper, welche noch wahrgenommen werden 173.
Gesichtsempfindungen, Localisation ders. 274.
Gesichtsfeld, Definition dess. 6n.
Gesichtslinie 46. 72.
Gesichtspunkt der Reliefbilder 358.
Gesichtsschwindel 320.
Gesichtstäuschungen 204.
Gesichtswahrnehmung. 191.
Gesichtswinkel 93n. 199n.
Glanz, stereoscopischer 311.
Glasfeuchtigkeit 5.

Glashaut 38.
Glaskörper 5.
Grösse der Objecte, ihre Bestimmung 196.
Grube, tellerförmige 38.
Grundsubstanz der Aussen- u. Innenglieder der Stäbchen und Zapfen 150.
Hauptbrennweiten 9, des Auges, Formel 21, zweier Trennungsflächen 18, dreier 19.
Hauptfarben 137, Mischung ders. 138.
Hauptpunkte 8, zweier Trennungsflächen 17, dreier 19, des Auges, Formel 21.
Hauptstrahl 11, 192.
Helmholtz, schemat. Auge 52, Berechnung dess. 128, Ophthalmometer 24, Augenspiegel 119, Erweiterung des Listing'schen Gesetzes 250.
Hemiopie 278n.
Hering, Experiment mit d. drei Fäden 210, auffallendes, von demselben gegebenes Beispiel von optischer Täuschung 214, Hauptvertreter der Identität der Netzhäute 313, Theorie d. Cyklopenauges 296.
Horizontalhoropter 287.
Horizontallinien, Gesichtstäuschung bei Vergleichung mit Verticallinien 213.
Hornhaut 4, Messung ihrer Krümmung 25.
Horopter 281, Gleichungen dess. 326 und 327. 336, horizontaler u. verticaler 287, Gleichungen 326. 327, erweiterter od. physischer 288, perspectivischer 294.
Horopterkreis, Müller'scher 276.
Horoptersystem, inneres 281 Gleichungen 330, äusseres 282, Gleichungen 340.
Humor aqueus 4, vitreus 5.
Hypermetropie 88, latente 89, mit Astigmatismus complicirte 91.
Identität der Netzhäute 277. 279.
Identische Punkte beider Netzhäute 279, ihre Gleichungen 329.
Illusionen 226.
Indirectes Sehen 157, Sehschärfe bei dems. 157. 203, binoculares 274. Genauigkeit der Schätzung der Gesichtswinkel durch dass. 320.
Inneres Horoptersystem 281.
Innervationsempfindung 319n.
Intensität der Reizung durch die verschiedenen Farben 166. 169, des Contrasts der versch. Farben 184.
Jodserum 149n.
Iris 5, Muskeln ders. 40, nervöse Systeme ders. 53, Befestigung ders. 130.
Irradiation 210.
Katoptrische Wirkung der Aussenglieder der Stäbchen u. Zapfen 151, ihr Einfluss auf die Perception der Schatten d. Netzhautgefässe 225.
Kaustische Linie s. Brennlinien.
Kegelflächen, von der Blicklinie beschrieben 235. 249, Gleichung ders. 267.
Kittsubstanz der Stäbchen und Zapfen 149.
Knapp's Constanten eines lebenden Auges 54.
Knotenpunkte 9, Bestimmung ihrer Lage 11.
Körnerschichten der Netzhaut 145.
Krause, Resultate nach Durchschneidung des n. opt. 183n.
Kreise, grösste 235n, Gesichtstäuschung hinsichtlich ders. beim indirecten Sehen 209, concentrische, Gesichtstäuschung bei dens. 217.
Kreuzungspunkt der Blicklinien 282.
Krümmung der Hornhaut, ihre Messung 25, der Linsenflächen 26.
Krystalllinse 4, Messung d. Krümmung ihrer Oberflächen 26, ihre Befestigung 28, ihre Veränderung bei der Accommodation 42, ihr Einfluss auf den Astigmatismus 74.
Kugelflächen, Gleich. des Bilds ders. im Auge 189.
Kurzsichtigkeit 88.
Längenabweichung 76.
Leistung eines Muskels 260n.
Lens crystall. s. Krystalllinse.
Leuchten der Augen 120, Ursache dess. 152.
Licht, seine Natur 135, Fortpflanzungsgeschwindigkeit 136, Wellenlänge ibi; Absorption dess. 137; primäres od. reagirendes 175.
Lichtchaos 159.
Lichtempfindung 143, Unterschied ders. bei verschiedener Helligkeit der Objecte 163. 174, bei verschiedener Entfernung d. Objecte 172.
Lichtreize, mechanische 158, electrische 159, der verschied. Farben 166, Dauer der Nachwirkung 169.
Lichtstärke, verschiedene, ihre Unterscheidung 162.
Lichtstrahlen, Gang ders. im Auge 7, Construction ihres Verlaufs 10.
Lichtwahrnehmung, Fortdauer ders. 169.
Linienhoropter 287, Formeln 322. 344.
Linkswendung d. Blicks 244.
Linsen, Bestimmung ihrer Brennweite 100, Formeln für ihre Brennweiten 107 bis 112.
Linsenflächen, Messung ihrer Krümmungen 26.
Linsenförmiger Körper der Stäbchen 149, der Zapfen 150, Zweck ders. nach M. Schultze 151.
Listing'sche Formel 246; ihre Ableitung 263, Prüfung durch Nachbildversuche 246.

Listing'sches Gesetz 244, Erweiterung dess. durch Helmholtz 250.
Listing's schematisch. Auge 22.
Localisiren der Gesichtsempfindungen beim indirecten Sehen 274.
Localzeichen 274n.
Luftperspective 208.
Macula lutea 4. 146.
Malerfarben, ihre Mischung 139.
Mariotte'scher Versuch 157.
Mechanik der Accommodation 43. 66, der Augenbewegungen 235.
Mechanische Reizung der Netzhaut 158.
Medianebene 242.
Mediane Fixation, Auslegung der Retinabilder bei ders. 306.
Meisner's Primärlage der Blickebene 202. 242n.
Membranae limitantes 148.
Meridiane des Bulbus 243, correspondirende beider Netzhäute 287.
Meridianlinienhoropter 287. 306.
Mesoropter 317.
Meyer's Versuch 179.
Mikroscopische Anatomie d. Retina 144.
Miniaturbild stereoscopisch. 304n.
Mischung d. einfachen Farben 138.
Mittelebene 242.
Mittelpunkt, optischer 19.
Moleculäre Schicht d. Netzhaut 145.
Mond am Horizont 195.
Monochromatische Abweichung s. sphärische.
Monoculares Sehfeld 231.
Modus des Monocularsehens 202, des Binocularsehens 302.
Mouches volantes, fliegende Mücken 221.
Müller'sche Fasern 147, Horopterkreis 276.
Muskeln s. Augenmuskeln.
Muskelgefühl bei Bewegungen des Bulbus 318. 321.
Myopie 88, Gelegenheitsursache ders. 342n.
Myopisches Auge, Grösse d. Bilder, welche einem bestimmt. Accommodationszustand dess. entsprechen 126, Axe dess. 367.
Nachbilder 174. 183, Beobachtung der positiven 174, der negativen 176, zur Bestätigung d. Drehungsgesetzes des Bulbus dienende 246.
Nachbildungen, künstliche, der Objecte 350.
Nahepunkt 40.
Nervenfasern, radiäre 147.
Nervenfaserschicht d. Netzhaut 144.
Nervenzellenschicht 145.
Nervöse Systeme d. Iris 53.
Netzhaut 3, mikroscop. Anatomie ders. 144, Dicke ihrer Schichten 4n; ihr Abstand vom 2. Knotenpunkt 12, bei einem myopischen Auge 127, Eigenlicht ders. 159; seitliche Abnahme ihrer Empfindlichkeit 157, Wirkung d. sie treffenden mechanisch. u. electrischen Reize 158. 159; optische Vorgänge in ders. 149; Distinctionsvermögen ders. 160; Tiefenperception ders. 181. 230, Verfettung ders. nach Durchschneidung des n. opticus 183n.
Netzhautbild 10. 126, Tiefendimension dess. 180. 185, Gleichungen 188.
Netzhautgefässe, entoptisch wahrnehmb. gemacht 222. 223, Netzhautschichte, in welcher ihr Schatten percipirt wird 225.
Netzhautgrube 146. 147 (Fig. 5. Taf. III.)
Netzhauthorizont 242.
Netzhautidentität 277, Polemik hinsichtlich ders. 313.
Netzhautmerid. 243, scheinbar verticaler 286.
Netzhautpunkte, identische 279, Curve ders. ibi.
Normalfläche 84, Reklinghausen's 287. 344.
Occipitalpunkt 252.
Ophthalmometer 24.
Ophthalmoscop s. Augenspiegel.
Ophthalmotrop 241.
Orientirung, leichteste 246.
Panum'scher Empfindungskreis 288.
Papierscheine, falsche, Mittel, sie zu erkennen 357.
Papilla 4, ihre Projection in's Sehfeld 158.
Paradoxer Versuch v. Fechner 311.
Parallaktischer Winkel 199.
Parallaxe 199, entoptische 224, relative 220.
Parese des Abducens, ihre Wirkung auf die Beurtheilung der Lage der äusseren Objecte 320.
Perception des Schattens der Netzhautgefässe 224.
Perspective 197, ihr Grund 205.
Perspectivischer Horopter 294.
Perspectivisches Sehen 205.
Perspectivische Zeichnung 352.
Petit'scher Canal 39.
Phantastisch. Gesichtswahrnehmungen 226.
Phosphen 158.
Phosphorescenz 137.
Physischer Horopter 288.
Physiognomik d. Auges 317.
Polarebene 242.
Presbyopie 90.
Primärstellung der Blicklinien 242, nach Wundt 260n, der Blickebene n. Meissner 202. 242n.
Primäres Licht 176.
Princip d. leichtesten Orientirung 260.
Processus ciliares 39.
Projection, lineare 350.
Pseudoscop 293.
Psychophysisches Gesetz v. Weber u. Fechner 162.
Punkte, identische, d. Netzhäute 277. 279.
Punkthoropter 327.
Pupille 6, scheinbarer Ort

ders. 128, Nerven ders. 53, künstliche 313n.
Purkinje'sche Aderfigur 222.
Quadrate, zu hoch geschätzt 213.
Raddrehung 243, Gesetz ders. 244.
Raddrehungscurven, querlaufende 255, aufrechtstehende 256, ihre Gleichung 267.
Raddrehungswinkel 243. 244, Tabelle 248.
Radiale Nervenfasern und Stützfasern 148.
Ränder, farbige, des Netzhautbilds 71.
Reagirendes Licht 176.
Rechtswendung der Blicklinie 244.
Recklinghausen's Normalfläche 287. 344.
Reflectirtes farbiges Licht 137.
Reflexion an den Plättchen der Stäbchen u. Zapfen 152. 157.
Regenbogen, grüner Saum am violetten Rande dess. 179n.
Regenbogenhaut s. Iris.
Reizung der Netzhaut, mechanische und electrische 158. 159.
Reliefbilder 357, Theorie ders. 359.
Retina s. Netzhaut.
Richtungslinien 6n, Grund des Sehens nach Richtungslinien 191.
Richtungsstrahlen 192.
Ritter'sche Fäden 150.
Rothblindheit 136n. s. auch Anerythropsie.
Rotirende Scheiben 169.
Sansons'che Bildchen 29. 41, Ort und Grösse ders. bei einem von Knapp gemessenen Auge 56.
Santoninvergiftung 177n.
Schatten 201, farbige 178, der Netzhautgefässe 224.
Schattenlehre, Nutzen einiger Principien ders. 201.
Scheiben, rotirende 169.
Scheiner'scher Versuch 51. 103n.
Schematisches Auge nach Listing 22, nach Helmholtz 52.
Schielen, paralytisches und concomittirend. 261, Doppelbilder bei dems. 275n, 321, Schielen ohne Doppeltsehen 319n.
Schlagschatten 201.
Sclerectasie 88.
Sclerotica 3.
Schwindel 320.
Schwingungen des Lichtäthers, Anzahl ders. 135, Uebertragung ders. auf die Molecule des Sehnerven 143n.
Scotome 217.
Secundärstellungen d. Blicklinie 242.
Sehapparat 3, Endzweck dess. 143.
Sehen 191, Subjectivität d. Sehens 313; Modus des Monocularsehens 202, des Binocularsehens 302; perspectivisches 205; indirectes 137, indirect binoculares 274, Hering-Helmholtz'sche Theorie 296, Theorie des Verfs. 298; nach Richtungslinien 191, Grund dess. 192; das S. überhaupt 313.
Sehfeld 6n, monoculares, binocular., gemeinschaftliches 231; grösste Kreise dess. 235n.
Sehlinie 72.
Sehmodus, monocularer 202, binocularer indirect. 302, allgemeiner 313.
Sehnervenwarze s. Papille.
Sehrichtungen 297n.
Sehschärfe 163, Veränderung ders. durch Brillengläser 96; Abnahme ders. 164, seitliche (beim indirecten Sehen) 157.
Sehweite, mittlere 46, normale mittlere 47.
Seitenwendungswinkel 243.
Senkung der Blickebene 243.
Sichelförmige Figur, weisse, am Papillarrande, ihre Entstehung 242n.
Sichtbarkeit der Objecte 160. 162.
Sichtbarkeitsgrenze schnell bewegter Körper 173.
Sinnesenergie, specifische 136.
Spectralfarben, Reihenfolge 137, Mischung ders. 138, Verhalten ihrer Wärme erzeugenden u. die Netzhaut reizenden Wirkung 165. 170.
Sphärische Abweichung 69, Berechnung ders. 75.
Stäbchen der Netzhaut 147.
Stäbchenkörnerlinie 148.
Stäbchenschicht 4n, 145.
Stellung der Objecte, wirkliche, erster Aufschluss über dies. 199.
Stereoscop von Wheatstone 355, von Brewster ibi.
Stereoscopenbilder 358; ihre Herstellung 354; Betrachtung ders. mit blossen Augen, mit gekreuzten Blicklinien ibi.
Stereoscop. Differenz 356.
Stereoscopischer Glanz 311.
Stereoscopisches Miniaturbild 304n.
Stereoscop. Parallaxe 353.
Stereoscopische Verschmelzung von Linien, welche kein äusseres Horoptersystem constituiren 289.
Strabismus s. Schielen.
Strabism. incongruens 319n.
Strahlenfigur 73.
Strahlenfortsätze 39.
Strahlenkörper s. Strahlenkranz 39.
Strahlenplättchen 39.
Stützapparat, bindegewebiger, der Retina 148.
Subjectivität d. Sehens 313.
System, brechendes, d. Auges 4, combinirtes (Auge und Brille) 115.
Täfelchen der Brechungsverhältnisse, Wellenlängen u. Schwingungszahlen der den Frauenhofer'schen Linien angrenzenden Farben 141.
Tangentialebene 242.
Täuschungen, optische 204.

Tertiärstellungen 248n.
Thränenflüssigkeit 7.
Teilung einer Linie in 2 gleiche Theile 213.
Tiefendimension des Netzhautbilds 181. 185.
Tiefendistanzen 199, monoculare Unterscheidbarkeit ders. 181. 186. 227, Experiment 227, binoculare 199.
Tiefengefühl 297.
Tiefenperception der Netzhaut 181, Gesetz ders. 186, Zusammenstellung d. Gründe für dies. 230.
Trennungsflächen, eine 14, zwei 16, drei 19; centrirte 87n.
Ueberosmiumsäure, Gebrauch und schädliche Einwirkung ders. 150.
Uebersichtigkeit 88.
Ueberviolette Farben 140.
Uebung, Erklärung ders. nach Donder's 197n.
Ultraviolett 140.
Umkehrung des Relief 357.
Uneigentlich. Horopter 294.
Unsichtbarkeit zu rasch bewegter Körper, Grenze ders. 173.
Unterscheidbarkeit d. seitlichen Distanzen 161, der Helligkeitsdifferenz. 163. 171, der Tiefendistanzen, monoculare 181. 186. 227, binoculare 199.
Unterscheidung der Lichtintensität 163. 171, der Farben 166.
Vereinigungspunkte, conjugirte 12.
Vereinigungsweiten, Formel 12, ihre Ableitung 15.
Verkleinerung der Objecte durch Abnahme der Sehschärfe 207, dadurch, dass wir sie für näher halten als sie sind 204, bei stereoscop. Verschmelzung mit gekreuzten Blicklinien 290.
Verschärfungscoefficient 117
Verschmelzung, binoculare od. stereoscopische 289, v. Linien, welche kein äuss. Horoptersystem constituiren 289.
Versuch Meyer's 179, s. auch Experiment.
Verticalhoropter 287.
Verticale Linien, gegen horiz. zu hoch geschätzt 219.
Verticaler Meridian 243, scheinbarer 286.
Visirlinien 193n.
Wärmeerzeugende Wirkung d. Lichtstrahlen von verschied. Wellenlänge 465.
Wärmestrahlen 140.
Wässerige Feuchtigkeit 4.
Wahrnehmbarkeit, distincte zweier Punkte 160.
Wahrnehmung s. Gesichtswahrnehmung.
Wand, ebene, Bild ders. im Auge 182, Gleichung dess. 188.
Weiss, hervorgebracht durch Mischung zweier Complementärfarben 157.
Weitsichtigkeit s. Hypermetropie u. Presbyopie.
Wellenlänge d. Lichts 135. 141.
Wettstreit d. Sehfelder 307.
Wimpern 7.
Willensinstention bei Bewegung des Auges 319.
Windschiefe Fläche, durch Astigmatism. erzeugte 85.
Winkel, parallaktisch. 199; rechter, fehlerhafte Beurtheilung dess. 214, Einfluss dieser fehlerh. Beurtheil. auf den Horopter 286.
Zapfen der Netzhaut 146.
Zehender'scher Augenspiegel 123.
Zeichnung, perspectiv. 352.
Zenker'sche Theorie d. Farbenperception 151.
Zerstreuungskreise 57, bei Myopie 88, bei Presbyopie 90.
Zonula Zinnii 39.
Zöllner'sches Muster 215.
Zwischenkörnerschicht 145.
Zwischenräume, markirte, ihr Einfluss auf die Beurtheilung der Distanzen 195. 216.

Erster Abschnitt.

Vom Sehwerkzeuge.

BOSTON MEDICAL
NOV 19 1917
LIBRARY

§. I. Kurze Beschreibung des Auges als optischen Werkzeugs.

Betrachtet man das Auge in rein optischer Hinsicht, so stellt es einen Apparat dar, welcher einer *Camera obscura*, wie sie die Photographen gebrauchen, ähnlich ist, indem alle Objecte, welche Strahlen durch die Pupille in's Innere des Auges senden, d. h. alle Gegenstände des Gesichtsfelds, auf der Netzhaut in verkehrter Stellung und sehr verkleinertem Massstabe abgebildet werden. Die den Kasten der Camera obscura repräsentirende, sphäroidische, Wand des Augapfels (bulbus) wird von der *harten Augenhaut* (*Sclerotica* oder *Sclera*) a f s g b (Fig. 1. Taf. I) gebildet. Dieselbe ist undurchsichtig und von fester, für geringe Druckkräfte unnachgiebiger Natur. Sie hat die Form einer an dem hinteren Pole etwas abgeplatteten Hohlkugel, deren Wanddicke gegen $1^{mm.}$ (Millimeter) beträgt, und an deren vorderen Pole ein kleines Segment a p b fehlt, das durch eine durchsichtige Haut, die Hornhaut (s. u.), ergänzt ist. Auf ihrer inneren Fläche ist sie mit einer durchschnittlich nur $0{,}11^{mm.}$ dicken, jedoch straffen Haut, der *Aderhaut (Chorioidea)* c c belegt, welche durch eingestreute zahllose schwarze Pigmentzellen dunkel geschwärzt ist. Die Innenfläche der Aderhaut ist nun ihrerseits noch mit einer gegen $0{,}2^{mm.}$ dicken Haut, der *Netzhaut (Retina)* n n, der zu einem eigenen Organe ausgebildeten Endausbreitung der Sehnerven N bekleidet, welche ebenfalls in Hohlkugelform bis in die Gegend von m m reicht. Während die Sclera die feste Wand der Camera obscura des Auges bildet, die Chorioidea die Blutvertheilung und nöthige Schwärzung der inneren Augenwandung besorgt, ist die Retina das wichtigste Gebilde des Auges, zu dessen Reizung der ganze optische Apparat des Auges bestimmt ist. Sie besteht aus sechs verschiedenen concentrischen Schichten, welche eine eigenthümliche, für alle Augen

gleiche Structur besitzen.*) Die reizbarste Stelle des Retinalgewebes ist der am hinteren Augenpol liegende querovale *gelbe Fleck (macula lutea)* d d von 2^{mm} Höhe und 3^{mm} Breite mit einer dünnen, scheinbar vertieften Stelle i in der Mitte, welche genau in der Sehlinie liegt und als *Centralgrube (fovea centralis)* bezeichnet wird. Dagegen ist die ungefähr 2^{mm} nach Innen vom gelben Flecke befindliche, etwas erhabene kreisrunde Stelle ξ ζ von 2^{mm} Durchmesser, welche *Sehnervenwarze (Papilla)* heist, und lediglich aus Sehnervensubstanz besteht, für das Licht vollkommen unempfindlich. Die einzelnen vollkommen durchsichtigen Bestandtheile des brechenden Systems des Auges sind nun folgende:

1) Die *Hornhaut (cornea)* a p b, welche das oben erwähnte fehlende Segment der harten Augenhaut ersetzt und eine etwas stärkere Krümmung hat, wie diese, in Verbindung mit der *wässerigen Augenfeuchtigkeit (humor aqueus)*, die mit ersterer ungefähr gleichen Brechungsindex $= \frac{103}{77}$ besitzt und nach hinten von der Vorderfläche der Krystalllinse und deren Rand-Fassung begrenzt ist. Der von der Hornhaut und der wässerigen Augenfeuchtigkeit gebildete Meniscus a b l q l′ wendet die concaven Seiten seiner beiden Oberflächen dem Innern des Auges zu, und zwar ist die vordere a p b stärker gekrümmt wie die hintere e q é, indem der Krümmungshalbmesser der Hornhaut ungefähr 8, der der vorderen Linsenfläche 10 Millimeter beträgt. (Der Krümmungshalbmesser der letzteren ist indess veränderlich, wie im folgenden §. näher angeführt wird.) Die Distanz beider Flächen beträgt gegen $3{,}6^{mm.}$

2) Die *Krystalllinse (lens crystallina)* q r. Diese schmiegt sich innig an den vorerwähnten meniscus an und ist eine biconvexe Linse, deren hintere Fläche beträchtlich stärker gewölbt ist, wie die vordere, indem ihr Krümmungshalbmesser nur gegen $6^{mm.}$ beträgt, und deren Brechungsindex grösser als der der wässerigen Feuchtigkeit, nämlich $= \frac{16}{11}$**), ist. Mikroscopisch betrachtet besteht die Krystalllinse aus einer homogenen glashellen Membran, der s. g. *Kapsel*, sodann aus concentrischen Schichten

*) Die Dicke der verschiedenen Retinaschichten gibt Kölliker der Reihe nach, von Innen nach Aussen, folgendermaassen an: Lage der Nervenzellen 0,045‴ — 0,052‴, feinkörnige graue Lage 0,020‴, innere Körnerschicht 0,026‴, Zwischenkörnerschicht 0,039‴, äussere Körnerlage 0,026‴, Stäbchenschicht (Stäbchen und Zapfen) 0,030‴. Dabei ist die innerste Schicht, die Nervenfaserschicht, nicht berücksichtigt.

**) $= \frac{112}{77}$.

von verschiedener Dichtigkeit, deren Brechungsvermögen vom Umfang nach der Mitte zunimmt, und aus dem in dieser, der hinteren Fläche jedoch näher als der vorderen, befindlichen *Kerne*, dessen Umgrenzung beträchlich convexer ist als der Umfang der Linse. Diese besitzt deshalb in ihrem mittleren Theile eine stärker brechende Kraft als an den äusseren Theilen, und im Ganzen, wegen der stärkeren Convexität des dichteren Kerns, eine stärkere als sie haben würde, wenn ihre ganze Masse dieselbe Dichtigkeit wie der Kern besässe.

3) Der *Glaskörper (corpus vitreum* s. *hyaloideum)*. Dieser ist gleichfalls von einer häutigen Hülle, der Glashaut, umschlossen und füllt den grössten Theil rnn des Hohlraumes des Auges aus. Die seine Substanz zum grössten Theile bildende dickliche wasserklare Flüssigkeit heisst *humor vitreus*. Er trägt insofern zur Brechung eines Lichtstrahls im Auge bei als sein Brechungsindex, welcher dem der wässrigen Feuchtigkeit gleich gesetzt wird, geringer ist als derjenige der Linse.

Hinsichtlich der feineren mikroscopischen Verhältnisse der verschiedenen Bestandtheile des Auges verweisen wir auf die neueren anatomischen und physiologischen Handbücher.

Die Hornhaut stellt in Verbindung mit der wässerigen Feuchtigkeit eine convex-concave Linse dar, welche an der Vorderfläche der Krystalllinse unmittelbar anliegt und mit dieser zusammen ein *Doppelobjectiv* bildet.*) Die dieses begrenzenden Mittel sind: nach vornen in der Regel die atmosphärische Luft, nach hinten die Glaskörpermasse.

Besagtes Doppelobjectiv der Camera obscura unseres Auges**) ist jedoch nicht achromatisch. Der hierdurch bedingte Nachtheil in Betreff der Reinheit und Klarheit der auf der retina entstehenden Bilder der äusseren Objecte wird durch eine auf's zweckmässigste angebrachte Blendung fast vollständig beseitigt. Die *Regenbogenhaut* oder *Blendung* (iris)

*) Objectiv eines optischen Instrumentes wird das dem Objecte zugekehrte einfache oder zusammengesetzte Glas genannt. Bei den neueren Instrumenten ist es bekanntlich in der Regel achromatisch und besteht alsdann aus einer convexen und einer concaven Linse von verschiedenem Dispersions- (Farbenzerstreuungs-) Vermögen. (Die Objective der neueren Mikroscope sind aus mehreren derartigen Gläserpaaren zusammengesetzte Systeme.) Da die von der Hornhaut und Augenfeuchtigkeit gebildete convex-concave Linse in der Mitte dicker als am Rande ist (wenigstens beim Fernsehen) mithin meistens die Wirkung einer Convexlinse hat und die Krystalllinse sehr convex ist, so kann das Auge kein vollkommen achromatisches Instrument sein.

**) Wir gebrauchen den Ausdruck *„Doppelobjectiv des Auges“* häufig als gleichbedeutend mit »Hornhautlinsen-System«, wobei man jedoch immer zu berücksichtigen hat, dass sich dasselbe zwischen zwei verschiedenen Mitteln befindet.

l c l¹c¹ nämlich, welche die Stelle des s. g. Diaphragma der optischen Instrumente beim Auge vertritt, ist im Niveau des vorderen Linsenpols quer über gespannt und besitzt — nicht ganz in der Mitte, sondern etwas nach der Nase zu — eine gegen 6 bis 4$^{mm.}$ grosse Oeffnung, die Pupille e e′, welche sich bei stärkerem Lichtreize und beim Nahesehen verengert und die Randstrahlen der Lichtkegel abschneidet, ohne das Gesichtsfeld des Auges wesentlich zu beschränken.

Eine in optischer Hinsicht sehr wichtige Eigenschaft des Auges besteht darin, dass die innere Wand desselben ganz schwarz erscheint. Obgleich nämlich die den innersten Beleg der Augenwandung bildende Netzhaut an sich nicht schwarz, sondern von weisslicher Farbe ist, so reflectirt sie doch nur verschwindend wenig von dem auf sie fallenden Lichte, weil sie nur dünn, völlig durchsichtig und auf ihrer Hinterfläche von der Pigmentschicht der Aderhaut wie mit einer dicken Tuschlage geschwärzt ist.

Die äusserst wichtige Fähigkeit des Auges, sich für nahe und ferne Gegenstände einzustellen, welche man die *Accommodation* nennt, wird in §. IV. ausführlich behandelt.

Auch ist noch des ausserordentlich grossen Gesichtsfelds*) des Auges, im Vergleich gegen das der optischen Instrumente, zu gedenken, vermittelst dessen es erst seinem Zwecke völlig zu entsprechen vermag. Jenes umfasst, wenn beide Augen zusammen wirken, in horizontaler Richtung über 180°, nach oben wird es durch das Dach der Augenhöhle am meisten beschnitten, auch die Nase verringert das Sehfeld jedes Auges für sich nach Innen beträchtlich. Wenn nun auch die Objecte um so weniger scharf gesehen werden, als sie weiter von der optischen Axe des Auges entfernt sind, so ist doch schon die Wahrnehmung ihrer Existenz von unberechenbarem Nutzen, indem z. B. da-

*) Unter »Gesichtsfeld« verstehen wir eigentlich denjenigen Theil des mit sichtbaren Gegenständen erfüllten, uns rings umgebenden Raumes, den wir bei aufrechter ruhiger Kopfhaltung mit beiden Augen übersehen können; unter »Sehfeld« oder »Blickfeld« denjenigen Theil des Gesichtsfelds, welchen Ein Auge bei irgend einer angenommenen Richtung wahrnimmt. Die Grösse des Sehfelds, welche die des Bildes einer Camera obscura weit übertrifft, rührt davon her, dass die bildauffangende Wand eine sphärische Form hat und dass deren Krümmungsmittelpunkt nahezu mit dem mittleren Knotenpunkt (s. §. II.) zusammenfällt, in welchem sich sämmtliche in Richtungslinien verlaufende Strahlen, welche fast ungebrochen in's Innere des Auges gelangen, kreuzen. »Richtungslinien« werden nämlich diejenigen geraden Linien genannt, welche von Aussen nach Innen, oder umgekehrt, durch den mittleren Knotenpunkt des Auges gehen.

durch unser Körper und namentlich die Augen selbst häufig vor Schaden bewahrt bleiben.

Der Abstand der bildauffangenden Wand der camera obscura des Auges, d. i. der Retina, beträgt von der hinteren Fläche des Doppelobjectivs gemessen ca. 15,0^{mm}, von der vorderen, d. h. von der Vorderfläche der Hornhaut an ca. 22,2^{mm}.

Der Verschluss der Camera obscura wird durch die *Augenlider* bewirkt. Dieselben schliessen sich unwillkürlich, sobald sich ein die Augen gefährdender Gegenstand nähert. Sie sind an den Rändern mit den s. g. *Wimpern* besetzt, die als Tasthaare dienen und den unwillkürlichen Lidschluss herbeiführen.

Gereinigt wird die äussere Fläche des Doppelobjectivs des Auges durch die *Thränenflüssigkeit,* welche sie beständig bespült und die vermittelst einer Haarröhrchenvorrichtung in einen in die Nase mündenden Gang übergeführt wird.

Sowie eine frei auf einen Tisch gestellte Camera obscura nach Bedarf gedreht werden kann, ohne dass der Tisch selbst gedreht wird, so kann auch das Auge in der Augenhöhle in sehr erheblichem Maase gedreht werden, ohne dass der Kopf oder der Körper eine Drehung macht.

Dies geschieht durch die äusserlich am Bulbus (Augapfel) sich ansetzenden *Augenmuskeln,* von welchen Abschn. II. §. 4 eingehend die Rede ist.

§. II. Vom Gange der Lichtstrahlen im Auge.

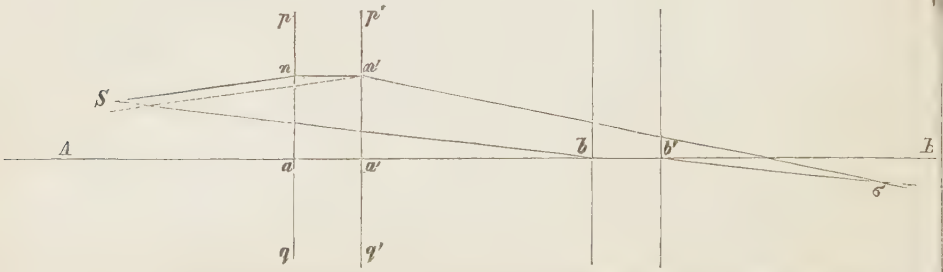
Indem von einem Punkte J (Fig. 1. Taf. I) aus ein divergenter Lichtkegel Jxy in's Auge eindringt, wird er durch das oben beschriebene Doppelobjectiv desselben so gebrochen, dass er als convergenter Lichtkegel im Medium der Glaskörpersubstanz zum Vorschein kommt, dessen Spitze i in die Retina fallen muss, wenn das Bild des Punktes J scharf werden soll.

Um den Gang eines Lichtstrahls im Auge genau zu construiren und die Lage und die Grösse des Netzhautbilds zu berechnen, darf man die im Vergleich zu den Dimensionen des ganzen Apparats beträchtliche Dicke pr des Doppelobjectivs nicht vernachlässigen.

Das für das complicirteste dioptrische System anwendbare, von dem berühmten Mathematiker Gauss auf analytisch geometrischen Wege gefundene Verfahren gibt ein leichtes Mittel an die Hand, alle Aufgaben zu lösen, die hinsichtlich des Gangs und der Bilderzeugung derjenigen durch die Pupille in's Auge gelangenden Strahlen eines Lichtkegels sich darbieten können, welche als nahezu unter einander parallel anzusehen sind: Man braucht dazu nur die Lage der s. g. *Cardinalpunkte* des Doppelobjectivs des betreffenden Auges zu kennen.

Die nachfolgende Erläuterung gilt nicht blos für's Auge, sondern auch für jedes brechende System:

Fig. 2.



Die *Cardinalpunkte* sind folgende drei, sämmtlich in der optischen Axe A B liegende, Punkte:

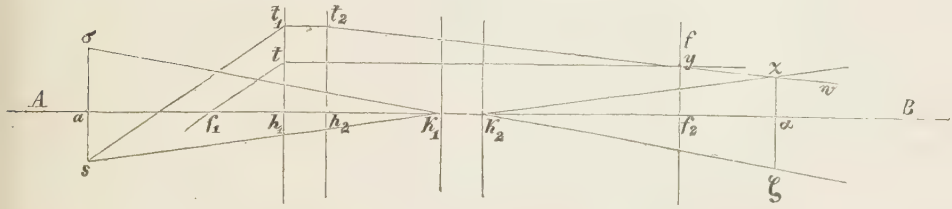
1) Die *Hauptpunkte* a, a^1. Sie haben die wichtige Eigenschaft, dass, wenn man durch sie, auf A B senkrecht, zwei Ebenen legt, deren Durchschnitte mit der Papierebene pq p^1q^1 sind, die Brechung eines Strahls, welcher in der Luft die Richtung Sn und nachdem er das optische System passirt, im letzten Mittel die Richtung $n^1\sigma$ hat, dieselbe ist, als wenn der Strahl Sn_1 mit sich selbst parallel von n nach n^1 verschoben, die Ebene p^1q^1 träfe, und diese, indem sie blos eine unendlich dünne Scheidewand (oder «Trennungsfläche») zwischen dem ersten und letzten Mittel bildete, eine das ganze optische System ersetzende brechende Kraft besässe, welche dem Strahle die Richtung $n^1\sigma$, die er im letzten Mittel erhält, ertheilte.

Die durch a, a^1 senkrecht auf A B gelegten Ebenen werden *Hauptebenen* genannt.*)

*) Durch die Gauss'sche Theorie der Hauptpunkte wird auch das complicirteste dioptrische System auf eine zwischen zwei Mitteln (dem ersten und letzten) befindliche Tren-

2) Die *Knotenpunkte* b, b^1. Diese liegen in derselben Entfernung von einander, wie die Hauptpunkte, und haben die Eigenschaft, dass ein Lichtstrahl S b der in der Richtung nach dem ersten Knotenpunkt b das optische System trifft, von diesem so gebrochen wird, dass er im letzten Mittel eine mit seinem Gange im ersten parallele, durch, den zweiten Knotenpunkt b^1 gehende Richtung $b^1 \sigma$ erhält.

Fig. 3.



3., Die *Brennpunkte*, f_1 f_2 (Fig. 3) oder, wie sie zur Unterscheidung von den Brennpunkten der Hornhaut und Krystalllinse genannt werden, die *Hauptbrennpunkte*. Man hat einen vordern und einen hintern Hauptbrennpunkt, wovon der erste im ersten und der zweite im letzten Mittel, welches man sich nöthigenfalls verlängert denken muss, liegt.*)

In dem hintern Hauptbrennpunkte vereinigen sich die im ersten Mittel mit der opt. Axe parallelen Strahlen, nachdem sie durch das brechende System gegangen sind, im letzten Mittel. Dagegen verlaufen diejenigen Strahlen, welche von dem im ersten Mittel befindlichen vordern Hauptbrennpunkte ausgegangen sind, nachdem sie das brechende System passirt haben, im letzten Mittel parallel.

Die durch die Hauptbrennpunkte senkrecht zur optischen Axe gelegten Ebenen heissen *Hauptbrennebenen*.

Die Entfernung f_1 h_1 des vorderen Brennpunkts von dem vorderen Hauptpunkt wird die *vordere Hauptbrennweite* und die Entfernung f_2 h_2 des hinteren Hauptbrennpunkts von dem hinteren Hauptpunkte die *hintere Hauptbrennweite* genannt.

---

nungsfläche zurückgeführt, jedoch nur für Strahlenkegel, deren Einzelstrahlen nahezu mit der Kegelaxe parallel sind.

*) Wenn, wie es bei den optischen Instrumenten in der Regel der Fall ist, das Mittel vor und hinter dem Objectiv gleich ist, so sind die Brennpunkte der von vornen nach hinten und der von hinten nach vornen gehenden Strahlen gleichweit vom Objectiv entfernt, und man spricht daher in der Optik gewöhnlich nur von Einem Brennpunkte.

Ist die Lage der Hauptpunkte, der Knotenpunkte und der Hauptbrennpunkte gegeben, so ist es leicht, den letzten Weg eines in's Auge gelangten Strahls, sowie das Bild eines Licht in's Auge sendenden Objects zu construiren.

Es seien h_1, h_2 der vordere und hintere Hauptpunkt eines Systems, k_1, k_2 der vordere und hintere Knotenpunkt und f_1, f_2 der vordere und hintere Hauptbrennpunkt, sämmtlich in der Axe A B gelegen, und s sei ein leuchtender Punkt, welcher ein Strahlenbündel dem optischen Systeme zusendet. Den Gang des Strahls st_1 bestimmt man alsdann folgendermassen. Man zieht mit demselben parallel eine vom vorderen Brennpunkte f_1 nach der ersten Hauptebene gehende Gerade $f_1 t$, sodann von t eine Gerade t y parallel mit der optischen Axe A B, macht $h_2 t_2 = h_1 t_1$ und zieht von t_2 durch den Punkt y, in welchem die Gerade t y die Brennebene $f_2 f$ schneidet, wiederum eine gerade Linie t_2 y w. Diese letztere ist alsdann die Richtung des gebrochenen Strahls im letzten Mittel. Um nun den in dieser Geraden befindlichen Ort z des Bilds des Punkts s zu finden, nimmt man noch den von s aus in der Richtung nach dem ersten Knotenpunkt k_1 gehenden Strahl sk_1 und zieht vom zweiten Knotenpunkte k_2 aus, mit sk_1 parallel die Gerade k_2 z. Diese muss, der charakteristischen Eigenschaft der Knotenpunkte gemäss, die Richtung sein, in welcher der im ersten Mittel nach sk_1 zu laufende Strahl im letzten Mittel verläuft. Der Durchschnittspunkt z beider gebrochenen Strahlen muss nun der gesuchte Ort des Bilds sein.

Diese Construction des Gangs des Strahls st_1 beruht auf folgenden Gründen: Erstens muss jeder vom vorderen Brennpunkte ausgehende Strahl f_1 t im letzten Mittel mit der optischen Axe A B parallel verlaufen nach t y und zweitens müssen alle im ersten Mittel einander parallel verlaufende Strahlen st_1, $f_1 t$ etc. sich in einem und demselben in der Brennebene gelegenen Punkte y schneiden. Stellt s den einen und σ den andern Endpunkt eines Gegenstands vor, so muss auch z ζ sein Bild in umgekehrter Stellung sein.

Zufolge der Proportion:

$$s\sigma : a k_1 = z\zeta : k_2 \alpha$$

hat man für die Grösse des Bilds $z\zeta$ die Gleichung:

$$z\zeta = \frac{k_2 \alpha \times s\sigma}{a k_1} \quad (1.)^*)$$

*) Man hat auch zufolge Gl. (2.) $F_2 - r = F_1 = k_2 \alpha$, wenn man die Entfernung der Retina vom zweiten Hauptpunkte $= F_2$ annimmt. Setzt man mithin die Grösse des Ob-

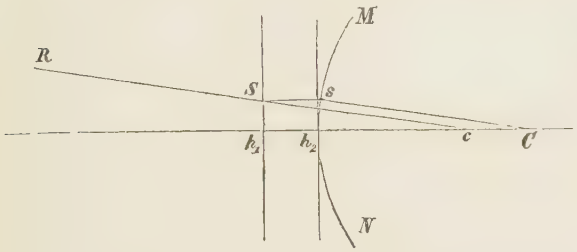
In den bei dem Auge vorkommenden Fällen genügt es meistentheils die sehr nahe beisammenliegenden Knotenpunkte in einen mittleren Knotenpunkt zusammen fallen zu lassen.

Von den von einem Leuchtpunkte aus in's Auge gelangenden (homocentrischen) Strahlen wird der nach dem vorderen, resp. mittleren Knotenpunkt gehende der «Hauptstrahl» genannt.

Man sieht, dass man vermittelst der Kenntniss der Cardinalpunkte den Gang der Lichtstrahlen im Auge, sowie das von einem Gegenstande im Auge erzeugte Bildchen gerade so einfach construiren und berechnen kann, als wenn der ganze optische Apparat des Auges nur aus einer sphärischen Trennungsfläche zwischen Luft und Glaskörpersubstanz bestände.

Es ist sogar nicht einmal nöthig, dass die Lage der Knotenpunkte ebenfalls gegeben ist, indem man sie leicht aus der Lage der Brennpunkte und Hauptpunkte ableiten kann. Aus den ersten Anfangsgründen der Optik weiss man nämlich*), dass, wenn F_1 die vordere und F_2 die hintere Brennweite einer zwischen zwei verschiedenen Mitteln befindlichen sphärischen Trennungsfläche MN, deren Halbmesser $ch_2 = r$, ist, man hat:

Fig. 4.



$$F_1 = \frac{r}{n_1 - 1}, \quad F_2 = F_1 + r,$$

wenn n_1 den Brechungsquotient vom ersten in's zweite Mittel bedeutet. Vermöge der zweiten dieser Gleichungen ist also $r = F_2 - F_1$. (2.)

Nun wird ein Strahl R, welcher die erste Hauptebene in S trifft, mit sich selbst parallel von S nach s verschoben und geht, wenn er die

---

jects $s\sigma = a$, die seines Retinabildes $z\zeta = b$ und die Entfernung des ersten Knotenpunkts von der Hornhaut $= k$, so geht die Formel (1.) in folgende über:

$$b = \frac{F_1 a}{f_1 + k}, \quad (1'.)$$

in welcher in der Regel k gegen f_1 vernachlässigt werden kann.

*) S. das Corollarium dieses §.

stellvertretende Trennungsfläche M N *) normal trifft, ungebrochen durch. Er schneidet die Axe also im Mittelpunkt C der sphärischen Trennungsfläche. Mithin muss C auch der hintere Knotenpunkt und c der vordere sein, weil der Strahl R S in der Richtung nach dem Punkte c einfällt und um $S s = h_1 h_2$ verschoben, nach seiner Brechung mit sich selbst parallel nach C fortgeht.

Hiernach ist also $h_2 C = r$ die Entfernung des zweiten Knotenpunkts vom zweiten Hauptpunkt und kann somit, (wie auch die gleiche Entfernung $h_1 c$ des ersten Knotenpunkts vom ersten Hauptpunkte) vermittelst des aus Gl. (2) zu erhaltenden Werths leicht aufgetragen werden.

Aus der Formel (2) ergibt sich auch folgende wichtige Gleichung:

$$F_1 = F_2 - r \quad (3.)$$

Zufolge derselben ist, wenn der hintere Brennpunkt in der Netzhaut liegt, die vordere Hauptbrennweite gleich der Entfernung des hinteren Knotenpunkts von der Netzhaut.

Der Punkt, welcher die Spitze eines in's Auge fallenden Strahlenkegels bildet, und die Spitze des gebrochenen umgekehrten Strahlenkegels, welche das Bild jenes Punkts ist, nennt man *vorderen* und *hinteren Vereinigungspunkt,* beide zusammen *conjugirte Vereinigungspunkte.* Die Entfernung des ersten dieser Punkte von der ersten und die des zweiten von der zweiten Hauptebene wird *vordere* und *hintere Vereinigungsweite* genannt. Nennt man diese f_1 u. f_2, so findet man die eine aus der andern vermittelst der bekannten und leicht zu behaltenden Cardinal-Formel:

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \text{ . (a.)} \text{ **)}$$

*) Wir haben oben Anfangs nur von einer durch h_2 gehenden Ebene gesprochen, da die Gauss'sche Methode eigentlich nur für solche von einem Punkte ausgehende Strahlen gilt, welche einander nahezu parallel sind (also beim Auge streng genommen nur für grosse Entfernungen oder für eine sehr kleine Oeffnung der Pupille), so kann man das um h_2 herum befindliche sehr kleine Segment der Kreisfläche M N als zusammenfallend mit einem gleich grossen Stück der Hauptebene ansehen.

Nach dem Gauss'schen Verfahren wird das ganze System einer Reihe von Trennungsflächen zwischen verschiedenartigen brechenden Flüssigkeiten durch eine einzige brechende Fläche zwischen nur zwei Mitteln, dem ersten und letzten, ersetzt. Es lassen sich mithin auch die obigen bei einer solchen Trennungsfläche gültigen Formeln dabei anwenden. Die das ganze System vertretende Trennungsfläche M N muss folglich auch den aus der obigen Gl. (2.) sich ergebenden Werth r für ihren Krümmungshalbmesser haben.

**) Die Deduction dieser Formel s. u. im Coroll. zu diesem §.

Nimmt man anstatt der beiden Knotenpunkte einen *mittleren* an, so muss man auch anstatt der beiden Hauptebenen eine *mittlere* Hauptebene annehmen, welche die dem Doppelobjectiv des Auges substituirte Brechungsfläche ist und auf welche die Werthe von F_1, F_2, f_1, f_2 zu beziehen sind.

Nach dem oben Gesagten sind eigentlich nur die Hauptpunkte und Hauptbrennpunkte für ein gegebenes Auge zu bestimmen. Hierzu sind nun genaue Messungen der Krümmungshalbmesser der Hornhaut und der vorderen und hinteren Linsenfläche, sowie des Abstands des vorderen Linsenscheitels vom Hornhautscheitel und der Dicke der Krystalllinse erforderlich. Von diesen Grössen lässt sich natürlich allein die erste direct messen, die übrigen können nur unter verschiedenartigen Beeinflussungen zur Beobachtung gelangen. Es finden in der That hier Schwierigkeiten statt, wie sie bei den delicatesten Problemen der Physik kaum vorkommen, und zwar sowohl bei Auffindung der zum Ziele führenden Methoden als auch bei der praktischen Ausführung. In letzterer Beziehung ist nur darauf hinzudeuten, dass man es nicht mit einem todten Körper, sondern mit einem sehr reizbaren und beweglichen Organe zu thun hat, und dass die Kleinheit der Dimensionen desselben eine grosse Genauigkeit der Beobachtungsresultate erheischt, wenn diese von Werth sein sollen. (Das betreffende Verfahren wird im §. III beschrieben.)

Hier ist es nun Pflicht, dem Genie und der praktischen Gewandheit des Gelehrten zu gedenken, welchem grösstentheils die Ehre gebührt, die fragliche Aufgabe am lebenden Auge mit erwünschter Präcision gelöst zu haben. Es ist dies, wie jeder Physiologe sofort weiss, Helmholtz, der berühmte Erfinder des Augenspiegels, des Ophtalmometers und vieler anderer wichtiger Instrumente und Apparate.

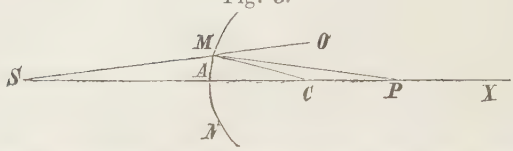
Corollarium zu §. II.

I. Allgemeine dioptrische Formeln.

Wir haben hier die ersten Formeln der Dioptrik und sodann diejenigen Formeln zu entwickeln, welche nöthig sind, um aus den bekannten Krümmungen und Lagen der Polarzonen der Hornhaut und beider Linsenflächen und aus den Brechungsindices der vor, hinter und zwischen diesen Flächen befindlichen Medien, die Lage der Hauptpunkte und Hauptbrennpunkte, überhaupt alle s. g. *optischen Constanten* zu berechnen. *)

*) Der Ausdruck *Constante* bezieht sich auf das momentan unveränderliche Doppelobjectiv des Auges im Gegensatze zur veränderlichen Lage und Entfernung der Objecte.

Fig. 5.



Es sei (Fig. 5.) M N die sphärische Trennungsfläche zweier Mittel, der Brechungsindex des ersteren verhalte sich zu dem des zweiten wie 1 : n, C sei der Mittelpunkt der Trennungsfläche und der Halbmesser derselben sei = r; ferner sei A X eine durch den Pol A der Trennungsfläche und den Krümmungsmittelpunkt C derselben gehende Gerade, welche die optische Axe darstellt, und S ein in ihrer Verlängerung befindlicher leuchtender Punkt, dessen Strahlenkegel die Fläche M N trifft. Ein Strahl S M dieses Kegels werde bei seinem Eintritt in das dichtere Medium von seiner ursprünglichen Richtung M O nach M P abgelenkt, so dass er die optische Axe in P schneidet.

Nach dem bekannten Gesetze, dass sich der Sinus des Einfallswinkels O M C zum Sinus des Brechungswinkels P M C wie n : 1 verhält, wenn n das Brechungsverhältniss der Medien bedeutet, hat man (unter Berücksichtigung, dass die Sinus der Nebenwinkel einander gleich sind, mithin sin O M C = sin S M C und sin M C P = sin S C M ist) die Proportionen:

$$\begin{aligned} SM : SC &= \sin SCM : \sin SMC \\ n : 1 &= \sin SMC : \sin PMC \\ CP : MP &= \sin PMC : \sin SCM. \end{aligned}$$

Multiplicirt man die gleichnamigen Glieder miteinander, so erhält man die Gleichung

$$\frac{n \cdot SM \cdot CP}{SC \cdot MP} = 1. \quad (1.)$$

Bezeichnet man nun die Entfernung des lichtaussendenden Punkts S vom Scheitel oder Pol A der Trennungsfläche mit a und die Entfernung des Durchschnittspunkts P des gebrochenen Strahls M P mit der optischen Axe von A, nämlich A P, mit e, so hat man, weil der Winkel M S A nur sehr klein sein soll:

$$SM = SA = a,\ MP = AP = e,\ CP = e - r,\ SC = a + r$$

und erhält dadurch die Gl. (1.) folgende Gestalt:

$$\frac{n\,a\,(e-r)}{e\,(a+r)} = 1, \quad (2.)$$

woraus folgt:

$$a = \frac{r\,e}{(n-1)\,e - n\,r} \quad (3.), \quad e = \frac{n\,a\,r}{(n-1)\,a - r}. \quad (4.)$$

Sämmtliche Strahlen des von S ausgehenden Strahlenkegels, wofern sie nur keinen erheblichen Winkel mit A X bilden, haben ihren Vereinigungspunkt in P. S ist mithin der vordere und P der hintere Vereinigungspunkt und beide zusammen sind conjugirte Vereinigungspunkte, zugleich drückt hier a die vordere und e die hintere Vereinigungsweite aus.

Durch Formel (3.) u. (4.) lassen sich die beiden letztern, eine vermittelst der andern, berechnen.

Nimmt man e unendlich gross, oder wie man gewöhnlich schreibt, $= \infty$ an, so verschwindet im Nenner der Gl. (3.) das Glied n r gegen das unendlich grosse

Glied $(n-1)c$, und man erhält, wenn man c im Zähler und Nenner streicht, und F_1 für a setzt:

$$F_1 = \frac{r}{n-1}. \quad (5.)$$

Der unendlich grosse Werth von c bedeutet nämlich, dass hier die Strahlen im letzten Mittel parallel sind; mithin ist ihr Vereinigungspunkt im ersten Mittel der vordere Brennpunkt und seine Entfernung von A die vordere Brennweite F_1.

Nimmt man a unendlich gross an, so verschwindet im Nenner der Gl. (4) r gegen $(n-1)$ a und man erhält, wenn man F_2 für e setzt:

$$F_2 = \frac{nr}{n-1}. \quad (6.)$$

Hier wird nämlich e zur hintern Brennweite F_2.

Aus Gl. (5) u. (6) ergibt sich auch die Relation:

$$F_2 = F_1 + r; \quad (6'.)$$

ferner ergibt sich daraus die Gleichung

$$n = \frac{F_2}{F_1}. \quad (7.)$$

Substituirt man diesen Werth für n und den aus (6') sich ergebenden Werth für r, nämlich

$$r = F_2 - F_1, \quad (6''.)$$

in die Gleichungen (3) u. (4.), so erhält man

$$a = \frac{F_1 e}{e - F_2} (8.), \quad e = \frac{F_2 a}{a - F_1}. \quad (9.)$$

Aus Gl. (9.) folgt:

$$ae - F_1 e = F_2 a$$

oder

$$ae = F_2 a + F_1 e.$$

Dividirt man auf beiden Seiten mit ae, so ergibt sich die Gleichung:

$$1 = \frac{F_2}{e} = \frac{F_1}{a}.$$

Die Grössen a und e bedeuten, wie oben bemerkt, die vordere und hintere Vereinigungsweite. Braucht man dafür, wie üblich ist, die Buchstaben f_1 und f_2, so hat man die bereits oben im Haupttexte erwähnte Formel:

$$\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1. \quad (10.)$$

und die mit der Gleichung (9) identische:

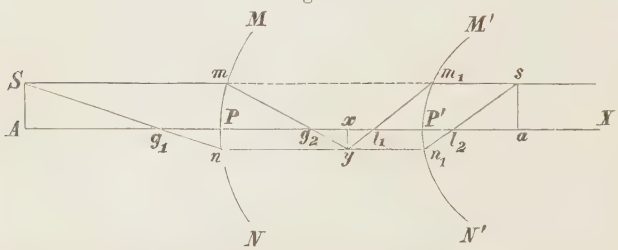
$$f_2 = \frac{F_2 f_1}{f_1 - F_1}. \quad (10'.)$$

Um nun die Gleichung für die Hauptpunkte abzuleiten, nimmt man eine aus den Gauss'schen Deductionen folgende Eigenschaft der Hauptebenen zu Hilfe, welche darin besteht, dass die von einem in einer dieser Ebenen befindlichen Bild in wenig divergenten Richtungen ausgegangenen Strahlenbündel, nachdem sie das ganze dioptrische System durchlaufen haben, sich in der andern Hauptebene wieder zu einem Bilde vereinigen, welches dem ersten hinsichtlich seiner Grösse und Stellung vollkommen gleich ist.*)

Es ist ersichtlich, dass der Hauptpunkt Einer Trennungsfläche nur im Scheitel derselben liegen kann.

Wir betrachten daher als einfachsten Fall nunmehr denjenigen, wo zwei sphärische Trennungsflächen gegeben sind.

Fig. 6.



Diese beiden Trennungsflächen seien (Fig. 6) M N u. M′ N′, S A und s a seien die in den Hauptebenen gelegenen, einander ganz gleichen Bilder.

g_1 und g_2 seien der vordere und hintere Brennpunkt der Trennungsfläche M N und l_1, l_2 der vordere und hintere Brennpunkt der Trennungsfläche M′ N′, A X sei die optische Axe.

Der Punkt S hat sein Bild in y; denn der durch den vordern Brennpunkt g_1 der Trennungsfläche M N gehende Strahl S n verläuft von n aus parallel mit der optischen Axe im zweiten Mittel, und der von S mit der optischen Axe parallel ausfahrende Strahl geht im zweiten Mittel von m aus durch den hinteren Brennpunkt g_2 der Trennungsfläche M N.

Da nun der Punkt A sein Bild in x hat, so ist x y das verkehrte Bild von S A.

Ebenso beweist man durch den Verlauf der von s nach m_1 und n_1 gehenden Strahlen, dass x y auch das Bild von s a sein muss.

---

*) Setzt man in »Gauss, dioptrische Untersuchungen« S. 9:

$$\frac{\eta^*}{\eta} = \frac{\zeta^*}{\zeta} = 1,$$

so folgt

$$\frac{n^0}{n^0 l - k(\xi - N^0)} = 1$$

und daraus

$$N^0 - \frac{n^0(l-l)}{k} = \xi = E \quad \text{(S. 11.)}$$

Mithin sind die Grössen η, η^*, ζ, ζ^*, welche die Dimension von Object und Bild bedeuten, gleich, wenn die Punkte P, P* in den Hauptebenen liegen.

Für die Grösse dieses Bilds x y hat man die Proportionen:

$$x y : S A = x g_2 : g_2 P = x l_1 : l_1 P'$$

(weil $m P = A S = a s$ angenommen ist.)

Hieraus folgt die Gleichung

$$\frac{g_2 x}{g_2 P} = \frac{l_1 x}{l_1 P'}.$$

Addirt man auf beiden Seiten die Einheit, so erhält man

$$\frac{g_2 x + g_2 P}{g_2 P} = \frac{l_1 x + l_1 P'}{l_1 P'}$$

d. i.

$$\frac{P x}{g_2 P} = \frac{P' x}{l_1 P'}. \quad (11.)$$

Bezeichnet man nun die conjugirten Brennweiten $P g_1$, $P g_2$ beziehungsweise mit f_1, f_2 und die conjugirten Brennweiten $P' l_1$, $P' l_2$ beziehungsweise mit f_1', f_2', setzt sodann $A p = a$ und $P x = e$, wodurch $P' x = d - e$ wird, so gibt die Gl. (11.) die folgende:

$$e f_1' = f_2 (d - e),$$

woraus man erhält:

$$e = \frac{f_2 d}{f_1' + f_2} \quad (12.)$$

Vermöge Gl. (8) hat man

$$a = \frac{f_1 e}{e - f_2},$$

substituirt man hierein den vorhergehenden Werth von e, so bekommt man:

$$a = \frac{f_1 d}{d - f_1' - f_2}. \quad (13.)$$

Setzt man noch $a P' = a'$ und $x P' = e'$, so hat man vermöge Gl. (8) auch:

$$a' = \frac{f_2' e'}{e' - f_1'} \quad (14.)$$

Da nun $e' = d - e$, mithin auch, vermöge Gl. (12.)

$$e' = \frac{d f_1'}{f_1' + f_2}$$

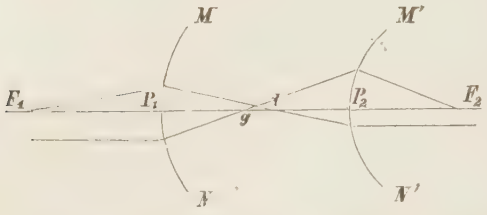
ist, so erhält man aus (14.) wenn man diesen Werth von e' substituirt:

$$a' = \frac{f_2' d}{d - f'_1 - f_2} \quad (14'.)$$

Die durch die Gleichungen (13.) und (14'.) gegebenen Werthe von a und a' sind die gesuchten, vermittelst deren der Abstand der beiden Hauptpunkte von den Scheiteln der respectiven ersten und zweiten Trennungsfläche — und zwar von jeder nach aussen gemessen — gegeben ist.

Um nun die auf die Hauptebenen bezogenen Brennweiten des Systems der beiden Trennungsflächen zu bestimmen, wollen wir zunächst die Entfernung der Brennpunkte dieses Systems von den beiden Trennungsflächen suchen.

Fig. 7.



Sind F_1 und F_2 die gesuchten Hauptbrennpunkte und ist g der hintere Brennpunkt der Fläche MN und 1 der vordere Brennpunkt der Fläche M'N', so ist klar, dass ein von F_2 ausgehender Strahl nach der ersten Brechung in M'N' die optische Axe in g schneiden muss, wenn er nach der zweiten Brechung in MN mit der optischen Axe parallel verlaufen soll, und ebenso, dass ein von F_1 ausgehender Strahl die optische Axe in 1 kreuzen muss, wenn er von M'N' so gebrochen werden soll, dass er im letzten Mittel mit genannter Axe parallel verläuft. Mithin muss P_2g die hintere Vereinigungsweite der von F_2 ausgehenden Strahlen sein, und ebenso $P'1$ die hintere Vereinigungsweite der von F_1 ausgehenden Strahlen.

Ist mithin $F_1P_1 = F_1$, $F_2P_2 = F_2$, $P_1P_2 = d$ und bezeichnet man die vordere und hintere Brennweite der Trennungsfläche MN beziehungsweise mit f_1, f_2, die der Fläche M'N' auf f_1', f_2', so hat man:

$$P_1g = f_2, \quad P_2g = d - f_2, \quad P_2l = f_1', \quad P_1l = d - f_1',$$

folglich vermöge Gl. (10): *)

$$\frac{f_1}{F_1} + \frac{f_2}{d - f_1'} = 1 \text{ und } \frac{f_1'}{d - f_2} + \frac{f_2'}{F_2} = 1.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich:

$$F_1 = \frac{f_1(d - f_1')}{d - f_1' - f_2}, \quad (15.)$$

$$F_2 = \frac{f_2'(d - f_2)}{d - f_1' - f_2}. \quad (16.)$$

F_1, F_2 sind, wie oben gesagt, die Entfernungen der Hauptbrennpunkte des Systems zweier Trennungsflächen, von diesen nach **aussen** gemessen. Auf dieselbe Art wurden vorhin die Abstände der Hauptpunkte von diesen Flächen bestimmt. Um also die Entfernung der Hauptbrennpunkte von den entsprechenden Hauptpunkten, ebenfalls in

*) Die vordere Brennweite $F_1 = F_1P_1$ des Systems der beiden Trennungsflächen wird hier zur vorderen Vereinigungsweite der auf MN fallenden Strahlen, und die hintere Brennweite $F_2 = P_2F_2$ des Systems zur hinteren Vereinigungsweite der von g ausgehenden und auf M'N' fallenden Strahlen.

der Richtung nach aussen, d. h. die *Hauptbrennweiten*, zu bestimmen, muss man von den Werthen von F_1 und F_2 die obigen Werthe von a und a^1 (13 u. 14′) abziehen.

Dadurch erhält man für die vordere Hauptbrennweite $\mathfrak{F}_1$ und die hintere Hauptbrennweite $\mathfrak{F}_2$ die Gleichungen:

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{f_1 f_1'}{f_1' + f_2 - d}, \quad (17.)$$

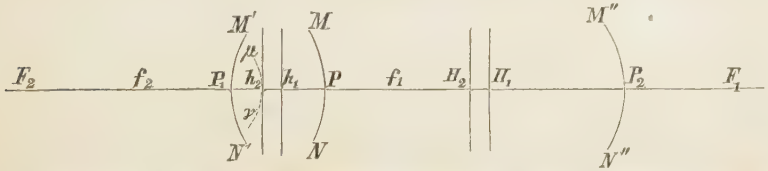
$$\mathfrak{F}^2 = \frac{f_2 f_2'}{f_1' + f_2 - d}. \quad (18.)$$

Der Punkt x (Fig. 6.), welcher das gemeinschaftliche Bild der beiden Hauptpunkte ist, heisst der *optische Mittelpunkt* des Systems der beiden Trennungsflächen.

Die Werthe von a und a^1 werden negativ, wenn $f_1' + f_2 > d$ ist, d. h. wenn die hintere Brennweite f_2 der ersten Trennungsfläche addirt zu der vorderen Brennweite f_1' der zweiten Trennungsfläche, grösser ist als der Abstand der beiden Trennungsflächen von einander, oder (Fig. 6) $P g_2 + P' l_1 > P P'$. In diesem Falle liegen mithin die beiden Hauptpunkte zwischen den beiden Trennungsflächen.

Hat man nunmehr ein System von drei Trennungsflächen M N, M′ N′, M″ N″ (Fig. 8) und die Lagen der Hauptpunkte h_1, h_2 und der Brennpunkte

Fig. 8.



f_1, f_2 des Systems der beiden Trennungsflächen M N, M′ N′ bereits berechnet, so substituirt man statt dieser beiden eine einzige m, welche durch den zweiten Hauptpunkt h_2 geht und die Brennweiten $h_1 f_1 = \varphi_1$ und $h_2 f_2 = \varphi_2$ hat. Man braucht nur diese stellvertretende Trennungsfläche m mit der von M″ N″, welche letztere, der Analogie mit dem Auge wegen, zuerst von einem Lichtstrahle getroffen werden soll, und deren erste und zweite Brennweite ψ_1, ψ_2 gegeben sind, während ihr Hauptpunkt im Scheitel P_2 liegt (s. o. S. 16), zu verbinden.

Für die Lage der Hauptpunkte des Systems der drei Trennungsflächen hat man alsdann, vermöge der Formeln (13. u. 14′.) wenn $h_1 P_2 = D$ gesetzt wird (nach d. Regel v. S. 8):

$$P_2 H_1 = \frac{\psi_1 D}{\varphi_1 + \psi_2 - D}, \quad h_2 H_2 = \frac{\varphi_2 D}{\varphi_1 + \psi_2 - D}, \quad (19.)$$

und vermöge der Formeln (17. u. 18.) für die Hauptbrennweiten, wenn F_1 der vordere und F_2 der hintere Hauptbrennpunkt des Systems der drei Trennungsflächen sind:

$$H_1 F_1 = \frac{\varphi_1 \psi_1}{\varphi_1 + \psi_2 - D}, \quad H_2 F_2 = \frac{\varphi_2 \psi_2}{\varphi_1 + \psi_2 - D}, \quad (20.)$$

Der Ort von h_1 und h_2 ist bestimmt durch die Gleichungen:

$$P h_1 = \frac{f_1 d}{f_1' + f_2 - d}, \quad P_1 h_2 = \frac{f_2' d}{f_1' + f_2 - d}, \quad (21.)$$

wo f_1 und f_2 die vordere und hintere Brennweite von M N und f_1', f_2' diejenigen von M′ N′ und d die Distanz P P_1 bedeuten.

Das nämliche Verfahren könnte man auch auf ein System von vier Trennungsflächen u. s. f. anwenden.

II. Anwendung der Formeln auf's Auge.

Die Formeln (21.), (19.), (20.), lassen sich unmittelbar für's Auge gebrauchen, denn das dioptrische System des Auges besteht ja aus drei Trennungsflächen, nämlich der Hornhaut und den beiden Linsenflächen.

Da man die Substanz der Hornhaut als von gleicher Dichtigkeit mit der wässerigen Feuchtigkeit ansehen kann, so ist M″ N″ eine zwischen Luft und humor aqueus befindliche Trennungsfläche, die Trennungsfläche M N scheidet den hum. aqueus von der etwas dichteren Linsensubstanz, und endlich repräsentirt M′ N′ die Trennungsfläche zwischen der Linse und dem Glaskörper, dessen Dichtigkeit ebenfalls der der wässerigen Feuchtigkeit gleichgesetzt wird.

Ist der Krümmungshalbmesser der Hornhaut = R und sind die Krümmungshalbmesser der vorderen und hinteren Linsenfläche beziehungsw. = r_1, r_2, so hat man, wenn n das Brechungsverhältniss des humor aqueus zur Luft ist, vermöge der Gleichungen (5.) u. (6′.) für die vordere und hintere Brennweite der Hornhaut

$$\varphi_1 = \frac{R}{n-1}, \quad \varphi_2 = \varphi_1 + R. \quad (22.)$$

Ferner erhält man, wenn m das Brechungsverhältniss der Linsensubstanz zum humor aq. ist, für die vordere und hintere Brennweite f_1, f_2 der **vorderen** Linsenfläche, sowie für die vordere und hintere Brennweite f_1', f_2' der **hinteren** Linsenfläche die Formeln:

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= \frac{r_1}{n_1 - 1}, \quad f_2 = f_1 + r_1 \\ f_1' &= \frac{n_1 r_2}{n_1 - 1}, \quad f_2' = f_1' + r_2 \end{aligned}\right\} \quad (23.)$$

Für die Entfernung h_1 des ersten Hauptpunkts der Linse von ihrer Vorderfläche und die Entfernung h_2 des zweiten Hauptpunktes der Linse von ihrer hinteren Fläche hat man vermöge Formel (13 u. 14′)

$$h_1 = \frac{f_1 d}{f_1' + f_2 - d}, \quad h_2 = \frac{f_2' d}{f_1' + f_2 - d}, \quad (24.)$$

wo d die Dicke der Linse ist.

Für die Entfernung φ_1 des ersten Hauptbrennpunkts der Linse von ihrem ersten Hauptpunkte, d. i. die vordere Brennweite der Linse, sowie die Entfernung φ_2 des zweiten Hauptbrennpunktes der Linse von ihrem zweiten

Hauptpunkte, d. i. die hintere Brennweite der Linse, hat man vermöge Gl. (17. u. 18.):

$$\varphi_1 = \frac{f_1 f_1'}{f_1' + f_2 - d}, \quad \varphi_2 = \frac{f_2 f_2'}{f_1' + f_2 - d}. \quad (25.)$$

Beide Brennweiten φ_1 und φ_2 müssen, dem oben Gesagten zufolge, als zwischen zwei Mitteln von gleichem Brechungsvermögen befindlich, einander gleich sein.

Bezeichnet man nun den Abstand des ersten Hauptpunktes des ganzen optischen Systems des Auges vom Hornhautscheitel mit H_1, den des zweiten Hauptpunktes des Systems vom zweiten Hauptpunkte der Krystalllinse mit H_2, sodann die Distanz des vorderen Hauptpunktes der Linse vom Hornhautscheitel mit D, die Distanz des ersten Hauptbrennpunktes des Auges vom ersten Hauptpunkte, oder die erste Hauptbrennweite des ganzen optischen Systems, mit B_1 und die des zweiten Hauptbrennpunktes vom zweiten Hauptpunkte, d. i. die zweite Hauptbrennweite des ganzen optischen Systems mit B_2, so hat man dafür, wenn man $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ setzt, folgende Formeln:

$$H_1 = \frac{\psi_1 D}{\psi_2 + \varphi - D}, \quad H_2 = \frac{\varphi D}{\psi_2 + \varphi - D}, \quad (26.)$$

$$B_1 = \frac{\psi_1 \varphi}{\psi_2 + \varphi - D}, \quad B_2 = \frac{\psi_2 \varphi}{\psi_2 + \varphi - D}. \quad (27.)$$

Nach Seite 12 hat man für den Abstand k des ersten Knotenpunktes vom ersten Hauptpunkte des Auges, oder auch des zweiten vom zweiten Hauptpunkte des Auges

$$k = B_2 - B_1. \quad (28.)$$

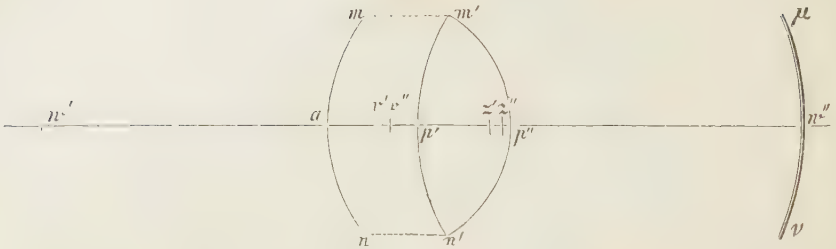
Aus dieser Gleichung geht hervor, dass die Entfernung des zweiten Hauptbrennpunktes vom zweiten Knotenpunkt gleich der ersten Hauptbrennweite, und ebenso, die Entfernung des ersten Hauptbrennpunktes vom ersten Knotenpunkt gleich der zweiten Hauptbrennweite ist. *)

Misst man die Entfernungen aller Bestimmungspunkte des Auges vom **Hornhautscheitel** an und bezeichnet sie mit der aus der analytischen Geometrie entlehnten Benennung *Ort*, so hat man, wenn p den Ort des vorderen Linsenscheitels und d wie oben die Dicke der Linse bedeutet, für

den Ort p_2 des hinteren Linsenscheitels $p_2 = p_1 + d$
„ „ q_1 des vorderen Hauptpunktes der Linse $q_1 = p_1 + h_1$
„ „ $q_2 = D$ des hinteren Hauptpunktes der Linse $q_2 = p_2 - h_2$
„ „ v_1 des ersten Hauptpunktes des Auges $v_1 = H_1$
„ „ v_2 des zweiten Hauptpunktes des Auges $v_2 = q_2 - H_2$
„ „ w_1 des ersten Hauptbrennpunktes $w_1 = v_1 - B_1$
„ „ w_2 des zweiten Hauptbrennpunktes $w_2 = B_2 + v_2$
„ „ z_1 des ersten Knotenpunktes $z_1 = v_1 + k$
„ „ z_2 des zweiten Knotenpunktes $z_2 = v_2 + k$.

*) Anwendung dieser Formeln zur numerischen Berechnung s. im Anhange zu Abschn. I.

Fig. 9.



In Fig. 9 ist in dreimaliger Vergrösserung von Listing's schematischem Auge (s. u.):

a der Hornhautscheitel, p' der vordere und p'' der hintere Linsenscheitel. n a m m' p' n' der eine aus Hornhaut und Augenflüssigkeit und n' p' m' p'' der andere aus der Krystalllinse bestehende Theil des Doppelobjectivs des Auges. μν die Retina und w'' die Stelle der Centralgrube. Ferner ist:

a p' = p_1 der Ort des vorderen Linsenscheitels,
a p'' = p_2 „ „ „ hinteren Linsenscheitels,
a v' = v_1 „ „ „ ersten Hauptpunktes des Auges,
a v'' = v_2 „ „ „ zweiten „ „ „
a z' = z_1 „ „ „ ersten Knotenpunktes „ „
a z'' = z_2 „ „ „ zweiten „ „ „
a w' = w_1 „ „ „ ersten Hauptbrennpunktes des Auges,
a w'' = w_2 „ „ „ zweiten „ „ „ „

Vermittelst der vorhergehenden Formeln kann man alle optische Constanten eines Auges berechnen, wenn nur folgende Bestimmungsstücke bekannt sind:

1) Die Brechungsindices der verschiedenen Medien,

2) Die Krümmungshalbmesser R, r_1, r_2 der Hornhaut und der vorderen und hinteren Linsenfläche,

3) Der Abstand p_1 der vorderen Linsenfläche vom Hornhautscheitel und die Dicke d der Linse.

Die häufig angewendeten von Listing*) für ein schematisches mittleres Auge angenommenen optischen Constanten sind folgende:

Das Brechungsvermögen der Luft	1
„ „ „ „ wässerigen Feuchtigkeit	$\frac{103}{77}$
„ „ „ „ Krystalllinse	$\frac{16}{11}$
„ „ „ des Glaskörper	$\frac{103}{77}$
Der Krümmungsradius der Hornhaut	8 Mm.
„ „ „ „ vorderen Linsenfläche . .	10 „
„ „ „ „ hinteren „ . .	6 „

*) Rud. Wagner's Handwörterbuch d. Physiologie, Art.: Dioptrik des Auges, S. 487 u. f.

Die Entfernung der vorderen Hornhaut- und vorderen Linsenfläche . . . . . 4 Mm.
Die Dicke der Linse . . . . . 4 „

Hieraus ergibt sich durch Rechnung

Der Ort des ersten Hauptbrennpunktes — 12,8326 Mm. (vor der Hornhaut),
„ „ „ zweiten „ „ 22,6470 „
oder 14,6470 „ hinter der Hinterfläche der Linse,
„ „ „ ersten Hauptpunktes 2,1746 „
„ „ „ zweiten „ „ 2,5724 „
Die Distanz der beiden Hauptpunkte von einander 0,3978 Mm.
Der Ort des ersten Knotenpunktes 7,2420 Mm.
oder 0,7580 „ vor der Hinterfläche der Linse,
„ „ „ zweiten Knotenpunktes 7,6398 „
oder 0,3602 „ vor der Hinterfläche der Linse,
Die erste Hauptbrennweite des Auges 15,0072 „
„ zweite „ „ „ „ 20,0746 „

In dem auf Taf. I., Fig. 1 abgebildeten Auge, wo h_1, h_2 die Hauptpunkte und k_1, k_2 die Knotenpunkte sind, wird der von P nach dem ersten Knotenpunkte hingehende Strahl $P k_1$ nach $k_2 \pi$ verschoben, und ist π das auf der Retina entworfene Bild von P. Die von I ausgehenden Strahlen vereinigen sich in der Netzhautgrube i, indem sie von dem Doppelobjectiv des Auges so gebrochen werden, als wenn sie auf die erste Hauptebene $H_1 H_1$ auftreffend parallel mit sich selbst nach der zweiten Hauptebene $H_2 H_2$ verschoben würden, und diese dieselbe brechende Kraft besässe, wie eine zwischen Luft und humor aqueus (oder auch humor vitreus) befindliche Trennungsfläche vom Krümmungshalbmesser $h_2 k_2 = 7{,}6398 - 2{,}5724 = 5{,}0674$ Mm.

§. III. Von der Messung der Krümmungen der Hornhaut und der vorderen und hinteren Linsenfläche, sodann der Distanzen der beiden letzteren von ersterer.

Unsere Absicht kann nicht sein, hier eine erschöpfende Beschreibung der angewandten Beobachtungsmethoden zu liefern, sondern wir müssen uns darauf beschränken, nur eine hinreichend klare Einsicht davon zu geben, um desto leichter unserer Versicherung Eingang zu verschaffen, dass die von ausgezeichneten Experimentatoren gewonnenen Resultate wirklich das Zutrauen verdienen, welches wir ihnen schenken werden.

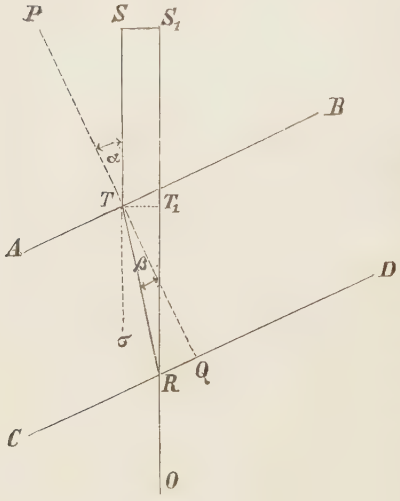
Zu diesem Zweck wollen wir zuerst dasjenige Instrument betrachten, ohne dessen Erfindung (durch Helmholtz) die erwähnte Genauigkeit nicht zu erzielen gewesen sein würde, nämlich des *Ophthalmometers*. Die hauptsächlichste Bestimmung desselben ist, die Grösse der von krummen Flächen gespiegelten Bildchen genau zu messen, um daraus den Krümmungshalbmesser berechnen zu können.

Er besteht in einem für die nahe Distanz, in welcher das zu beobachtende Auge von dem des Beobachters entfernt ist, eingerichteten Fernrohre und in zwei vor dessen Objectiv befindlichen plan-parallelen Glasplatten, welche so über einander angebracht sind, dass die obere Hälfte des Objectivs des Fernrohres durch die obere, die untere durch die untere Platte zieht. (Helmholtz.)

Stehen beide Platten in Einer (gegen die Axe des Fernrohres senkrechten) Ebene, so erscheint nur Ein Bild des betrachteten Objects, dreht man aber beide Platten ein wenig, und zwar nach entgegengesetzten Seiten, so sieht man anstatt des einfachen Bildes zwei Bilder, deren gegenseitiger Abstand desto grösser wird, je grösser man den Drehungswinkel der Glasplatten macht. Dieser kann mittelst eines Nonius sehr genau und sicher bestimmt werden.

Der Hauptvortheil dieses Instruments besteht darin, dass kleine Schwankungen des Kopfes des zu Beobachtenden ohne Nachtheil sind.

Fig. 10.



Die Theorie des Ophthalmometers ist äusserst einfach. Wir wollen sie für Eine Glasplatte auseinandersetzen, indem die für zwei Glasplatten sich unmittelbar daraus ergibt.

Es handelt sich darum, die Dimension SS_1 eines Spiegelbilds der Hornhaut oder Krystalllinse des beobachteten Auges zu messen.

Stellt ABCD (Fig. 10) den senkrechten Durchschnitt der einen Glasplatte und ST den von einem Endpunkte S des Spiegelbildchens ausgehenden und die Platte unter dem Einfallswinkel α treffenden Strahl vor, so kann man letzterer eine solche Drehung, d. i. α einen solchen

Werth geben, dass der Punkt S nach dem anderen Endpunkte S_1 hin abgelenkt wird, so dass das durch die Platte blickende Auge O den Punkt S genau da sieht, wo es, über den Rand der Platte hinblickend, den Punkt S_1 sieht. Nun ist $SS_1 = TT_1 = TR \sin TRT_1$ und $TR = \frac{d}{\cos \beta}$, wenn $d = TQ$ die Dicke der Platte und $\beta = RTQ$ der Brechungswinkel ist, ferner W. $TRT_1 = \sigma TR = \alpha - \beta$, folglich

$$SS_1 = \frac{d \sin (\alpha - \beta)}{\cos \beta}$$

Sieht man, anstatt den Punkt S_1 lediglich durch das Fernrohr über der ersten Platte hinzusehen, denselben durch eine zweite in entgegengesetzter Richtung gedrehte Platte (wie sie das Ophthalmometer hat), so wird durch die Wirkung der letzteren das Bild des Endpunkts S_1 um ebenso viel gegen S hin verrückt wie S gegen S_1 durch die erste Platte und man hat mithin:

$$SS_1 = 2\,d \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\cos \beta}.$$

Ist der Brechungsindex n der Glasplatte bekannt, so findet man aus dem Werthe von α den von β leicht. Man hat mithin blos den Drehungswinkel, welcher bei beiden Platten gleich ist, zu bestimmen, um (wenn noch die Dicke der Glasplatte genau bekannt ist) den Werth von SS_1 mit grosser Präcision berechnen zu können.

Besitzt man ein Ophthalmometer von entsprechender Güte, so ist man im Stande, genaue Maasse der Krümmungshalbmesser der drei Trennungsflächen des Auges zu erhalten.

Vf. erlaubt sich das bei der Hornhaut anzuwendende Verfahren mit den Worten seines verehrten Führers in die neuere Ophthalmologie, des Herrn Professors Dr. J. H. Knapp, wiederzugeben.*)

«Als leuchtendes Object, dessen Spiegelbild auf der Hornhaut entworfen und mit dem Ophthalmometer gemessen wurde, dienten drei schmale und helle cylindrische Gasflammen, deren gerade Verbindungslinie lothrecht auf der Beobachtungslinie des Ophthalmometers (Richtung des Fernrohres — Vf.) und in derselben Ebene mit dieser und der Gesichtslinie des beobachteten Auges war. Die eine Flamme befand sich zur Linken des Beobachters, 0,5 m. von der Ophthalmometeraxe entfernt, die beiden anderen waren rechts aufgestellt und zwar die eine

*) Die Krümmung der Hornhaut des menschlichen Auges. Heidelberg 1860, S. 11.

in einem Abstande von 0,4$^{m.}$, die andere von 0,6$^{m.}$ von jener Axe. Wurden nun die Ophthalmometerplatten so weit gedreht, dass das Hornhautreflexbild der linken Flamme genau zwischen den Bildern der beiden rechten stand, so betrug, wie leicht ersichtlich ist, die Grösse des leuchtenden Gegenstandes (dessen Endpunkte die Flamme links in 0,5$^{m.}$ Abstand von der Axe des Fernrohres und das Mittel der beiden Flammen rechts, gleichfalls in 0,5$^{m.}$ Abstand repräsentirten — Vf.) 1$^{m.}$, und die Richtungslinie des Ophthalmometers war ein auf die Mitte dieses Gegenstands errichtetes Perpendikel, an dessen anderem Ende sich in einer Entfernung von 2,12$^{m.}$ das beobachtete Auge befand. Der Kopf des Beobachteten ruhte mit dem Kinne auf einem auf- und abwärts beweglichen und in jeder Stellung fest zu schraubenden Stative, während er zur Seite an einen ebenfalls beweglichen Körper lehnte, welcher in der geeigneten Lage festgestellt werden konnte. Auf diese Weise konnte der Beobachtete seinen Kopf hinreichend lange ruhig halten. Bewegungen waren leicht daran zu erkennen, dass die Spiegelbilder nicht mehr in der Mitte des Sehfeldes des unverrückten Ophthalmometerfernrohres erschienen.»

Hier stellen nämlich die Mitte der linken Flamme und der mitten zwischen den beiden rechten Flammen gelegene Punkt die Endpunkte einer Linie von 1 Meter Länge vor, deren Hornhautbild aus dem Drehungswinkel der Platten berechnet wird. Aus der Grösse der Objectlinie, der des Hornhautbilds derselben und dem Abstande der ersteren von der spiegelnden Hornhaut lässt sich der Krümmungshalbmesser der letzteren leicht ableiten.

Zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers der **vorderen Linsenfläche**, welche nur in ihrer Polargegend möglich ist, bedient man sich eines sehr einfachen von Helmholtz erdachten Verfahrens*), wobei nur ein gewöhnlicher Massstab erforderlich ist, wenn man die Hornhautkrümmung des betreffenden Auges bereits ausgemittelt hat.

Man bestimmt nämlich nur die Grösse und Entfernung eines von der vorderen Linsenfläche gespiegelten Objects, dessen Spiegelbild genau die Grösse desjenigen hat, welches von einem anderen Objecte von bekannter Grösse und Entfernung von der Hornhautfläche entworfen wird.

*) v. Gräfe's Archiv für Ophthalmologie. I.2.

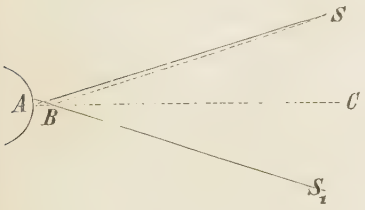
Dass dies zu dem beabsichtigten Zwecke genügt, ist leicht einzusehen, denn die Grösse des Bilds der vorderen Linsenfläche, welches anstatt direct gemessen zu werden, dadurch bestimmt wird, dass man es dem Bilde der Hornhautfläche vollkommen gleich macht, hängt nur ab von der Krümmung der Hornhaut, dem Brechungsindex der wässerigen Feuchtigkeit und der Krümmung der vorderen Linsenfläche, von welchen Stücken sämmtliche bis auf das letzte gesuchte bekannt sind.

Die betreffende Formel s. u. in Coroll. z. diesem §.

Als Objecte für das zu vergleichende Hornhaut- und vordere Linsen-Spiegelbild werden je eine Flamme benutzt, wovon die für die Hornhaut bestimmte beträchtlich schwächer ist, wie die für die vordere Linsenfläche, weil letztere nur viel mattere Bilder liefert.

Als Object für das von der Hornhaut und vorderen Linsenfläche zu spiegelnde Bild dienen nämlich gewöhnlich nicht je 2 Flammen, sondern die Abstände je Einer Flamme von ihrem durch einen horizontalen Spiegel reflectirten Bilde.

Fig. 11.



Ist nämlich A das beobachtete Auge, B ein horizontal liegender Planspiegel (die Ebene der Zeichnung vertical genommen) und S ein Punkt der einen Flamme, welche wir F nennen, so erhält A zwei von S herrührende Strahlenbündel, ein directes in der Richtung S A und ein gespiegeltes in der Richtung S_1B. S u. S_1 stellen die beiden Endpunkte eines Objects dar, dessen Grösse $SS_1 = 2\,SC$, gleich der doppelten Erhebung der Flamme über der Spiegelebene ist. Ebenso verhält es sich mit der anderen Flamme F_1, und man sieht leicht ein, dass man die Entfernung SC der einen Flamme z. B. der für die vordere Linsenfläche bestimmten F_1, leicht so gross machen kann, dass die von besagter Fläche gespiegelten Bilder der Punkte S und S_1 ebenso weit von einander abstehen, als die von der Hornhaut gespiegelten Bilder der für diese bestimmten Flamme F.

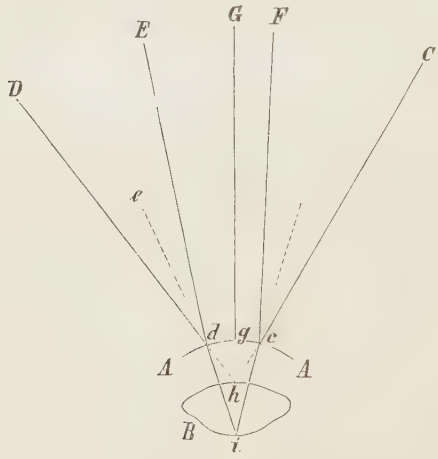
Bei der Ausführung stehen beide Flammen, F und F_1, nicht in, sondern auf der einen Seite der Medianebene A S C und das Auge des Beobachters in ebenso weiter Entfernung von dieser Ebene auf der anderen Seite. *)

*) S. Knapp, über die Lage und Krümmung der Oberfläche der menschlichen Krystallinse, v. Gräfe's Archiv VI, 2. S. 25.

Zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers der **hinteren Linsenfläche** verfährt man ganz auf dieselbe Weise wie bei Ausmittlung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche, nur bediente sich Knapp*) bei Betrachtung der Bildchen statt seiner blosen Augen eines Fernrohres.

Die Bestimmung des scheinbaren Orts des **vorderen** und **hinteren Linsenscheitels****) lässt sich gleichfalls mit hinreichender Genauigkeit erzielen.***) Es soll z. B. der scheinbare Ort h (Fig. 12) der hinteren Linsenfläche bestimmt werden. Das Verfahren lässt sich unmöglich kürzer und klarer beschreiben, als dies von Helmholtz†) selbst geschehen ist. Wir erlauben uns daher seine Construction und Erklärung hier wörtlich wiederzugeben.

Fig. 12.



Es sei (Fig. 12) AA die Hornhaut, B die Linse. Es falle in der Richtung Cc Licht in das Auge, werde gebrochen an der Hornhaut und der vorderen Linsenfläche, dann an der hinteren Linsenfläche in i reflectirt. Der zurückgeworfene Strahl trete bei d aus der Hornhaut und gehe fort in der Richtung dD, wo er das Auge des Beobachters trifft. Jetzt bringe der Beobachter sein Auge nach C genau an die Stelle des Lichts und das Licht nach D genau an die frühere Stelle seines Auges, so wird ein Lichtstrahl wieder genau auf demselben Wege, nur in umgekehrter Richtung D d i c C vom Lichte zum Auge des Beobachters gehen, und es wird bei dieser zweiten Stellung wieder genau dieselbe Stelle der hinteren Linsenfläche das Licht zurückwerfen, wie bei der ersten. Indem

*) S. a. a. O. S. 84.

**) Ersteren muss man schon bei Berechnung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche. letzteren bei Berechnung der hinteren Linsenfläche vorher kennen.

***) Helmholtz, physiol. Optik S. 18 u. 82, v. Gräfe's Archiv f. Ophthalm. I. 2, S. 31 und 57, Knapp a. a. O. S. 13 u. 17.

†) Physiol. Optik S. 82.

man den Ort des Lichts und des Auges des Beobachters, den Ort des beobachteten Auges, sowie den Fixationspunkt des letzteren durch passende Abmessungen bestimmt, erhält man die Winkel, welche die Linien C c, D d und die Gesichtslinie des beobachteten Auges G g mit einander bilden. Um die Punkte c und d auf der Hornhaut zu finden, bringt man, wenn das Auge des Beobachters in D steht, ein kleines Licht entfernt vom Auge so an, dass für den Beobachter der von der Hornhaut entworfene Reflex dieses Lichts mit dem von der hinteren Linsenfläche entworfenen Reflex des Lichts C zusammenfällt. Dies geschieht, wenn der Strahl E d nach D zurückgeworfen wird, wenn also die Halbirungslinie des Winkels E d D senkrecht auf der Hornhautfläche steht. Es sei e d diese Halbirungslinie. Hat man durch passende Abmessungen den Winkel E d D oder E d G bestimmt, so berechnet sich daraus leicht der Winkel, den e d mit G g bildet, und daraus, wenn man die Form und Krümmung der Hornhaut schon gemessen hat, die Länge des Hornhautbogens, der zwischen beiden liegt, oder die Lage des Punkts d auf der Hornhaut. Ebenso wird die Lage des Punkts c bestimmt.

Jetzt kennt man also die Lage des Punkts c und d, die Richtung der Linien C c und D d, man verlängere beide bis sie sich in h schneiden, so ist h der scheinbare Ort des spiegelnden Punkts der hinteren Linsenfläche, d. h. der Ort, wie er durch die Substanz der Linse und Hornhaut hin erscheint.

Zur Ausführung der Messung werden die Lichter C und E, von denen das erstere möglichst gross und hell, das zweite klein sein muss, und durch ein blaues Glas zur besseren Unterscheidung seines Reflexes gefärbt werden kann, an einem vom beobachteten Auge mehrere Fuss entfernten horizontalen Massstabe angebracht. Der Beobachter blickt durch ein kleines Fernrohr, dessen Objectivglas sich ebenfalls dicht an dem Massstabe befindet, um seinen Ort an diesem bestimmen zu können. Dieses Fernrohr wird dann mit dem Lichte C vertauscht.*)

Aus den scheinbaren Orten der beiden Linsenpole kann man bei Kenntniss der vor ihnen befindlichen Medien und Trennungsflächen die wahren Orte berechnen.

Die Linsendicke ergibt sich aus der Differenz des berechneten wahren Abstands des vorderen und hinteren Linsenscheitels vom Hornhautscheitel.

*) Den Ort des vorderen Linsenscheitels bestimmt Helmholtz als im Niveau der Pupille liegend (physiol. Opt. S. 17 u. f.)

Wir bemerken noch, dass die drei, von der Hornhaut und den beiden Linsenflächen erzeugten Spiegelbilder die «Sanson'schen» genannt werden.

Näheres über dieselben ist im folgenden §. enthalten.

Corollarium zu §. III.

I. Formel zur Berechnung des Krümmungshalbmessers der Hornhaut. Setzt man in Gl. (4.) §. 14 $n = -1$, so erhält man für die Entfernung e und Grösse γ des von einem Segmente der Hornhaut, in welchem diese den Krümmungshalbmesser r hat, gespiegelten Bilds eines Objects, dessen Grösse $= b$ und dessen Entfernung von der Hornhaut $= a$ ist, die Gleichungen:

$$e = \frac{a\,r}{2a + r}, \quad \gamma = \frac{b\,r}{2a + r} \text{ *)} \quad (1.),$$

woraus sich zur Berechnung von r aus dem gemessenen Werthe von γ die Gleichung ergibt:

$$r = \frac{2\,a\,\gamma}{b - \gamma}. \quad (2.)$$

II. Formel zur genauen Berechnung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche vermittelst Vergleichung des von dieser entworfenen Bildes mit dem von der Hornhaut entworfenen. — Die Helmholtz'sche Formel.

Es sei (Fig. 13. Taf. I.)

P der Hornhautpol,

P_1 der vordere Linsenpol,

c der Krümmungsmittelpunkt der Hornhaut,

c_1 der Krümmungsmittelpunkt der Linse,

$AP = a$ die Entfernung dss leuchtenden Gegenstandes vom Hornhautpol (sie musste in der Zeichnung viel zu klein dargegestellt werden),

$AB = b$ der Abstand des oberen Endes B des Objects von der verlängerten Augenaxe AF,

$PP_1 = d$ die Distanz des vorderen Linsenpols vom Hornhautpol. Dabei werde angenommen

$r =$ Krümmungshalbmesser der Hornhaut,

$R =$ Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche.

Damit findet man für die Entfernung des Punktes F, in welchem sich die von A ausgehenden Strahlen durch die Wirkung des von der Hornhaut begrenzten humor aqueus vereinigen:

$$PF = \frac{n\,a\,r}{(n-1)\,a - r} = e. \quad (3.)$$

Der von dem Endpunkte B des leuchtenden Objects aus durch den Krümmungsmittelpunkt c der Hornhaut gehende Strahl dringt ungebrochen in den humor aq. ein, folglich muss das Bild des Punktes B in der Verlängerung der Graden B c, und zwar in G, liegen, wenn FG senkrecht auf der optischen Axe

*) Indem sich verhält $b : \gamma = a : e$.

im Vereinigungspunkte F der von A ausgehenden Strahlen errichtet ist. Es ist mithin F G das verkehrte reelle Bild von A B. *) Demnach hat man für die Grösse γ des Bildes F G

$$\gamma = \frac{b}{a + r}(e - r). \quad (4.)$$

Nun wird der vom Endpunkte G des Bildes F G ausgesandte und durch den Krümmungsmittelpunkt c_1 der vorderen Linsenfläche gehende Strahl von letzterer auf derselben Bahn zurückgeworfen, das von der genannten Fläche reflectirte Bild des Punktes G muss mithin in der Geraden G c_1 liegen. Die vom Punkte F ausgehenden Strahlen werden in dem Punkte F_1 vereinigt, für welche, da $P_1 F = e - d$ ist,

$$P_1 F_1 = \frac{(e - d) R}{2(e - d) - R} = e_1. \quad (5.)$$

und man hat für die Grösse des Bildes $F_1 G_1$

$$\gamma_1 = \frac{\gamma}{e - d - R}(e_1 - R). \quad (6.)$$

Dieses Bild ist aufrecht und virtuell. **)

Der Strahl endlich, welcher vom Endpunkte G_1 des von der vorderen Linsenfläche entworfenen Bilds $F_1 G_1$ durch c geht, wird wieder ungebrochen durch die Hornhaut in die Luft austreten, und es muss mithin das Bild dieses Punktes in der Geraden $G_1 c$ liegen. Für den Vereinigspunkt der von F_1 ausgehenden und an der Hornhautoberfläche gebrochenen Strahlen erhält man:

$$P F_2 = \frac{(e_1 + d) r}{n r - (n - 1)(e_1 + d)} = e_2. \quad (7.)$$

Folglich hat man endlich für die gesuchte Grösse des Bildes $F_2 G_2$ die Gleichung:

$$F_2 G_2 = \gamma_2 = \frac{\gamma_1}{e_1 + d - r}(e_2 - r). \quad (8.)$$

Substituirt man aus den vorhergehenden Formeln successive die Werthe von e_2, γ_1, e_1, γ, so erhält man aus (8):

$$\gamma_2 = \frac{n b r R (e - r)}{(a + r)(n r[2(e - d) - R] - (n - 1)[2 d (e - d) + (e - 2 d) R])} \quad (9.)$$

Dieses Bild ist, wie das vorhergehende, virtuell und aufrecht. Für die Grösse des von der Hornhaut entworfenen Spiegelbilds eines leuchtenden Objects γ^1 hat man (nach Formel 2.), wenn b^1 den Abstand des oberen Endes des leuchtenden, in derselben Entfernung a vom Auge befindlichen Objects von der optischen Axe bedeutet:

$$\gamma^1 = \frac{b^1 r}{2a + r}. \quad (10.)$$

*) Dieses Bild kommt natürlich nicht wirklich zu Stande, der durch eine zweite Trennungsfläche veränderte Gang der Strahlen ist aber derselbe, als wenn die auf diese zweite Trennungsfläche treffenden Strahlen von diesem Bilde herkämen.

**) Es kommt ebenfalls nicht wirklich zu Stande.

Da die Grössen b und b^1 eben so gut die Abstände der unteren Endpunkte der leuchtenden Objecte von der optischen Axe bedeuten können, so kann man sie auch für die ganzen Grössen der leuchtenden Objecte gelten lassen, vorausgesetzt, dass diese auf der optischen Axe senkrecht stehen, wobei als dann y_2, y^1 die Bildgrössen der ganzen Objecte bedeuten.

Wählt man nun die Grösse des von der Hornhaut gespiegelten Objects b^1 so, dass $y_1 = y_2$ wird, und setzt

$$\frac{r}{2a+r} = k,\ \frac{b^1}{b} = g,\ \frac{n\,r\,(e-r)}{a+r} = m,\ 2(e-d) = p,\ e-2d = q,$$

so ergiebt sich die gesuchte Gleichung:

$$R = \frac{k\,g\,p\,[n\,r-(n-1)\,d]}{m+k\,g\,[n\,r+(n-1)\,q]} \qquad (11.)$$

Berücksichtigt man noch, dass, wenn f_1, f_2 die vordere und hintere Brennweite der Hornhaut bedeuten,

$$\frac{r}{n-1} = f_1 \text{ und } \frac{n\,r}{n-1} = f_2 \quad (\alpha.)$$

ist, und setzt der Kürze wegen

$$m_1 = \frac{f_2\,(e-r)}{a+r},$$

so erhalten die Formeln (3.) und (11.) auch die Form:

$$e = \frac{a\,f_2}{a-f_1}$$

$$R = \frac{k\,g\,p\,(f_2-d)}{m_1+k\,g\,(f_2+q)}. \qquad (12.)$$

Die Helmholtz'sche Formel, deren sich auch Knapp bedient hat, ist nur eine genäherte, indem sie voraussetzt, dass die Entfernung des leuchtenden Gegenstandes vom Auge im Vergleich zur Grösse des Krümmungshalbmessers und der Brennweite der Hornhaut als unendlich gross betrachtet werden könne. Diess ist nun bei dem hier angewandten Verfahren, d. i. bei Distanzen von 45 und 33 Cm., nicht ganz ohne Bedenken.

Nehmen wir a so gross an, dass die erwähnte Vernachlässigung stattfinden kann, so wird

$$k = \frac{r}{2a},\quad e = f_2,\ m_1 = \frac{f_2\,(f_2-r)}{a},\quad p = 2(f_2-d),\quad q = f_2-2d,$$

$$gr = 2\,q^1\ *)$$

*) Bei Helmholtz (a. a. O. S. 49) ist nämlich q^1 die Brennweite des combinirten Systems, welches aus der spiegelnden Linsenfläche und dem davor befindlichen, von der Hornhaut begrenzten Humor aq. besteht, und die obige Gleichung folgt aus der Proportion $b : b^1 = \frac{r}{2} : q^1$, weil sich die Grösse der leuchtenden Objecte, deren Spiegelbilder gleich gross erscheinen, umgekehrt verhalten müssen, wie die Krümmungshalbmesser der spiegelnden Systeme.

und die Formel (14.) geht über in die genäherte

$$R = \frac{q^1 (f_2 - d)^2}{\frac{1}{2} f_2 (f_2 - r) + q^1 (f_2 - d)}$$

oder, weil zufolge der Formeln (α.) $f_2 - r = f_1$ ist, in die Helmholtz'sche

$$R = \frac{q^1 (f_2 - d)^2}{\frac{1}{2} f_1 f_2 + q^1 (f_2 - d)}. \quad (13.)$$

III. Formel zur Berechnung des Krümmungshalbmessers der hinteren Linsenfläche.

Es seien (Fig. 14.)

P, P_1, P_2 die Pole beziehungsweise der Hornhautoberfläche, der vorderen, der hinteren Linsenfläche,

c, c_1, c_2 die Krümmungsmittelpunkte dieser Flächen,

F, F_1, F_2, F_3, F_4 die Vereinigspunkte der Strahlen, welche beziehungsweise vom Axenpunkte A des leuchtenden Objects AB, dann succesive von den Punkten F, F_1, F_2, F_3 ausgehen und respective von den Flächen mn, $m_1 n_1$, $m_2 n_2$, $m_1 n_1$, mn gebrochen oder (von $m_2 n_2$) reflectirt werden,

FG, $F_1 G_1$, $F_2 G_2$, $F_3 G_3$, $F_4 G_4$ die in diesen Punkten durch die genannten Flächen erzeugten Bilder, — dabei sei wieder

die Entfernung des leuchtenden Gegenstandes vom Auge = a,

die lineare Grösse des leuchtenden Objects = b,

der Halbmesser der Hornhaut = r,

der Halbmesser der vorderen Linsenfläche = R_1,

der Halbmesser der hinteren Linsenfläche = R_2,

die Entfernung des vorderen Linsenpols von der Hornhaut $PP_1 = d$,

die Dicke der Linse $P_1 P_2 = d_1$

und endlich sei noch

n das Brechungsverhältniss des Humor aq. zur Luft,

n_1 der Linsensubstanz zum Humor aq.

Alsdann hat man für die absoluten Grössen der Vereinigungsweiten e, e_1, e_2, e_3, e_4 und der Bilder γ, γ_1, γ_2, γ_3, γ_4:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\ PF = \frac{n r a}{(n-1)a - r} = e,\ FG = \gamma = \frac{b}{a + r}(e - r)\\
&2)\ P_1F_1 = \frac{n_1 (e - d) R_1}{R_1 + (n_1 - 1)(e - d)} = e_1,\ F_1G_1 = \gamma_1 = \frac{\gamma}{e - d - R_1}(e_1 - R_1)\\
&3)\ P_2F_2 = \frac{(e_1 - d_1) R_2}{R_2 + 2(e_1 - d_1)} = e_2,\ F_2G_2 = \gamma_2 = \frac{\gamma_1}{e_1 - d_1 + R_2}(R_2 - e_2)\\
&4)\ P_1F_3 = \frac{(d_1 - e_2) R_1}{R_1 n_1 - (n_1 - 1)(d_1 - e_2)} = e_3,\ F_3G_3 = \gamma_3 = \frac{\gamma_2}{e_2 - d_1 + R_1}(R_1 - e_3)\\
&5)\ PF_4 = \frac{(e_3 + d) r}{r n - (n-1)(e_3 + d} e_4,\ F_4G_4 = \gamma_4 = \frac{\gamma_3}{r - d - e_3}(r - e_4)
\end{aligned}\right\} (14.)$$

Sämmtliche fünf Bilder sind verkehrt, vom ersten bis dritten an Grösse abnehmend, vom dritten bis letzten zunehmend.

γ_4 drückt die Grösse des von dem Beobachter gesehenen Spiegelbilds, welches die hintere Linsenfläche von dem leuchtenden Objecte entwirft, aus.

Durch successive Substitution erhält man γ_4 (Gl. 14.) als Function der Grösse b des leuchtenden Objects. Wählt man nun die Grösse b des Objects für das gleichzeitig zu erzeugende Hornhautspiegelbild γ^1 wieder so, dass beide Spiegelbilder gleich gross werden, so hat man $\gamma_4 = \gamma^1$, wo γ^1 wieder den durch Gl. (10) gegebenen Werth hat.

Setzt man nun der Kürze wegen

$$\frac{b^1}{b} = g,\ 2(e_1 - d_1) = p,\ e_1 - 2d_1 = q,$$

$$\frac{n n_1 r (2a + r)}{(n - 1) a - r} = f,\ (n_1 - 1)(e - d) = k,\ n r - (n - 1) d = l$$

und bemerkt, dass

$$e_1 = \frac{n_1 R_1 (e - d)}{R_1 + k},$$

so findet man die Formel:

$$R_2 = \frac{([n_1 l - (n-1) d_1] R_1 - (n_1 - 1) l d_1) p g (R_1 + k)}{f R_1^2 - ([(n-1) q + n_1 l] R_1 + (n_1 - 1) l q) g (R_1 + k)}. \quad (15.)$$

Berücksichtigt man wieder, dass $\frac{nr}{n-1} = F_2$ und $\frac{r}{n-1} = F_1$ ist, wenn F_1 und F_2 die vordere und hintere Brennweite der Hornhaut bedeuten, und setzt

$$n_1 - 1 = \nu,\ F_2 - d = \varphi,$$

so wird

$$f = \frac{n_1 F_2 (2a + r)}{a - F_1}, \quad e = \frac{a F_2}{a - F_1}$$

und die Formel (15.) geht in folgende über:

$$R_2 = \frac{g p (R_1 + k) [R_1 (n_1 \varphi - d_1) - \nu \varphi d_1]}{\mu f R_1^2 - g (R_1 + k) [R_1 (q + n_1 \varphi) + \nu \varphi q]}. \quad (16.)$$

wo $\mu = \frac{1}{n-1}$.

Die mittelst dieser Formel berechneten Werthe weichen jedoch von den von Knapp gefundenen Werthen wenig ab.

Berücksichtigt man dabei, dass die zu Grunde liegenden Beobachtungen nicht so scharf wie die des Hornhautbildchens ausfallen können, so möchte wohl in praxi die Knapp'sche Näherungsmethode als genügend angesehen werden können.

Knapp nimmt nämlich vorerst, gestützt auf die Helmholtz'sche Untersuchung, den Krümmungshalbmesser der hinteren Linsenfläche gleich der doppelten Brennweite des combinirten spiegelnden Systems dieser Fläche + 0,1 Mm. und berechnet hiermit, sowie mittelst der übrigen, vorher bestimmten Elemente die s. g. Cardinalpunkte des Auges. Alsdann wendet er die Formel (13.) an, in welcher hier für $f_2 - d$ der Abstand p des hinteren Brennpunkts des Auges

von der hinteren Linsenfläche, für f_1, f_2 die Hauptbrennweiten des Auges und $q^1 = \frac{1}{2} g r$ zu nehmen ist. Die Gl. (13.) erhält so die Gestalt:

$$R_2 = \frac{g r p^2}{f_1 f_2 - g r p}. \quad (17.)$$

Er denkt sich nämlich die spiegelnde Fläche parallel mit der Hinterfläche der Linse und dicht an dieser gelegen, und kann somit das optische System des Auges in der erwähnten Formel für die Hornhaut einsetzen.

IV. Formel zur genauen Berechnung der Linsendicke und des Orts des hinteren Linsenscheitels. — Gang der Berechnung der optischen Constanten.

Setzt man in dem System der Formeln (14.) $e_2 = 0$, indem man für das Bild γ_2 einen im Scheitel der hinteren Linsenfläche befindlichen leuchtenden Punkt annimmt, so erhält man die beiden Gleichungen:

$$e_3 = \frac{d_1 R_1}{R_1 n_1 - (n_1 - 1) d_1}, \qquad e_4 = \frac{(e_3 + d) r}{r n - (n - 1)(e_3 + d)}.$$

Substituirt man den Werth von e_3 aus der ersten dieser beiden Gleichungen in die zweite, so ergibt sich:

$$e_4 n r [R_1 n_1 - (n_1 - 1) d_1] = [r + (n - 1) e_4] (n_1 d R_1 + d_1 [R_1 - (n_1 - 1) d])$$

und man erhält hieraus für die Dicke der Linse die Formel:

$$d_1 = \frac{n_1 R_1 (n r e_4 - d [r + (n - 1) e_4])}{[r + (n - 1) e_4] [R_1 - (n_1 - 1) d] + n (n_1 - 1) r e_4}.$$

Setzt man nun ψ statt e_4, so dass ψ die scheinbare Distanz des hinteren Linsenscheitels vom Hornhautscheitel, oder der durch seine Entfernung vom Hornhautscheitel bestimmte scheinbare Ort ist, wo der hintere Linsenscheitel von einem vor dem (beobachteten) Auge befindlichen Beobachter gesehen wird, welcher Ort nach obiger Methode zu bestimmen ist und setzt wieder

$$n_1 - 1 = \nu, \quad \frac{r}{n - 1} = F_1, \quad \frac{n r}{n - 1} = F_2,$$

wo

$$n = 1{,}3365, \quad n_1 = 1{,}0883$$

ist, und F_1, F_2 die vordere und hintere Brennweite der Hornhaut bedeuten, so erhält die Formel für die Linsendicke folgende Gestalt:

$$d_1 = \frac{n_1 R_1 [\psi F_2 - d (F_1 + \psi)]}{\nu \psi F_2 + (F_1 + \psi)(R_1 - \nu d)}. \quad (18.)$$

Hiermit hat man für den wahren Abstand ψ_1 des hinteren Linsenscheitels von der Hornhaut:

$$\psi_1 = d + d_1. \quad (19.)$$

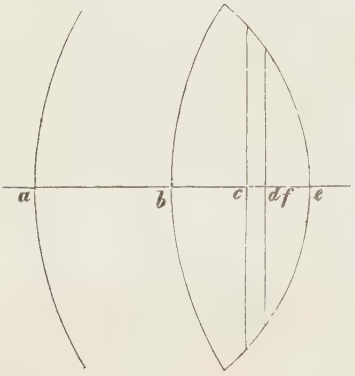
Aus der Differenz der dem Fern- und Nahesehen entsprechenden Werthe von d_1 und ψ_1 kann man denn auch die Zunnahme (Δd_1) der Linsendicke und das Vorschieben ($\Delta \psi_1$) der hinteren Linsenfläche, mit-

hin auch des ganzen Linsenkörpers bei der Accommodation für die Nähe (S. §. IV.) leicht berechnen.

Knapp hat bei seiner Berechnungsmethode die Cardinalpunkte der Linse dem schematischen Auge von Listing entnommen und, nachdem er berechnet hat, wo, im Humor aq. gesehen, der scheinbare Ort des hinteren Linsenscheitels sich befindet, berechnet er mittelst jener Cardinalpunkte den gesuchten wirklichen Ort.

Wir wollen nun noch untersuchen, wie gross der Fehler ist, der dabei begangen wird.

Fig. 15.



Es sei (Fig. 15.) a der Scheitel der Hornhaut, b der vordere und e der hintere Linsenscheitel, c der vordere und d der hintere Hauptpunkt der Linse, und f der von dem in Humor aq. befindlich gedachten Auge des Beobachters durch die Linse hindurch gesehene scheinbare Ort des hinteren Linsenscheitels; ferner werde gesetzt:

$$a\,b = d, \quad b\,c = \delta, \quad c\,d = \delta_1,$$
$$a\,f = \psi, \quad a\,e = \psi_1:$$

so hat man vermöge der bekannten Cardinalformel der Optik:

$$f_1 = -\frac{F_1 f_2}{F_2 - f_2},$$

wo F_1 und F_2 die vorderen und hinteren Brennweiten und f_1 und f_2 die vorderen und hinteren Vereinigungsweiten des betreffenden Systems sind. Dieses System ist hier die Linse, und die Frage ist, wo liegt der leuchtende Punkt e, welcher durch die Linse, vom Humor aq. aus gesehen, in f erscheint? Man muss hier in der vorstehenden Formel setzen

$F_1 = F_2 = \Phi =$ der Brennweite der Linse in Humor aq.,

$f_2 = c\,f$ (bekannt) und $f_1 = d\,e$ (gesucht) nehmen.

Da nun

$$f_2 = \psi - d - \delta; \quad - f_1 = \psi_1 - d - \delta - \delta_1$$

ist, so hat man, wenn man noch

$$d + \delta = D$$

setzt:

$$\psi_1 = D + \delta_1 - f_1, \quad f_1 = \frac{-\Phi(\Phi - d)}{\Phi + D - \psi},$$

oder

$$\psi_1 = D - \delta_1 + \frac{\Phi(\Phi - d)}{\Phi + D - \psi}. \quad (20.)$$

Dies ist die Formel für das Knapp'sche Verfahren in welcher für δ, δ_1, Φ die schematischen Werthe genommen werden. Differentiirt man nun ψ_1 nach D und δ_1, so ergibt sich:

$$\Delta\psi_1 = \Delta D + \Delta\delta_1 - \frac{\Phi_2}{(\Phi + D - F)^2}\,\Delta D.$$

Da sich nun die beiden Glieder mit ΔD nahezu aufheben, so hat man ziemlich genau

$$\Delta\psi_1 = \Delta\delta_1,$$

d. h. der bei diesem Verfahren entstehende Fehler ist sehr nahe gleich dem Fehler in der Annahme der Entfernung der beiden Knotenpunkte der Linse von einander.

Aus der mittelst der Formel (18) ausgeführten Berechnung dreier von Knapp gemessener Augen geht das bereits von Knapp behauptete, jedoch in seinem Werthe-Schema nicht berücksichtigte Vorrücken des Linsenkörpers bei der Accommodation für die Nähe hervor (s. S. 43). Es beträgt in den drei Fällen von Knapp im Durchnitt 0,1062.

Das Verfahren zur Berechnung derjenigen s. g. optischen Constanten, aus denen sich die Cardinalpunkte des Auges herleiten lassen*) (nach §. II), ist folgendes:

1) Man berechnet die Krümmung der Hornhaut aus den unmittelbaren ophthalmometrischen Messungen nach Helmholtz oder Knapp**) vermittelst der Formel (2.).

2) Aus dem durch Messungen bestimmten scheinbaren Orte des vorderen Linsenscheitels berechnet man den wahren Ort desselben mittelst der Formel

$$d = \frac{f_2\,\varepsilon}{f_1 + \varepsilon},$$

wo d die wahre und ε die scheinbare Entfernung des vorderen Linsenpols vom Hornhautscheitel ist und f_1, f_2 die vordere und hintere Brennweite der Hornhaut bedeuten.

3) Nun berechnet man nach der Formel (12) den Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche vermittelst des Verhältnisses $g = \frac{b_1}{b}$, wo b_1 und b die Grössen der leuchtenden Objecte sind, welche beziehungsweise von der Hornhaut und der vorderen Linsenfläche gespiegelt gleich grosse Bilder geben. (Bei Helmholtz und Knapp ist diese Grösse $g = \frac{q}{\frac{1}{2}r}$, mithin unter q das Product von g mit dem halben Krümmungshalbmesser der Hornhaut verstanden.)

4) Hierauf berechnet man nach Formel (18) die wirkliche Dicke der Krystalllinse vermittelst des durch Messungen gefundenen scheinbaren Orts der

*) Man kann sie die *cardinalen Constanten* nennen.

**) Die Krümmung der Hornhaut des menschlichen Auges. Heidelberg 1860.

hinteren Linsenfläche, und hieraus den wahren Ort genannter Fläche durch Gl. (19.)

5) Endlich berechnet man mittelst der Formel (16) oder des oben angeführten approximativen Verfahrens von Knapp, welches hier genügend genaue Resultate zu liefern scheint, den Krümmungshalbmesser der hinteren Linsenfläche mit Hilfe des Verhältnisses $g = \frac{b_1}{b}$, wo b^1 und b die Grössen der leuchtenden Objecte sind, welche beziehungsweise von der Hornhaut und hinteren Linsenfläche gespiegelt gleich grosse Bilder geben. Bei Helmholtz und Knapp ist wieder $q = \frac{1}{2}rg$, wo r der Krümmungshalbmesser der Hornhaut ist.)

---

§. IV. Von der Accommodation des Auges.

Man versteht unter *Accommodationsvermögen* die Fähigkeit des Auges, sich für nahe und ferne Gegenstände nach Bedarf einzustellen. Ein normales Auge vermag von der Entfernung von einigen Zollen an bis in unendliche Entfernung deutlich zu sehen. Diese Eigenschaft, sowie das grosse Gesichtsfeld zeichnen das Auge vor allen optischen Instrumenten aus und verleihen ihm erst seinen vollen Werth. Das Mittel zur Accommodation ist die Krystalllinse, deren Convexität vergrössert und deren Körper ein wenig nach der Hornhaut zu vorgerückt werden kann. Bei Abwesenheit aller Accommodationsthätigkeit ist das normale Auge für die unendliche Ferne accommodirt.

Um nun den Mechanismus der Accommodation zu erklären, ist es nöthig, der oben §. I. gegebenen kurzen Beschreibung des Auges einige anatomische Details hinzuzufügen. Zunächst interressirt es, die Befestigungsart der Linse im Auge zu kennen.

Da der ganze Hohlraum des Auges hinter der Linse durch den Glaskörper ausgefüllt ist, so muss dieser eine der hinteren Linsenfläche entsprechende Vertiefung haben. Dieselbe wird die *„tellerförmige Grube“* genannt. Sie ist von der den ganzen Glaskörper umhüllenden feinen Membran, der *Glashaut* (*Membrana hyaloidea*), überkleidet, welche ihrerseits fest mit der hinteren Fläche der Linsenkapsel verlöthet ist. Die Glashaut spaltet sich etwas nach innen von mm (Fig. 1, Taf. I), woselbst sie mit der Retina verschmolzen ist, in zwei Blätter, von denen das hintere vv den Boden der tellerförmigen Grube überzieht und der

Linse an ihrer hinteren Fläche zur Befestigung dient, und das vordere, stärkere uu, welches den besonderen Namen *Strahlenplättchen* (*Zonula Zinnii*) führt, sich nach dem Linsenrande wendet, um sich an diesem, theils an der Vorder-, theils an der Hinterfläche der Linse, anzuheften*) und die Randbefestigung der Linse zu bewirken. Zwischen diesen beiden Blättern der Glashaut, in welche der Linsenrand eingesetzt ist, befindet sich ein enger dreieckiger, um letzteren herum vorlaufender Kanal (*canalis Petiti*), welcher etwas Flüssigkeit enthält. Zwischen der Regenbogenhaut (s. §. I.) und den Strahlenplättchen befinden sich nun in der Umgegend des Linsenrands noch zwei Gebilde von hoher Wichtigkeit für die Accommodation, der Strahlenkörper und der Ciliarmuskel.

Der *Strahlenkörper* oder *Strahlenkranz* tt (*corpus ciliare*, s. *corona ciliaris*) ist der vorderste Theil der Aderhaut (Chorioidea), — von dieser durch einen wellenförmig gezackten Rand, *Ora serrata* genannt, abgegrenzt, — welcher sich nach innen und etwas nach vornen bis in die Nähe des Linsenrands, allmälig an Dicke zunehmend, erstreckt, und daselbst mit einem freien, kolbigen, den Linsenrand in einem geringen Abstande ringförmig umgebenden Rande endigt. An seiner äusseren Hälfte (von der Ora serrata bis zu seiner Mitte) ist er ganz eben, an seiner inneren Hälfte dagegen durchaus mit strahlenförmig gegen die optische Axe gerichteten, faltenartigen Vorsprüngen, den *Strahlenfortsätzen* (processus ciliares), gegen siebenzig an der Zahl, versehen, die dicht nebeneinander gereiht und gegen die Axe des Auges gerichtet, in entsprechende Falten des Strahlenplättchens eingreifen. Sie bestehen grösstentheils aus Blutgefässen, deren Venen sich in die wegen ihrer eigenthümlich wirbelartigen Anordnung so genannten *Vasa vorticosa* der gleichfalls sehr gefässreichen Aderhaut entleeren.

Auf der hinteren Fläche des Strahlenkörpers und dessen innerem Rande ist eine mehrfache Lage schwarzer Pigmentzellen ausgebreitet.

Der *Ciliarmuskel* ww (*musculus ciliaris* s. *ligamentum ciliare*), auch *Spanner der Aderhaut* (*tensor chorioideae*) genannt, umgibt als ein unfähr 3,4$^{mm.}$ breiter grauweisser Ring den vorderen Theil der Aderhaut. Mit seinem dickeren vorderen Rande entspringt er an der vordersten Grenze der Sclerotica (s. §. I.), wo diese in die Hornhaut

*) Je nachdem nämlich die Zonula über einen Strahlenfortsatz weg, oder zwischen zwei Strahlenfortsätzen hingeht, inserirt sie an der Vorder- oder Hinterfläche der Linse. In der Fig. 1, Taf. I ist dies Verhalten auf je einer Seite der Linse angedeutet.

übergeht, und hängt auch mittelst dieses Rands mit dem äusseren Rande der Regenbogenhaut zusammen. Mit seinem hinteren Rande geht er in die äussere Lamelle der Chorioidea über. Seine äussere Fläche ist mit der inneren Wand der Sclerotica und seine innere mit dem Strahlenkörper in lockerer Verbindung. Seine Fasern sind s. g. glatte (nicht quergestreifte), wie sie in der Regel bei denjenigen Muskeln vorkommen, welche dem Willen nicht unterworfen sind. Wenn sie sich verkürzen, so wird die Aderhaut nach vornen und der äusere Rand der Regenbogenhaut nach hinten gezogen.

Die *Regenbogenhaut* 11′ *(Iris)* (s. o. S. 5) besitzt einen den Pupillarrand in der Breite von $1^{mm.}$ umgebenden Ringmuskel *(Sphincter pupillae)*, welcher bei seiner Contraction die Pupille verengt, und einen vom äusseren, oder Ciliarrande, nach dem inneren Rande der Iris radial verlaufenden und daselbst mit dem vorhergehenden verschmelzenden Muskel *(Dilatator pupillae)*, welcher, wenn er sich zusammenzieht, die Pupille erweitert.

Bevor wir nun auf den Modus der Accommodation näher eingehen, haben wir noch Verschiedenes anzuführen.

Das Auge hat einen Fernepunkt und einen Nahepunkt. Der *Fernepunkt* liegt in der Distanz der fernsten Objecte und der *Nahepunkt* in der Distanz der nächsten Objecte, welche das Auge bei entsprechendem Gesichtswinkel noch deutlich zu erkennen vermag. Diejenigen Gegenstände, welche sich jenseits des Fernepunkts und diesseits des Nahepunkts befinden, vermag es nicht vollkommen deutlich zu sehen.

Beim Uebergang der Accommodation vom Fernepunkt zum Nahepunkt sind folgende Veränderungen am Auge zu bebemerken:

1) Die Pupille verengert sich. Dieser Vorgang ist für das Nahesehen von wesentlichem Nutzen, indem dadurch die divergenteren Strahlen, der von den einzelnen Punkten eines Objects ausgehenden Strahlenkegel vom Auge abgehalten werden. Bringt man ein Kartenblatt, in welches man eine noch viel feinere Oeffnung als die der Pupille mit einer Nadel gestochen hat, nahe vor ein Auge, so kann man durch die Oeffnung auch noch solche Gegenstände, welche sich ziemlich weit diesseits des Nahepunkts befinden, deutlich sehen.

2) Der Pupillarrand der Iris rückt mit der vorderen Linsenfläche etwas nach vornen, wobei zu bemerken ist, dass bei unthätiger Accommodation die Irisebene im Niveau des vorderen

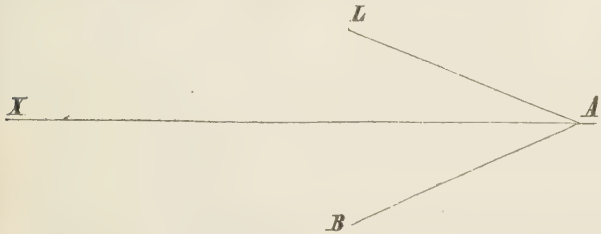
Linsenscheitels liegt. (Ueber das Nähere des betreffenden Versuchs s. Helmholtz phys. Opt. S. 103.)

3) Die peripherischen Theile der Iris weichen nach hinten zurück und die vordere Augenkammer vertieft sich am Rande. Nach Cramer kann man diesen Vorgang bei Kindern mit blossen Augen beobachten, nach Helmholtz kann man sich davon auch bei Erwachsenen überzeugen. Wenn man nämlich Licht ganz von der Seite her auf das Auge fallen lässt, so dass die Iris grösstentheils beschattet ist, so bildet sich bei der richtigen Stellung des Auges in Folge der durch das mit wässeriger Feuchtigkeit erfüllte Kugelsegment der Hornhaut bewirkten Brechung der Lichtstrahlen auf der dem Lichte gegenüber liegenden Seite der Iris ein gekrümmter heller Streifen, eine s. g. kaustische Linie. Beleuchtet man nun das zu beobachtende Auge, welches abwechselnd einen näheren und ferneren Fixationspunkt betrachtet, welche sich genau decken, so von der Seite, dass die auf der Iris entworfene kaustische Linie nahe am Ciliarrande erscheint, so sieht man sie bei der Accommodation für die Nähe sich dem Rande nähern, bei der für die Ferne sich davon entfernen.

4) Die von den beiden Linsenflächen herrührenden *Sanson'schen Bildchen* werden kleiner.

Um diese Bildchen zu beobachten muss das Zimmer vollständig verdunkelt sein und es darf sich kein heller Gegenstand vor dem Auge befinden. Man stellt eine grosse und helle Lampenflamme seitwärts von der Blicklinie des Beobachteten in gleicher Höhe mit dessen Auge auf.

Fig. 16.



In Fig. 16 sei A der Ort des beobachteten Auges, AX dessen Blicklinie, L der Ort der Lampe und B der Ort des beobachtenden Auges.

Fig. 17.

Alsdann sieht letzteres in der Richtung gegen A die drei Bildchen der Flamme in der Stellung der Fig. 17, zuerst das helle Hornhautbild a, sodann das weit zurückliegende, grosse, aber verwaschene Bild b der vorderen Linsenfläche und dann das verkehrte, ziemlich nahe liegende, gut begrenzte, aber kleinste Bild c

der hinteren Linsenfläche. Bringt man unterhalb der Flamme einen horizontalen Spiegel an, so dass zwei Flammen, die wirkliche und die gespiegelte, ihr Licht in das beobachtete Auge senden, so sieht man anstatt jedem der drei reflectirten Bilder zwei über einander stehende, deren Entfernung bei verschiedenen Accomodationszuständen des beobachteten Auges sich verändert. Besonders rücken die beiden zusammengehörigen Bilder der vorderen Linsenfläche bei der Accommodation für die Nähe zusammen und werden kleiner, auch die Bilder der hinteren Linsenfläche rücken dabei etwas näher zusammen und werden etwas kleiner.

Zum Behufe der Bestimmung der optischen Constanten eines Auges kann man auf die im vorigen §. beschriebene Weise genaue Messungen dieser Bilderpaare in beiden Accommodationszuständen machen, wobei sich ergiebt, dass das Hornhautreflexbild unverändert bleibt. Aus letzterem Ergebniss schliesst man, dass die Hornhautkrümmung bei den verschiedenen Accommodationszuständen des Auges unverändert bleibt.

Der Hauptfactor der Accommodation ist ohne Zweifel der erst in neuerer Zeit als solcher von Brücke erkannte Ciliarmuskel. (S. o. S. 39). Ist er gelähmt, wie dies z. B. öfter vorübergehend bei Diphtheritis vorkommt, oder künstlich durch Atropineinträufelung bewirkt wird, so ist eine Einstellung des Auges für die Nähe unmöglich.

Die Wirkung der Contraction dieses Muskels besteht nun darin, dass der Chorioidealsack mit dem in ihm enthaltenen Glaskörper etwas nach vornen*), der Ciliarrand der Iris dagegen nach hinten gezogen und dabei die Zonula Zinnii, welche die Krystalllinse radial gespannt erhält, erschlafft wird, so dass sich die letztere vermöge der Elasticität ihrer Fasern vom Rande nach der Mitte zu contrahiren kann.

Auch die Muskeln der Iris sind für die Accommodation von wesentlichem Nutzen, indem durch ihre Contraction das an sich weiche und dehnbare Gewebe der Iris die nöthige Spannung erhält, um dem vorgedrängten Linsenkörper einen Widerstand entgegenzusetzen.

Die bei der Accommodation für die Nähe mit der Krystalllinse vorgehenden Veränderungen sind nun nach den Resultaten, welche der Verfasser aus den genauen Messungen von Helm-

*) Eine Verschiebung der Aderhaut nach dem Ciliarmuskel hin wurde von C. Völkers und V. Hensen direct beobachtet (Studien über die Accommodation in No. 46 des Centralblattes für die medicinischen Wissenschaften 1866).

holtz und Knapp mittelst exacter Formeln und zum Theile approximativer Rechnungen erhalten hat*), folgende:

1) Die ganze Linse rückt ungefähr $^1/_{10}$ Millimeter nach vornen.

2) In Folge ihrer Elasticität nähern sich ihre Randtheile ein wenig der Mitte, und wird dadurch ihre Vorder- und Hinterfläche im Ganzen etwas convexer.

3) Der vom Pupillarrande eingefasste Theil der vorderen Linsenfläche wölbt sich, hauptsächlich in Folge der Anspannung des Choriodealsacks und des dadurch bedingten Vorgedrängtwerdens des Linsenkörpers, vermittelst des Glaskörpers, so in die gespannte Pupille hinein, dass theils hierdurch, theils durch den unter 2) erwähnten Vorgang die Krümmung des Pupillartheils die der angrenzenden Zone um ungefähr $^1/_{10}$ Millimeter übertrifft.**)

Durch diese Vorgänge wird der Raum der vorderen Augenkammer etwas verkleinert. In dem Maasse als dies geschieht, werden die Ciliarfortsätze, die von hinten durch den vorgedrängten Glaskörper gedrückt werden, auch von vornen durch die sich Raum verschaffende wässerige Feuchtigkeit gepresst und geben in Folge davon von ihrem verhältnissmässigen Reichthum an venösem Blute so viel nach hinten in die vasa vorticosa der Chorioidea ab, als nöthig ist, um der vorderen Augenkammer ihr constantes Volumen zu erhalten. Nach approximativer Berechung wäre hierzu nur der Abfluss von 6,8 Kubikmillimeter, d. i. ungefähr $^1/_{10}$ Tropfen Blut ausreichend. Die unter 1—3 erwähnten Vorgänge werden zusammen unter dem Ausdrucke «Mechanismus der Accommodation» begriffen.

Wir haben nun noch die Begriffe, welche sich auf die Leistung und die Grenzen der Accommodationskraft beziehen, etwas näher zu definiren und die präcisen mathematischen Ausdrücke dafür zu finden.

Nach dem Vorhergehenden befindet sich ein Auge, welches für seinen Fernepunkt accommodirt ist, oder ein normales für unendlich eingestelltes Auge, im Ruhezustande der Accommodation, d. h. sein Ciliarmuskel ist entspannt, seine Accommodationsanstrengung gleich Null, dagegen befindet sich ein für seinen Nahepunkt accommodirtes Auge im Zustande der grössten Accommodationsanspan-

*) Mechanik der Accommodation, Reichert's und du Bois-Reymond's Archiv 1868. 3.

**) Das Hervorwölben der Linse in die Pupille wurde hauptsächlich von Cramer und Donders vertreten.

nung, seine Accommodationskraft hat dabei das Maximum ihrer Wirkung erreicht. Der zur Einstellung des Auges für einen in der Entfernung e befindlichen Gegenstand nöthige Aufwand A_e an Accommodationskraft steht bei einem normalen Auge in umgekehrtem Verhältniss dieser Entfernung und man hat mithin dafür den Ausdruck $A_e = \frac{1}{e}$. Für ein Auge, dessen Fernpunkt nicht in unendlicher, sondern in einer endlichen Entfernung = f liegt, wird dieser Ausdruck:

$$A_e = \frac{1}{e} - \frac{1}{f}, \quad (1).$$

so dass A_e an der Fernegrenze des deutlichen Sehens, wo e = f ist, Null wird.

Für ein normalgebautes Auge, dessen Fernepunkt immer in Unendlich liegt, ist $\frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} = 0$, folglich ist sein Accommodationsaufwand, um für die Entfernung $e = 6''$ zu accommodiren, $= 1/6$; für ein myopisches Auge aber, dessen Fernepunkt z. B. in 20″ Entfernung liegt, ist dieser Aufwand nur $= 1/6 - \frac{1}{20}$ $= \frac{1}{8\frac{4}{7}}$, für ein hypermetropisches Auge dagegen, dessen Fernepunkt z. B. in $-20''$ liegt, ist derselbe =

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{20} = \frac{1}{4\frac{6}{13}}$$

und es wird ihm derselbe nur in früher Jugend zu Gebote stehen.

Bezeichnet man die Entfernung des Nahepunkts mit n und die des Fernepunkts wieder mit f, so hat man für die beiden äussersten Werthe des Accommodationsaufwands:

$$A_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{f}, \qquad A_f = 0,$$

mithin ist die ganze *disponible Accommodationskraft* A eines Auges $= A_n - A_f$ d. i.

$$A = \frac{1}{n} - \frac{1}{f}. \quad (2).$$

Dies ist auch der Ausdruck für die in neuerer Zeit, nach Donders, s. g. *„Accommodationsbreite."*

Dieselbe ist, wie die Accommodationskraft selbst, unabhängig von der Entfernung der bildauffangenden Wand der Camera obscura des Auges, oder mit anderen Worten, von der Länge der Augenaxe.

Bei dem gewöhnlichen zweiäugigen Sehen sind bei der Einstellung der Augen für nahe Objecte sowohl die bei der Accommodation betheiligten Muskeln als auch die die Innenwendung des Augapfels bewirkenden Augenmuskeln in Anspruch genommen und es bildet sich in Folge der Häufigkeit dieser gemeinschaftlichen Action zwischen ihnen eine s. g. *Association* aus, so dass diese beiden Arten von Muskeln nicht ohne vorher behufs der respectiven Emancipation vorgenommenen vielfachen Uebungen für sich allein in Contraction versetzt werden können. Auch beeinflussen sich in Folge dieses Verhältnisses Accommodation und Convergenz der Augenaxen gegenseitig. Donders unterscheidet desshalb verschiedene Arten von Accommodationsbreiten.

1) Die absolute — hierbei wird der Fernpunkt bei möglichst geringer Convergenz (mitunter selbst Divergenz), der Nahepunkt bei möglichst starker Convergenz der Augenaxen, wobei er etwas ferner als der Convergenzpunkt liegt, angenommen — sie betrug bei einem 15jährigen normalsichtigen Knaben $\frac{1}{3{,}69}$ —;

2) die binoculare — hierbei fällt der Nahepunkt mit demjenigen Convergenzpunkt zusammen, für welchen man noch accommodiren kann, es liegt etwas ferner wie bei No. 1, — bei dem Knaben sub 1 betrug sie $\frac{1}{3{,}90}$ —;

3) die relative für einen gegebenen Grad der Convergenz. Diese wird beim Maximum der Convergenz gleich Null.

Bei der Zunahme der Convergenz rücken sowohl der Nahe- als der Fernepunkt näher heran.

Donders fand bei obigem Knaben folgende Werthe:

Convergenzwinkel.	Entfernung des Convergenzpunktes.	Fernepunkt.	Nahepunkt.	Relative Accommodationsbreite.
0	∞	∞	11	$\frac{1}{11}$
22° 50′	6	12	4,16	$\frac{1}{6{,}4}$
40° 38′	3	—	3,8	$\frac{1}{9}$
70°	2	3,69	3,69	0

Bei normalsichtigen Augen rückt mit den zunehmenden Jahren der Nahepunkt immer weiter hinaus, während der Fernepunkt nahezu unverändert bleibt, die Accommodationsbreite nimmt mithin immer mehr ab. Donders hat aus zahlreichen Beobachtungen gefunden,*) dass diese, auch bei kurzsichtigen Augen statthabende, schon mit dem zehnten (nach Mac-Gillavry mit dem fünfzehnten) Lebensjahre beginnende Abnahme ein gewisses Gesetz beobachtet, von dem die individuellen Fälle nicht beträchtlich abweichen. Die Ursache dieser Abnahme beruht wahrscheinlich in zunehmender Rigidität der Linsenfasern, weniger in der abnehmenden Kraft des Ciliarmuskels.

Der zwischen Nahe- und Fernepunkt gelegene Gürtel des Sehfelds heisst *„das Accommodationsgebiet“*, auch die *„Weite des deutlichen Sehens“* des Auges. **) Seine in der Richtung der Gesichtslinie, welche die die Netzhautgrube treffende Richtungslinie (Seite 6, Note) ist, gemessene Breite hängt nicht, wie die Accommodationsbreite, allein von der veränderlichen Brennweite des Doppelobjectivs des Auges, oder dem brechenden System, sondern auch wesentlich von der Länge der Augenaxe ab, welche bei verschiedenen Augen erheblich verschieden ist.

Aus diesem Grunde eignet sich auch der für die Breite L des Accommodationsgebiets (nicht zu verwechseln mit der Accommodationsbreite S. 44) sich ergebende Ausdruck

$$L = f - n, \quad (3.)$$

wo n und f wieder die Entfernungen des Nahe- und Fernepunkts vom Auge bedeuten, nicht zur Vergleichung der disponibeln Accommodationskräfte verschiedener Augen.

Unter *mittlerer Sehweite* m versteht man diejenige Entfernung, für welche ein Auge unter Aufwand seiner halben disponiblen Accommodationskraft sich accommodiren kann.

Aus Gleichung (1) hat man:

$$\frac{1}{e} = A_e + \frac{1}{f},$$

*) Beiträge z. Kenntniss d. Refractions- u. Accommodationsanomalien. Archiv VI. 1 u. 2,

**) Liegt z. B. der Nahepunkt eines Menschen in 4″, der Fernepunkt in 25″ Entfernung, so sagt man: ein in 20″ Entfernung befindlicher Gegenstand liegt in seiner Sehweite, dagegen ein in 30″ Entfernung befindlicher liegt nicht in seiner Sehweite.

folglich auch, da hier der Definition zufolge

$$A_e = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{f}\right), \quad \frac{1}{e} = \frac{1}{m}$$

ist:

$$\frac{1}{e} = \frac{1}{m} = \frac{f - n}{2\,f\,n} + \frac{1}{f},$$

oder

$$\frac{1}{m} = \frac{f + n}{2\,f\,n}, \quad (4).$$

oder auch, was dasselbe ist:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{f}\right). \quad (4^1).$$

Ist z. B. $f = \infty$ und $n = 5''$, so ist die mittlere Sehweite $m = 10''$, für $f = 20''$, $n = 4''$ ist $m = 6^2/_3''$, für $f = -20$, $n = 8$, ist $m = 26^2/_3''$.

Die normale mittlere Sehweite wird zu 10—12 Zoll angenommen.

Aus (Gl. 4.) ersieht man, dass die mittlere Sehweite mit zunehmendem Werthe von n, also mit dem ferner rückenden Nahepunkt, auch immer weiter hinausrückt.

Das Accommodationsgebiet kann man als aus den diesseits und jenseits der mittleren Sehweite liegenden Theilen bestehend betrachten.

Der erste $\mathfrak{A}$, dem Auge zunächst gelegene, Theil ist $= m - n$, der zweite $\mathfrak{B}$ jenseits der mittleren Sehweite liegende, $= f - m$. Vermöge Gl. (4.) sind beide Theile auch beziehungsweise

$$\mathfrak{A} = \frac{n\,(f - n)}{n + f}. \quad \mathfrak{B} = \frac{f\,(f - n)}{n + f}.$$

Addirt man beide Theile, so erhält man für die Breite L des ganzen Accommodationsgebiets den obigen Werth (3). Dieselbe ist bei normalen oder fernsichtigen Augen unendlich, während sie bei myopischen Augen, welche dieselbe Accommodationsbreite oder Kraft besitzen, nur wenige Zolle beträgt.

Das Verhältniss beider Bestandtheile des Accommodationsgebietes zu einander ist

$$\mathfrak{A} : \mathfrak{B} = n : f.$$

Die Differenz derselben wird ausgedrückt durch

$$\mathfrak{B} - \mathfrak{A} = \frac{(f - n)^2}{f + n}.$$

Man findet noch leicht folgende Relationen (wobei A die Bedeutung (2.) S. 44 hat):

$$f = \frac{n}{1 - A\,n}, \quad (\alpha.)$$

$$m = \frac{2\,n}{2 - A\,n}, \quad \text{oder} \quad \frac{1}{m} = \frac{1}{n} - \frac{1}{2}\,A, \quad (\beta.)$$

$$n = \frac{2\,m}{2 + A\,m}, \quad \text{d. i.} \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{m} + \frac{1}{2}\,A; \quad (\gamma.)$$

$$f - n = \frac{A\,n^2}{1 - A\,n}, \quad (\delta.)$$

$$f - n = \frac{4\,A\,m^2}{4 - A^2 m^2} \quad (\varepsilon.)$$

$$\frac{1}{f - n} = \frac{1}{A\,m^2} - \frac{A}{4}. \quad (\varepsilon.)$$

Aus der letzten Formel ersieht man, dass bei einer und derselben Accommodationsbreite A das Accommodationsgebiet f — n um so grösser ist, je grösser die mittlere Sehweite m ist.

Die individuelle mittlere Sehweite lässt sich durch Ausmittelung der Entfernung des Nahe- und Fernepunktes vermittelst der Formel (4¹.) direct bestimmen. Ist sie aber sehr gross oder negativ, so muss man sich dazu einer Brille bedienen, welche bei Aufwand der halben disponiblen Accommodationskraft das Sehen auf 12″ Entfernung ermöglicht.

Zufolge der in §. VI enthaltenen Formel (b) hat man die Relation:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{F},$$

wo F die Nummer oder Brennweite der entsprechenden Brille, a die normale mittlere Sehweite = 12″ und α die gesuchte mittlere des presbyopischen oder hypermetropischen Auges ist.

Wäre z. B. F = 6, so hätte man

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{12} - \frac{1}{6} = -\frac{1}{12},$$

d. h. das Auge wäre stark hypermetropisch und seine mittlere Sehweite = — 12, d. h. es würde bei Aufbietung seiner mittleren Accommodationskraft für Strahlen, die nach einem in 12″ hinter seinem mittleren Knotenpunkt befindlichen Punkte convergirten, accommodirt sein.

Da sich beim Fernsehen die Entfernung des Objects bedeutend verändern kann, ohne dass das von dem Doppelobjective des Auges erzeugte Bild desselben seine Distanz vom Hauptpunkte des Auges merklich ändert, so ist auch das in seiner Accommodationsruhe befindliche Auge für eine diesseits unendlich liegende Strecke so eingestellt, dass keine merkliche Undeutlichkeit beim Sehen der innerhalb derselben befindlichen

Gegenstände statt hat. Nach Helmholtz (physiol. Opt. S. 92) liegt diese Strecke für ein normales Auge zwischen Unendlich und zwölf Meter Entfernung.

Da man gewöhnlich die Entfernungen e, n, f in pariser oder rheinländischen Zollen ausdrückt, so entspricht der zuletzt betrachteten Strecke e′ ein Aufwand A^1 von Accommodationskraft, wofür man, da $1^{m.} = 36{,}9''$ (par. M.) ist, nach Gl. (1) hat:

$$A^1 = \frac{1}{e'} = \frac{1}{12 \times 36{,}9} = \frac{1}{443}.$$

Nimmt man diesen Werth als Norm an und betrachtet ihn als für jeden Accommodationszustand eines Auges unveränderlich, so ist das für die Entfernung e eingestellte Auge für ein Bereich b accommodirt, für das man hat

$$b = e - e'', \quad \text{wenn} \quad \frac{1}{e''} = \frac{1}{e} + \frac{1}{443},$$

und mithin

$$b = \frac{e^2}{e + 443}. \qquad (4.)$$

Ist z. B. $e = 30''$, so ist $b = 1{,}9''$, ist $e = 10''$, so ist $b = 0{,}22''$.

Wir nennen diejenige Strecke, innerhalb welcher ein Auge, ohne seinen Accommodationszustand zu ändern, Gegenstände deutlich sieht, das *„Accommodationsbereich“*. *)

Seine mit der Entfernung e desjenigen Punkts, für welchen das Auge mit idealer Genauigkeit eingestellt ist, veränderliche Ausdehnung b ist durch die Gl. (4) annähernd gegeben. **)

Von denjenigen Gegenständen, welche sich nicht in dem augenblicklichen Accommodationsbereiche befinden, mögen sie innerhalb oder ausserhalb der Sehweite liegen, erhält das Auge, wenn es seinen Accommodationszustand nicht ändert, kein deutliches Netzhautbild.

Das einem gegebenen, Accommodationszustande entsprechende, verkehrte reelle Bild liegt hinter der Netzhaut, wenn das Object näher liegt, vor der Netzhaut, wenn letzteres ferner liegt als das Accommodationsbereich, für welches das Auge eingestellt ist.

---

*) Dieses ist wesentlich verschieden von dem »Accommodationsgebiete« (s. o.). Czermak gebraucht dafür, indem er die Reihe hinter einander liegender Punkte des Sehfeldes in's Auge fasst, für welche eine gleichzeitige Accommodation stattfindet, »Accommodationslinie«. Wundt, Beiträge der Theorie der Sinneswahrnehmung, S. 112.

**) Durch die vom Verf. angenommene Reizempfänglichkeit der verschiedenen Retinaschichten (Abschn. II. §. II) wird das Accommodationsbereich noch erheblich erweitert.

Fig. 18a.

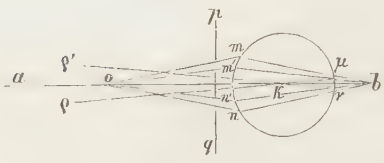
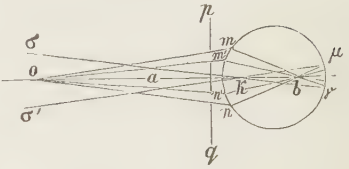


Fig. 18b.



Ist z. B. (Fig. 18 a. u. b.) o ein Objectpunkt und das Auge für a eingestellt, so liegt im Falle der Fig. 18 a der Bildpunkt b hinter der Netzhaut, im Falle der Fig. 18 b vor der Netzhaut.

Auf der Netzhaut selbst entsteht in beiden Fällen, anstatt des Bildes eines Punktes, eine Kreisfläche von Durchmesser μr. Diese wird *„Zerstreuungskreis“* genannt.

Sein Durchmesser hängt ab von der Weite der Oeffnung m n, welche hier die Pupille repräsentirt, und dem Durchmesser des Kreises m n μr, oder der Länge der Augenaxe.

Je enger die Pupille ist, desto kleiner sind die Zerstreuungskreise.

Indem die Zerstreuungskreise der verschiedenen Punkte eines Objects in einander übergreifen, stören sie die Deutlichkeit des Bilds, je nach ihrer Grösse, mehr oder minder erheblich.

Hält man vor das eine Auge einen aus einem Kartenblatte bestehenden Schirm p q, in welchem sich zwei feine mit einer Nadel gestochene Oeffnungen befinden, die einander etwas näher sind, als die Pupille breit ist, so erzeugt der Strahlenkegel o m m^1 ein Bild des Punkts a in μ und der Strahlenkegel o n n^1 ein solches in r; in Folge hiervon sieht das Auge den Punkt o d o p p e l t, und zwar wird das der oberen Oeffnung entsprechende Bild im Falle der Fig. 18 a in der Richtung von $\mu\varrho$, d. i. nach unten, im Falle der Fig. 18 b in der Richtung $\mu\sigma$, d. i. nach oben gesehen. Das der unteren Oeffnung entsprechende Bild wird im ersten Falle nach $r\varrho^1$, d. i. nach oben und im zweiten nach $r\sigma^1$ d. i. nach unten gesehen.*)

Eine die Netzhaut in einem Punkte μ treffende Reizung erzeugt nämlich die Vorstellung eines in der von μ aus durch den mittleren Knotenpunkt gehenden Richtung, d. i. in der Richtungslinie (s. Note z. S. 6), gelegenen Objects.

Der soeben angeführte *Versuch* ist der bekannte *Scheiner*'sche. Als

*) Die so erzeugten Doppelbilder werden m o n o c u l a r e genannt.

BOSTON MEDICAL LIBRARY NOV 19 1917

Object dient gewöhnlich das Köpfchen einer Stecknadel, welche man gegen das Fenster hält.

Vermittelst des Scheiner'schen Versuchs kann man auch leicht den Nahe- und Fernepunkt eines Auges ausmitteln.

Lässt man nämlich das zu prüfende Auge durch die Oeffnungen des Kartenblatts eine aus der Nähe allmälig ferner rückende Nadel betrachten, so ist der Nahepunkt da, wo das Auge anfängt, das Köpfchen der Nadel genau einfach zu sehen, und der Fernepunkt da, wo dieses Einfachsehen beim weiteren Hinausrücken der Nadel aufhört. Dieses Aufhören findet natürlich nur bei einem kurzsichtigen Auge statt. Der Zerstreuungskreis hängt sehr von der Weite der Pupille ab. Durch eine kleine Oeffnung, z. B. eines Kartenblatts, kann ein fernsichtiges Auge noch verhältnissmässig kleine Schrift lesen.

Nach der oben gegebenen Anseinandersetzung ist die Accommodation ein zusammengesetzter mechanischer Act, welcher nicht so ganz leicht zu erfassen ist. Eine Menge von Hypothesen wurden bis in die neueste Zeit darüber aufgestellt. Nach dem heutigen Stande der Wissenschaft haben wir deren nur zwei anzuführen:

1) Die in neuester Zeit von Coccius*) vertheidigte, welche darin besteht, dass die Ciliarfortsätze bei der Accommodation für die Nähe einen Druck auf den Linsenrand ausübten. Coccius nimmt an, dass durch den auf die hintere Wand des Petit'schen Canals gerichteten Druck des Glaskörpers und den seitlichen Druck des Ciliarmuskels vermittelst der anschwellenden und nach innen gedrängten Ciliarfortsätze eine resultirende Kraft erzeugt werde, welche gegen den Linsenrand zu gerichtet sei. Die Anschwellung der Ciliarfortsätze erklärt er dadurch, dass sie durch den Ciliarmuskel an den Glaskörper angepresst würden und die Venen dem Drucke mehr unterlägen, wie die Arterien.

Es ist gegen die zahlreichen Beobachtungen, welche diese Theorie unterstützen, hauptsächlich einzuwenden, dass der Gegenstand derselben keine normale Augen, sondern immer iridektomirte, d. h. solche waren, welche einen mehr oder weniger beträchtlichen Theil der Iris verloren hatten und deren den Umfang des Linsenrands begrenzende Gebilde eine wesentliche Veränderung erfahren hatten.

2) Die in der neuesten Zeit noch von den grössten Autoritäten der Physiologie und Opthalmologie begünstigte Theorie, welche besagt, dass die Linse lediglich in Folge ihrer Elasticität ihre Form so weit als nöthig ändere, indem durch die Contraction des Ciliarmuskels die Zonula erschlafft und dadurch den Randtheilen der Linse verstattet werde, nach innen zu rücken, wodurch ihre Dicke und Convexität zunähme.

Dieselbe stützt sich hauptsächlich auf das Factum der erhaltenen Accommodationsfähigkeit iridektomirter Augen.

Allein bei solchen Augen finden andere Verhältnisse als bei normalen statt, und es erscheint wahrscheinlich, dass die Blutgefässe der Ciliarfortsätze in Folge

*) Der Mechanismus der Accommodation des menschlichen Auges. Leipzig 1868.

Wegfalls der Iris sich stärker entwickeln und mithin in Folge der Anspannung der Choiroidea bei der Accommodation für die Nähe mehr Blut nach hinten abgeben, wodurch der Linse Raum zu weiterem Vorrücken verschafft wird*), oder dass in dem Falle iridektomirter Augen ein directer Druck auf den Linsenrand in der von Coccius angenommenen Weise statt hat.

Die Constanten des von Helmholtz angenommenen schematischen Auges bei Einstellung für den Nahe- und Fernepunkt sind folgende:

	Accommodation für	
	Ferne	Nähe
Angenommen:		
Brechungsvermögen des hum. aqu. et vitr. $\frac{103}{77}$		
„ der Krystalllinse $\frac{16}{11}$		
Krümmungsradius der Hornhaut	8,0	8,0
„ der vorderen Linsenfläche	10,0	6,0
„ der hinteren „	6,0	5,5
Ort der vorderen Linsenfläche	3,6	3,2
„ „ hinteren „	7,2	7,2
Berechnet:		
Vordere Brennweite der Hornhaut	23,692	23,692
Hintere „ „ „	31,692	31,692
Brennweite der Linse (in hum. aq.)	43,707	33,785
Abstand des vorderen Hauptpunktes der Linse von der vorderen Fläche	2,1073	1,9745
„ des hinteren Hauptpunktes der Linse von der hinteren Fläche	1,2644	1,8100
„ der beiden Hauptpunkte der Linse von einander	0,2283	0,2155
Hintere Brennweite des Auges	19,875	17,756
Vordere „ „ „	14,858	13,274
Ort des vorderen Brennpunktes	—12,918	—11,241
„ „ ersten Hauptpunktes	1,9403	2,0330
„ „ zweiten „	2,3563	2,4919
„ „ ersten Knotenpunktes	6,957	6,515
„ „ zweiten**) „	7,373	6,974
„ „ hinteren Brennpunktes	22,231	20,248

*) A. a. O. (Reichert's und du Bois-Reymond's Archiv, S. 386) hat Verf. für angenommene mittlere Werthe der Constanten gefunden, dass ein Vorrücken der Linse um 1,055mm. genügt, um das Auge von Unendlich auf 200mm. Distanz einzustellen.

**) Bei d. Accomm. f. d. Nähe rücken mithin die Hauptpunkte ungefähr 0,1mm nach hinten u. die Knotenpunkte um 0,4mm nach vornen.

Ueber die Wirkungssphäre der bei den Veränderungen der Pupille betheiligten zwei nervösen Systeme erlauben wir uns, aus L. Hermann, Grundriss der Physiologie, 3. Aufl. S. 334 Folgendes wörtlich zu entlehnen:

„Die Weite der Iris wird bestimmt durch den Contractionszustand der beiden antagonistischen Irismuskeln, des Sphincter und Dilatator pupillae, jener ist vom Oculomotorius, dieser vom Sympathicus abhängig. Werden beide, oder ihre Nerven gleich stark gereizt, so überwiegt das Sphincter, so dass die Pupille sich verengt. Für gewöhnlich sind beide Nerven in einem gewissen Erregungszustande (Tonus), denn wenn einer derselben durchschnitten wird, so erhält der vom andern beherrschte Muskel das Uebergewicht. Durchschneidet man den Sympathicus (am Halse), so verengt sich die Pupille, wenn man den Oculomotorius durchschneidet, so erweitert sie sich. . . .

Bewegungen der Iris treten hauptsächlich unter folgenden Umständen ein:

1) Reizung des Opticus verengt die Pupille durch reflectorische Reizung des Oculomotorius. Die Pupille verengt sich daher, wenn Licht in das Auge fällt, und um so stärker, je intensiver das Licht ist. Hierdurch wird die Beleuchtung der Retina einigermassen regulirt. Die Verengerung tritt auch ein bei Reizung des Opticusstammes (Mayo) und bleibt aus nach Durchschneidung des Oculomotorius. Reizung Eines Opticus genügt, um beide Pupillen zu verengen. Ueberhaupt sind beide Pupillen im normalen Zustande stets gleich weit. — (Donders.)

2) Bei der Accommodation für die Nähe verengt sich die Pupille, ebenso durch Gifte, welche krampfhafte Accommodation für die Nähe bewirken (Calabarbohne). Diese Verengung geschieht durch Reizung der pupillenverengenden Nerven und ist als eine Art von Mitbewegung zu betrachten. Die Verengerung tritt später ein und geht (bei der toxischen Form) schneller vorüber, als die Accommodation, ist daher von dieser nur in gewissem Grade abhängig.

3) Drehung des Bulbus nach innnen bewirkt, ebenfalls durch eine Art Mitbewegung, Pupillenverengerung, durch Erregung des Oculomotorius. Da die Augen im Schlafe nach innen und oben gedreht sind, so erklärt sich daraus die Pupillenverengerung im Schlafe.

4) Während der Dyspnö ist eine Pupillenerweiterung vorhanden, die mit dem Eintritt der Asphyxie vorübergeht. Dieselbe beruht auf Reizung des pupillenerweiternden Centrum im Mark, denn sie bleibt aus, wenn vorher der Sympathicus durchschnitten worden.

5) Starke Erregung sensibler Nerven bewirkt reflectorisch eine Pupillenerweiterung (Bernard, Westphal).

6) Starke Muskelanstrengungen (namentlich starke In- und Exspirationen) sind mit Pupillenerweiterung verbunden (Romain-Vigouroux). Ausserdem bemerkt man schon in der Norm bei jedem Pulse eine sehr geringe Verengerung, ebenso bei jeder Exspiration, überhaupt scheint jeder Blutzufluss zur Iris eine Verengerung zu bewirken; so erklärt sich auch die bei Abfluss des Humor aqueus eintretende Pupillenverengerung. (Hensen und Völkers.)

7) Zahlreiche Gifte bewirken, sowohl bei Einführung in das Blut als bei örtlicher Application, Veränderungen der Pupille. Erweiternd wirkt namentlich Atropin, und zwar durch Lähmung der Endigungen des Oculomotorius im Sphinter iridis. Verengend wirken: Nicotin, Calabar, Morphium etc., und zwar nach den Einen (Hirschmann, Rosenthal) durch Lähmung der Sympathicusendigungen im Dilatator, nach Andern (Grünhagen) durch Reizung des Oculomotorius. — Die anästhesirenden Gifte (Chloroform, Alcohol etc.) bewirken zuerst Verengerung, dann Erweiterung.

Corollarium zu §. IV.

Optische Constanten. Den oben gegebenen Constanten des Helmholtz'schen schematischen Auges beim Nahe- und Fernesehen wollen wir hier noch diejenigen eines lebenden Auges (Joh. Sommer) nach Knapp's Messungen und Berechnungen *) hinzufügen.

	Ferne	Nähe
Angenommen:		
Brechungsindex des Kammerwassers (hum. aq.) b. d. Berechnung des Hornhautsystems 1,3365		
„ desselben u. d. Glasfeuchtigkeit (hum. vit.) bei den anderen Systemen . . . . . $\frac{103}{77}$		
Totaler Brechungsindex der Krystalllinse . . $\frac{16}{11}$		
Gemessen:		
Krümmungsradius des Hornhautscheitels im horiz. Merid.	7,7705	7,7705
„ der vorderen Linsenfläche	8,2972	5,9213
„ „ hinteren „	5,3546	4,6585
Ort des vorderen Linsenscheitels	3,5924	3,0343
„ „ hinteren „	7,5127	7,5127
Berechnet:		
Vordere Brennweite der Hornhaut	23,095	23,095
Hintere „ „ „	30,895	30,895
Brennweite der Krystalllinse (in hum. aq.)	38,176	31,971
Abstand des vorderen Hauptpunktes der Linse von der vorderen Fläche	2,2420	2,3180
„ des hinteren Hauptpunktes der Linse von der hinteren Fläche	1,4484	1,9416
„ der beiden Hauptpunkte der Linse von einander	0,2299	0,2188

*) v. Graefe's Archiv VI. 2, S. 40.

	Ferne	Nähe
Hintere Brennweite des Auges	18,640	17,165
Vordere „ „ „	13,951	12,847
Ort des vorderen Brennpunktes des Auges	— 11,819	— 10,696
„ „ hinteren „ „ „	21,180	19,759
„ „ ersten Hauptpunktes „ „	2,1321	2,1506
„ „ zweiten „ „ „	2,5400	2,5939
„ „ ersten Knotenpunktes „ „	6,821	6,469
„ „ zweiten „ „ „	7,2289	6,9123
Entfernung der beiden Hauptpunkte des Auges von einander	0,4079	0,4433
Vorrücken des hinteren Knotenpunktes bei der Accommodation	0,3166	

Sanson'sche Bilder. Mit den als „angenommen“ und „gemessen“ überschriebenen Werthen von Knapp hat Vf. nach den im vorigen §. gegebenen Formeln für ein in 33 Centimeter Entfernung befindliches Object von der linearen Grösse = 1 die Entfernungen e und Grössen γ des Hornhautspiegelbilds und der Spiegelbilder der vorderen und hinteren Linsenfläche berechnet. (Von den unter den Bildern der beiden Linsenflächen aufgeführten kommen natürlich nur die letzten (γ_2, resp. γ_3) zu Stande. Es ist jedoch nicht uninteressant, die natürlichen Werthe für die Lage und Grösse sämmtlicher successiver Bilder in den beiden Accommodationszuständen zu vergleichen.)

Object = 1*) in 33 Centimeter Entfernung.

1) Hornhautspiegelbild (nach Formel (1.) Seite 30)

e = 3,8400, γ = 0,1164.

2) Bilder der vorderen Linsenfläche.

(Vgl. Fig. 13 und Formeln (3.) bis (9.) Seite 31.)

Fernesehen.	Nahesehen.
$PF = e =$ 33,1849	33,1849
$FG = \gamma =$ 0,07524	0,07524
$P_1F_1 = e_1 =$ 4,8250	3,1603
$PF_1 = e' =$ 8,4174	6,1904
$F_1G_1 = \gamma_1 =$ 0,01227	0,00789
$PF_2 = e_2 =$ 8,6589	5,7745
$F_2G_2 = \gamma_2 =$ 0,01690	0,00999

*) Der Werth 1 ist hier ein abstracter und kann dafür irgend ein beliebiger concreter genommen werden, der alsdann als Factor der Grössen γ, γ_1, γ_2 anzusehen, d. h. mit denselben zu multipliciren ist.

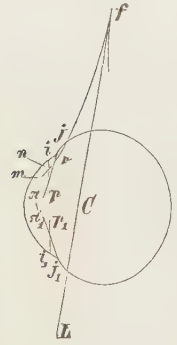
3) Bilder der hinteren Linsenfläche.
[Vgl. Fig. 14, Formeln (14.)]

Fernesehen.	Nahesehen.
$PF = e = 33.1849$	33,1849
$FG = \gamma = 0{,}07524$	0,07224
$P_1F_1 = e_1 = 24{,}4927$	22,6356
$PF_1 = e_1' = 28{,}0851$	25,6699
$F_1G_1 = \gamma_1 = 0{,}05369$	0,05202
$P_2F_2 = e_2 = -2{,}3690$	$-2{,}1329$
$PF_2 = e_2' = 5{,}1437$	5,3798
$F_2G_2 = \gamma_2 = 0.00618$	0,00584
$P_1F_3 = e_3 = 1{,}4477$	2,2268
$PF_3 = e_3' = 5{,}0398$	5,2611
$F_3G_3 = \gamma_3 = 0{,}00628$	0,00604
$PF_4 = e_4 = 4{,}5069$	4,7456
$F_4G_4 = \gamma_4 = 0{,}00750$	0,00728

Für die Entfernungen und Grössen der zur Anschauung gelangenden drei Spiegelbilder, nämlich der Sanson'schen Bilder des einen der drei von Knapp gemessenen lebenden Augen, dessen Constanten wir oben S. 54 angeführt, hat man demnach:

	Entfernungen.		Grössen.	
	Ferne-sehen	Nahe-sehen	Ferne-sehen	Nahe-sehen
Hornhautbild	3,8400	3,8400	0,01164	0,01164
Bild der vorderen Linsenfläche .	8,6589	5,7745	0,01690	0.00999
„ „ hinteren „ .	4,5069	4,7456	0,00750	0,00728

Fig. 19.



Man ersieht hieraus, dass beim Nahesehen die Bilder hinsichtlich ihres Orts und ihrer Grösse nicht sehr von einander verschieden sind.

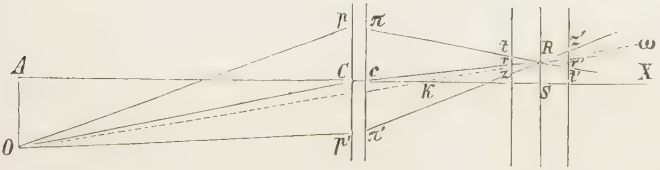
Das Zurückweichen des Ciliarrands der Iris beim Nahesehen. Experiment von **Helmholtz** (S. 41).

Es sei (Fig. 19.) ii' die Hornhaut, C ihr Krümmungsmittelpunkt, ipp'i' die Iris bei der Accommodation für den Fernpunkt, $j\pi\pi'j'$ dieselbe bei der Accommodation für den Nahepunkt, und in dem weiter vom Auge entfernt zu denkenden Orte L befinde sich eine Lampe. Alsdann ist f der hintere Vereinigspunkt der von L ausgehenden und von der mit humor aq. angefüllten Hornhaut gebrochenen Strahlen.

Nun ist bekannt, und wird im nächsten § weiter erörtert, dass nicht alle von L ausgehenden Strahlen nach dem Punkte f hin gebrochen werden, sondern dass die divergenteren derselben diesseits des Punkts f eine Reihe an Licht immer schwächer werdender Durchschnittspunkte bilden, welche ihrerseits Brennflächen constituiren, deren Durchschnitte mittelst durch Lf gelegter Ebenen Brennlinien*) von der Form f n m darstellen. (Von diesen Brennlinien ist aber nur das Stück n m, respective n m sichtbar, weil der übrige Theil hinter die Iris und Linse fallen würde und gar nicht zur Bildung gelangt.)

Man sieht nun, dass der Schnittpunkt v der Brennlinie mit der Fläche der an ihrem Ciliarrande zurückgezogenen Iris i π dem Rande i näher liegt, als der Schnittpunkt n der Brennlinie mit der in ihrer natürlicher Lage ip (bei inactiver Accommodationskraft) befindlichen Iris.

Fig. 20.



Zerstreuungskreise. Ist (Fig. 20) p p' der scheinbare Ort der von Aussen durch Hornhaut und humor aq., $\pi\pi'$ der scheinbare Ort der vom Glaskörper aus durch die Krystalllinse hindurch gesehenen Pupille, und ist bei irgend einer gegebenen Augenstellung, für welche die vordere Brennweite des Auges F_1' und die hintere F_2' ist, R der hintere Vereinigungspunkt sämmtlicher vom Objectpunkt O ausgegangener und von der Pupille durchgelassener Strahlen, so gehen die am Umfange der Pupille hindurchtretenden Strahlen in der Richtung von π oder π' nach R. Die Retina müsste sich in R S befinden, wenn die von F ausgegangenen Strahlen in Einen Punkt vereinigt werden sollten. Befindet sie sich aber in t z oder t' z' und ist $\pi\pi' = p$, so ist t z oder t' z' $= \alpha$, gleich dem Durchmesser des Zerstreuungskreises, und man hat die respectiven Werthe für α:

$$\alpha = \frac{c\,R - c\,r}{c\,R}\,p, \quad \text{oder } \alpha = \frac{c\,r^1 - c\,R}{c\,R}.$$

Nimmt man an, dass die scheinbaren Lagen p p', $\pi\pi'$ der Pupille mit den Hauptebenen, von denen sie nicht viel differiren, zusammenfallen, und sind

*) Als Gleichung einer Brennlinie findet man, wenn Af die Axe der ξ und A der Ursprung der ξ, η ist:

$$\eta = \frac{4\,(e - \xi)^3}{3\,|\,3\,C}, \quad (5.)$$

wo

$$e = \frac{n\,a\,r}{(n-1)\,a - r}, \quad C = \frac{(n\,e + a)\,(a + e)^2}{2\,(n-1)^2\,a^3\,e}$$

ist, und a und e die vordere und hintere Vereinigungsweite, r den Krümmungshalbmesser der brechenden Fläche und n den Brechungsindex des humor aqueus bedeuten.

$f_1 = OC = AC$, $f_2 = cR = cS$ die conjugirten Vereinigungsweiten, so hat man vermöge Gl. (10′.) (S. 15):

$$cR = f_2 = \frac{F_2' f_1}{f_1 - F_1'}. \quad (\alpha.)$$

Wenn nun φ_1 bei einem ursprünglich normalen und nicht krankhaft veränderten Auge die Distanz des Nahepunkts von dem scheinbaren Mittelpunkte C der Pupille, beim nahesichtigen aber die Distanz des Nahepunkts von C ist, und F_1, F_2 die entsprechenden Hauptbrennweiten bedeuten, so erhält man für die Entfernung φ_2 (= cr, resp. cr′) der Retina von c den Ausdruck:

$$\varphi_2 = \frac{F_2 \varphi_1}{\varphi_1 - F_1} \quad (\beta.)$$

Die beiden obigen Ausdrücke für α kann man auch in einen vereinigen, indem man schreibt:

$$\alpha = \pm\left(\frac{f_2 - \varphi_2}{f_2}\right) p, \text{ oder } \alpha = \pm\left(1 - \frac{\varphi_2}{f_2}\right) p.$$

Substituirt man hierin die Werthe von f_2, φ_2 aus Gl. (α.) u. (β.), so ergibt sich

$$\alpha = \pm\left[1 - \frac{F_2 \varphi_1 (f_1 - F_1')}{F_2' f_1 (\varphi_1 - F_1)}\right] p. \quad (\gamma.)$$

Beim ursprünglich normal gebauten Auge ist $\varphi_1 = \infty$, mithin $\frac{\varphi_1}{\varphi_1 - F_1} = 1$, und die Gl. ($\gamma$.) wird:

$$\alpha = \left[1 - \frac{F_2 (f_1 - F_1')}{F_2' f_1}\right] p. \quad (\delta.)$$

Ein Beispiel befindet sich am Ende des §. VI (Zusatz). Ist die Accommodationskraft des Auges unthätig, so ist $F_1' = F_1$, $F_2' = F_2$, und man hat

$$\alpha = \frac{F_1}{f_1} p. \quad (\delta.')$$

Nimmt man bei einem nahesichtigen Auge, dessen Nahepunkt in der Distanz $\varphi_1 = 4''$ liegt und dessen erste Hauptbrennweite $F_1 = \frac{1}{2}''$ ist, an, dasselbe sei für seinen Nahepunkt accommodirt, so dass $F_1' = F_1$, $F_2' = F_2$, so gibt die Formel (γ.)

$$\alpha = -\left[1 - \frac{8}{7}\left(\frac{f_1 - \frac{1}{2}}{f_1}\right)\right] p, \text{ oder } \alpha = \left(\frac{1}{7} - \frac{4}{7 f_1}\right) p.$$

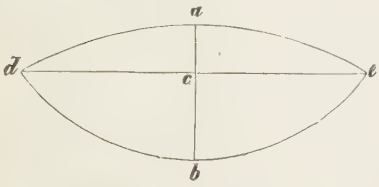
Hier ist also der Durchmesser des Zerstreuungskreises für aus Unendlich kommende Strahlen (oder für $f_1 = \infty$) gleich $\frac{1}{7}$ p, d. h. $= 1/7$ des Pupillendurchmessers. *)

Mechanik der Accommodation. Die in Accommodationsruhe befindliche durch die Zonula in Spannung erhaltene Linse hat jedenfalls eine symmetrische Gestalt und wird eine solche, wenn sie ihrer Elasticität durch Erschlaffung der Zonula überlassen wird, auch behalten. Ist nun diese Gestalt auch nicht derart, dass ihre beiden Flächen zwei sphärische Segmente sind, so wird

*) Helmholtz hat (physiol. Opt. S. 99) blos die Formel (δ'.), welche für Strahlen, die von einer grösseren Entfernung herkommen, als für welche das Auge accommodirt ist, z. B. bei myopischen Augen für Strahlen, welche von jenseits des Fernepunktes herkommen, nicht gelten kann, indem sonst der Zerstreuungskreis bei letzteren immer kleiner werden müsste, je mehr die Entfernung des Objects wächst, während das Gegentheil der Fall ist.

doch die Abweichung von dieser Form wesentlich nur die Randgegend betreffen, und wird der durch diese Abweichung bedingte Fehler in der Annahme des Volumens bei beiden extremen Accommodationszuständen derselbe sein. *) Kann also bei den nach genauen Beobachtungen und Messungen berechneten Krümmungshalbmessern und Dicken der Linse in beiden Accommodationszuständen das Volum bei der sphärischen Form nicht dasselbe bleiben, so wird es dies auch nicht bei derjenigen Form, welche die Linse wirklich besitzt, wenn sie nämlich ihrer Elasticität frei überlassen bleibt.

Fig. 21.



Setzt man (Fig. 21.) das der Kugelfläche d a e vom Halbmesser r_1 zugehörige Stück der Linsenaxe $ac = x$ und das der Kugelfläche d b e vom Halbmesser r_2 angehörige $cb = y$, so hat man die Gleichung

$$r_1^2 - (r_1 - x)^2 = r_2^2 - (r_2 - y)^2,$$

oder durch Reduction

$$2r_1 + x^2 = 2r_2 y - y^2. \quad (\odot)$$

Setzt man nun die Linsenfläche $= d$ und somit

$$d = x + y, \quad (\mathfrak{D})$$

so ergeben sich aus $(\odot)$ u. $(\mathfrak{D})$ die beiden Gleichungen:

$$x = \frac{d\,(2r_2 - d)}{2\,(r_1 + r_2 - d)}, \quad y = \frac{d\,(2r_1 - d)}{2\,(r_1 + r_2 - d)}. \quad (6.)$$

Für das Volum v_1 und v_2 der beiden Kugelabschnitte d a e und d b e hat man bekanntlich (wenn π das Peripherieverhältniss bedeutet):

$$v_1 = \pi x^2 (r_1 - \tfrac{1}{3} x), \quad v_2 = \pi y^2 (r_2 - \tfrac{1}{3} y) \quad (7.)$$

und mithin für das Volum des Körpers d a e b

$$V = v_1 + v_2. \quad (8.)$$

Substituirt man die Werthe aus (6.) in (7.) und dann diese in (8.) und ordnet nach den Potenzen von d, so erhält man die Gleichung:

$$\begin{aligned} &\tfrac{2}{3} d^6 - 4(r_1 + r_2) d^5 + [6(r_1 + r_2)^2 + 8 r_1 r_2] d^4 \\ &- 8[\tfrac{1}{3}(r_1^3 + r_2^3) + 3 r_1 r_2 (r_1 + r_2) - V^1] d^3 \\ &+ 8(r_1 + r_2)[r_1 r_2 (r_1 + r_2 - 3V^1] d^2 + 24 V^1 (r_1 + r_2)^2 d \\ &- 8 V^1 (r_1 + r_2)^3 = 0, \quad (9.) \end{aligned}$$

oder kürzer:

$$\begin{aligned} &\tfrac{2}{3} d^6 - 4 S d^5 + (6 S^2 + P) d^4 - 8(\tfrac{1}{3} T + 3 P S - V^1) d^3 \\ &+ 8 S (P S - 3 V^1) d^2 + 24 V^1 S^2 d - 8 V^1 S^3 = 0, \quad (9'.) \end{aligned}$$

worin

$$V^1 = \frac{V}{\pi}, \quad S = r_1 + r_2, \quad P = r_1 r_2, \quad T = r_1^3 + r_2^3$$

bedeutet. **)

*) Wir glauben, dass unter den obwaltenden Verhältnissen die Annahme der sphärischen Form für unsern Zweck hinreichend genau ist, während die vielleicht genauere zu allzu verwickelten und wohl unausführbaren Rechnungen führt.

**) Von der Richtigkeit dieser Formeln überzeugt man sich, wenn man r_1 und r_2 successive $= \infty$ setzt; für $r_2 = \infty$ ergibt sie z. B.

$$\tfrac{1}{3} d^3 - r_1 d^2 + V^1 = 0, \text{ oder } V^1 = d^2 (r_1 - \tfrac{1}{3} d),$$

wie es der Fall sein muss. Vgl. Formel (24.).

Nimmt man zunächst das Auge des Joh. Sommer mit den von Knapp berechneten Werthen *), so ist hier für das Fernsehen

$$r_1 = 8{,}2972, \quad r_2 = 5{,}3546, \quad d = 3{,}9203.$$

Damit findet man vermöge Formel (6.)

$$x = 1{,}36744, \quad y = 2{,}55286$$

und vermittelst (7.) und (8.)

$$v_1 = 46{,}064, \quad v_2 = 92{,}209, \quad V = 138{,}273.$$

Für das Nahesehen hat man, da das Volum der Linse unverändert bleibt:

$$r_1 = 5{,}9213, \quad r_2 = 4{,}6585, \quad V = 138{,}273.$$

Mittelst dieser Werthe wird die Gl. (9'.):

$$\tfrac{2}{3}\, d^6 - 42{,}3192\, d^5 + 892{,}268\, d^4 - 7475{,}20\, d^3 + 13524{,}8\, d^2 + 118237\, d - 416975 = 0. \quad \text{(a.)}$$

Diese Gleichung wird erfüllt durch $d = 4{,}465$. Dies ist also der Werth der Dicke der aus zwei Kugelflächen bestehenden Linse, wenn die Krümmungshalbmesser derselben beim Nahesehen die aus den Beobachtungen abgeleiteten Werthe erhalten, ohne dass der Linsenkörper dabei sein Volum ändert.

Macht man wegen der vielfachen Wurzeln der Gleichung (a.) die Probe mittelst der Gl. (6, 7, 8) so überzeugt man sich leicht von der Richtigkeit des gefundenen Werthes von d.

Für das Auge des Ferd. Schmidt hat man für's Fernsehen

$$r_1 = 7{,}8600, \quad r_2 = 6{,}9012, \quad d = 3{,}7760$$

und erhält

$$x = 1{,}72321, \quad y = 2{,}05279, \quad v_1 = 67{,}9662, \quad v_2 = 82{,}3027, \quad V = 150{,}2689.$$

Für's Nahesehen ist

$$r_1 = 4{,}8076, \quad r_2 = 5{,}6098, \quad V = 150{,}2689$$

und die Formel (9'.) wird hier:

$$\tfrac{2}{3}\, d^6 - 41{,}6696\, d^5 + 866{,}891\, d^4 - 7127{,}328\, d^3 + 11429{,}3\, d^2 + 124580\, d + 432601 = 0.$$

Vermöge derselben erhält man $d = 4{,}698$.

Für das Auge des Herm. Schiller endlich hat man für's Fernsehen:

$$r_1 = 9{,}0641, \quad r_2 = 6{,}4988, \quad d = 3{,}6225$$

und erhält

$$x = 1{,}42212, \quad y = 2{,}20038, \quad v_1 = 54{,}5782, \quad v_2 = 87{,}9642, \quad V = 142{,}5424.$$

Für's Nahesehen ist

$$r_1 = 5{,}0296, \quad r_2 = 5{,}0855, \quad V = 142{,}5424$$

*) Archiv für Ophthalmologie VI. 2., Ueber die Lage und Krümmung der Oberflächen d. menschl. Krystalllinse und den Einfluss ihrer Veränderungen bei d. Accommodation auf die Dioptrik des Auges.

und die Formel (9.) wird

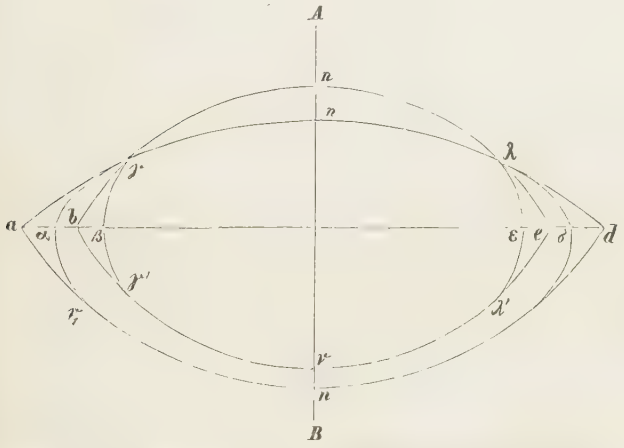
$$\tfrac{2}{3}\,d^6 - 40{,}4604\,d^5 + 818{,}5158\,d^4 - 6536{,}231\,d^3 + 9921{,}38\,d^2 + 111415{,}5\,d - 375660 = 0$$

und diese giebt $d = 4{,}598$.

Die Differenzen der so gefundenen Dicken von den mittelst der exacten Formeln (18. u. 19.) berechneten betragen beziehungsweise:

0,0347, 0,3918, 0,4206. (♀)

Fig. 22.



Um nun zunächst nochmals den im Eingang dieses Kapitels berührten Fehler dieser Berechnungsart zu beleuchten, sei (Fig. 22) amdn der Durchschnitt der sphärischen Linse beim Fernsehen und $b\mu\varepsilon\nu$ derselbe beim Nahesehen, $\alpha m\delta n$ der Durchschnitt der wirklichen Linse beim Fernsehen und $\beta\mu\varepsilon\nu$ derselbe beim Nahesehen (wenn die Linse ihrer Elasticität frei überlassen bleibt), so wird die Fläche $a\gamma\alpha\gamma n$ und $b\gamma\beta\gamma^1$ wenig verschieden sein, und wird folglich auch der cubische Inhalt der durch Umdrehung um die Axe AB entstandenen Ringe so wenig differiren, dass sie bei der oben angewandten Berechnungsart von $\mu\nu$ keinen merklichen Einfluss haben.

Betrachten wir nun die Differenzen (♀), so kann die erste 0,0347 (beim normalsichtigen Auge des fünfzehnjährigen Joh. Sommer) als genügend in den berührten Randverhältnissen begründet angesehen werden. Bei der zweiten 0,3917 (des normalsichtigen 25jährigen Ferd. Schmidt) und noch mehr der dritten 0,4206 (des kurzsichtigen 23jährigen Herm. Schiller) ist dies jedoch nicht der Fall, indem diese nahe an den Werth von Δd_1 reichen*), d. h. nicht viel kleiner sind, als die beobachteten Zunahmen der Linsendicken bei der Accommodation für die Nähe selbst.

Statt des für das Fernsehen des Ferd. Schmidt berechneten Volums 150,2689 erhalten wir mit den beim Nahesehen durch Beobachtung erhaltenen Krüm-

*) Die von uns (nach S. 35) berechneten Werthe von Δd_1 sind nämlich:

0,4798, 0,5251, 0,5178

(s. a. a. O. S. 368.)

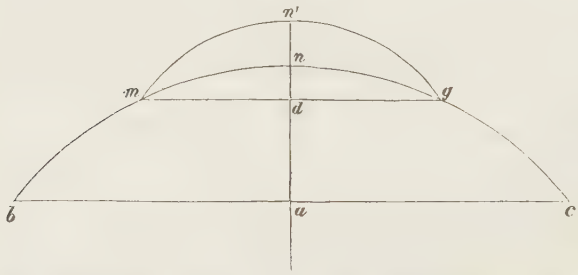
mungshalbmessern (nach Knapp) und der nach den betreffenden Messungen mittelst unserer Formel berechneten Dicke (= 4,3062) den Werth V = 131,0142.

Für das Auge des Herm. Schiller, wofür wir beim Fernsehen berechnet haben V = 142,5424, erhalten wir mit den (Knapp'schen) Krümmungshalbmessern für's Nahesehen und der nach unserer Formel berechneten Dicke (= 4,1774) nur V = 119,543.

Die Differenzen dieser Volumina, welche beziehungsweise 19,25 und 22,999 Cubikmillimeter, mithin respective circa 1/8 und 1/6 des Ganzen betragen, lassen sich nicht durch eine geringe Abweichung von der sphärischen Gestalt in der Nähe des Rands der allein ihrer Elasticität folgenden Linse erklären.

Da die Krümmungen der Flächen, namentlich der vorderen, und die Dicke der Linse genau durch Messung und Rechnung bestimmt sind, so lässt sich vielmehr die obige Differenz nur dadurch erklären, dass die Seitentheile der Linse bei der Accommodation für die Nähe verhältnissmässig dicker sind und dabei eine flachere Wölbung haben als der in der Pupille befindliche Polartheil. Der Grund dieser Erscheinung scheint uns nahe zu liegen, und auch die Erscheinung selbst bei den übrigen bei der Accommodation für die Nähe obwaltenden Verhältnissen, dem Vorrücken des Linsenkörpers, der stärkeren Wölbung der vorderen Linsenfläche in Folge ihrer Elasticität, dem Zurückgezogenwerden des Ciliartheils der Iris und der Contraction ihrer Sphincteren, viel Wahrscheinlichkeit a priori für sich zu haben. Wie hierdurch der Mechanismus der Accommodation erleichtert wird, und wie sich dabei die Linsenverhältnisse gestalten, wird sich aus der nachfolgenden approximativen Rechnung näher ergeben.

Fig. 23.



Es sei (Fig. 23) *) b m n' g c die Gestalt der vorderen Linsen-Oberfläche bei der Accommodation für die Nähe, m g der Durchmesser der Pupille, so ist der Halbmesser d. Krümmung m n' g bekannt, nämlich gleich dem durch die Beobachtung gegebenen Werthe von r_1 für's Nahesehen, ebenso m d gleich dem zu messenden halben Pupillendurchmesser beim Nahesehen. Hiermit lassen sich die Grössen d n' und das Volum m d g n' berechnen.

Nimmt man nun an, dass das Volum v_2 des hintern Kugelabschnitts der Linse bei der Accommodation für die Nähe dasselbe bleibt, wie bei der Accommodation für die Ferne (und mithin auch das Volum v_1 des vorderen Kugelabschnitts, indem v_1 und v_2 zusammen die sphärische Linse constituiren), so kann man

*) In dieser Figur ist das stärkere Vorwölben des Pupillartheils der Linse der Deutlichkeit wegen sehr übertrieben dargestellt.

mittelst der Formel (7.) den Werth von y_2 (d. i. die Erhebung des hinteren Linsenpols über den Aequator, welche etwas grösser als vorher werden wird) aus v_2 und r_2 bestimmen.

Entwickelt man nämlich y, so erhält man die Gleichung:

$$y^3 - 3r_2y^2 + 3\varphi = 0, \quad (10.)$$

worin

$$\varphi = \frac{v_2}{\pi}.$$

Zieht man nun den somit für y gefundenen Werth von der nach den Beobachtungen berechneten Dicke d der Linse beim Nahesehen ab, so ist (Fig. 23) der erhaltene Rest

$$a\,n^1 = \delta = d - y, \quad (11.)$$

d. i. gleich der Höhe des vorderen Linsenpols über dem Aequator.

Den Halbmesser r der Krümmung b m n g c bestimmt man nun folgendermaassen:

Es sei

$$d\,m = p, \quad d\,n^1 = q, \quad \text{Vol. } m\,d\,g\,n^1 = v, \quad d\,n = t,$$

so hat man zunächst die Gleichungen:

$$q = r_1 - \sqrt{r_1^2 - p^2}, \quad v = \pi q^2 (r_1 - \tfrac{1}{3} q), \quad (12.)$$

sodann noch die beiden:

$$t = r - \sqrt{r^2 - p^2}, \quad (13.)$$

$$\text{Vol. } b\,m\,n^1\,g\,e = \text{Vol. } b\,a\,e\,n + \text{Vol. } m\,d\,g\,n^1 - \text{Vol. } m\,d\,g\,n. \quad (14.)$$

Da nun

$$\text{Vol. } m\,d\,g\,n = \pi t^2 (r - \tfrac{1}{3} t), \quad \text{Vol. } m\,d\,g\,n^1 = v$$
$$\text{Vol. } b\,a\,e\,n = \pi (\delta - q + t)^2 [r - \tfrac{1}{3} (\delta - q + t)]$$

(weil $a\,n = \delta - q + t$), so ergiebt sich die Gleichung:

$$v_1 = \pi [(\delta - q)^2 + 2 (\delta - q)\, t] [r - \tfrac{1}{3} t - \tfrac{1}{3} (\delta - q)] - \tfrac{1}{3} \pi t^2 (\delta - q) + v, \quad (15.)$$

wo

$$v_1 = \text{Vol. } b\,m\,n^1\,g\,c$$

gesetzt ist.

Nimmt man nun noch

$$\delta - q = a, \quad \frac{v_1 - v}{a\pi} = \Phi \quad (16.)$$

und ordnet nach t, so erhält man statt der Gleichungen (13.) und (15.) die beiden:

$$t^2 - 2rt + p^2 = 0$$
$$t^2 - (2r - a)\, t - a (r - \tfrac{1}{3} a) + \Phi = 0.$$

Durch Elimination von t aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich:

$$[a (r + 1/3 a) + \Phi - p^2] [a (r - 1/3 a) - (\Phi - p^2)] - a^2 p^2 = 0.$$

Hiermit findet man die gesuchte Gleichung:

$$r^2 = 1/9 a^2 + 1/3 p^2 + 2/3 \Phi + \frac{1}{a^2} (\Phi - p^2)^2. \quad (17.)$$

Wenn man also mittelst der Gl. (10.) den Werth von y, mittelst der Gl. (11.) den Werth von δ und mittelst der Gl. (12.) den Werth von q und ν gefunden hat, so kann man mittelst der Gl. (17.) den Halbmesser r der Krümmung bequem berechnen, wodurch die Gestalt der vorderen Linsenfläche (bis auf die Randgegend) bestimmt ist.

Für das Auge des Ferd. Schmidt hat man

$r_1 = 4{,}8076$, $r_2 = 5{,}6098$, $d = 4{,}306$, $v_1 = 67{,}9662$, $v_2 = 82{,}3027$, mithin $\varphi = 26{,}198$.

Mit diesen Werthen wird die Gl. (10.)

$$y^3 - 16{,}8294\, y^2 + 78{,}594 = 0$$

und man erhält daraus

$$y = 2{,}328.$$

Ferner findet man vermöge Gl. (11.) $\delta = 1{,}978$. Nimmt man nun den Halbmesser der Pupille bei der Accommodation für die Nähe (welcher leider in der a. Abh. nicht gegeben ist) $p = 1{,}9$, so erhält man

vermöge Gl. (12.) $q = 0{,}3916$, $\nu = 2{,}2429$,
vermöge Gl. (16.) $a = 1{,}5864$, $\Phi = 13{,}188$.

Mittelst dieser Werthe nun ergibt die Gl. (17.)

$$r = 6{,}8360$$

und hiermit die Gl. (13.)

$$t = 0{,}2693;$$

folglich ist die Erhöhung nn^1 des Pupillartheils der Linse über die Krümmung der Seitentheile

$$= q - t = 0{,}1223.$$

Für das Auge des Herm. Schiller sind

$r_1 = 5{,}0296$, $r_2 = 5{,}0855$, $v_1 = 54{,}578$, $v_2 = 87{,}9642$,
$d = 4{,}1474$, mithin $\varphi = 27{,}9998$

und die Gl. (10.) wird

$$y^3 - 15{,}2565\, y^2 + 83{,}994 = 0,$$

woraus man findet $y = 2{,}574$.

Ferner erhält man

$$q = 0{,}3735,\quad \nu = 2{,}1492,\quad a = 12{,}2295,\quad \Phi = 13{,}5735,$$

womit die Gl. (17.) ergibt $r = 8{,}7228$ und die Gl. (13.) $t = 0{,}2094$. Hieraus folgt für die Erhöhung nn^1 des Pupillartheils der Linse über die Krümmung ihrer Seitentheile $q - t = 0{,}1641$.

Aus den für r erhaltenen Werthen ersieht man, dass die Vorderfläche der beiden zuletzt betrachteten Linsen zu beiden Seiten der Pupille ihren Krümmungshalbmesser, welcher für die Ferne beziehungsweise = 7,8600 und 9.0641 war, nur wenig ändert.

Für das Auge des Joh. Sommer, bei welchem die Differenz der aus dem Resultate der Messung erhaltenen und der aus dem Volum berechneten Linsendicke beim Nahesehen nur 0,0347 beträgt, hat man

$r_1 = 5{,}9213$, $r_2 = 4{,}6585$, $v_1 = 46{,}064$, $v_2 = 92{,}209$,
$d = 4{,}4303$ und hiermit $\varphi = 29{,}3520$,

sodann die Gleichung

$$y^3 - 13{,}9755\, y^2 + 88{,}056 = 0,$$

welche ergiebt: $y = 2{,}808$.

Damit findet man successive:

$q = 0{,}3131$, $\nu = 1{,}7915$, $a = 1{,}3092$, $\Phi = 10{,}838$, $r = 6{,}2534$,
$t = 0{,}2657$, $nn' = 0{,}0474$.

Hier ist der Unterschied in der Wölbung der Seitentheile der Linse bei der Accommodation für die Nähe verglichen mit der beim Fernsehen (wofür $r = 8{,}2972$ war) beträchtlicher, dagegen die Erhöhung nn^1 des Pupillartheils über die Krümmung der Seitentheile sehr unbedeutend.

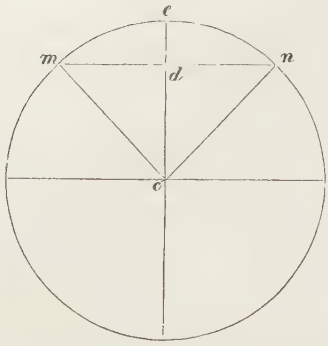
Zu bemerken ist noch, dass bei der hier angewandten Art der Berechnung die Sehne be des hinteren Abschnitts nicht genau mit der des vorderen Abschnitts übereinstimmt, dass aber eine leichte Aenderung der Form des Randes hinreicht, diese Uebereinstimmung zu bewirken.

Wir wollen nun noch die statischen Verhältnisse des Auges beim Nahesehen im Vergleich zu denen beim Fernsehen näher berücksichtigen. Indem sich der Ciliarmuskel verkürzt, wird die Spannung der Zonula vermindert, dagegen die der Chorioidea vermehrt und durch die dadurch erfolgende augenblickliche Vergrösserung des Drucks in dem Glaskörperraume die sich am Rande contrahirende und in der Mitte verdickende Linse nm die Grösse $\Delta\psi_1$, ungefähr $= 0{,}1^{mm}$ nach vorn geschoben. Der Raum der vorderen Augenkammer wird dadurch um $F\Delta\psi_1$, wenn F den Flächenraum des Linsenäquators bedeutet, vermindert, der Scleralraum um so viel vermehrt. Das statische Gleichgewicht zwischen den in diesen beiden Räumen befindlichen Flüssigkeiten wird sofort durch das Zurückweichen des peripherischen Randes der Iris wieder hergestellt.

Da nun die Ciliarfortsätze von hinten durch den Glaskörper vermittelst der stärker angespannten Chorioidea, von vorn durch die zurükgedrängte und zurükgezogene Iris und von der Seite durch den verdickten Ciliarmuskel comprimirt werden, so wird von dem in ihnen enthaltenen Blute so viel nach hinten abfliessen, als zur Herstellung des statischen Gleichgewichts erforderlich ist, d. i, so viel bis der Druck auf die Gefässwandungen der Ciliarfortsätze nicht mehr stärker ist als der auf die Gefässwandungen der hinteren Theile der Chorioidea. Die in dem hinteren Abschnitte dieser Membran befindlichen venösen Gefässe werden dies zurückgedrängte Blut rasch aufnehmen, weil der intraoculare Druck, unter dem sie stehen, in den ersten Momenten der Anspannung des M. ciliaris um so viel vermindert ist, als der auf die Gefässe der Ciliarfortsätze einwirkende vermehrt ist, d. h. so viel, als die von dem Ciliarmuskel aufgewandte Kraft beträgt.

Um die in Scleralraume statthabenden Veränderungen noch durch eine approximative Rechnung zu veranschaulichen, wollen wir die Scleralhöhle als eine vorn im Niveau des Linsenäquators abgeschnittene Kugel men (Fig. 24.) ansehen, deren Durchmesser $2r = 22{,}5^{mm}$ ist, während die Höhe $de = h$ des fehlenden Kugelabschnitts 5^{mm} beträgt. Alsdann findet man

Fig. 24.



$$\text{W. mcn} = \varphi = 2 \text{ arc. cos.} \frac{r - h}{r} = 112^0\,30'$$

und hiermit $mn = 18{,}7^{mm}$.

Als cubischen Inhalt des Scleralraums ergibt sich

$$J = {}^1/_3\pi(4r^3 - 3h^2r + h^3) = 5211{,}3 \text{ Cub.-Millim.}$$

Nehmen wir nun den Halbmesser des Aequators der contrahirten Linse $= 4{,}2^{mm}$, so wird der Flächeninhalt des Linsenäquators $F = 55{,}4$; nehmen wir dabei den bei Ferd. Schmidt gefundenen Werth $\Delta\psi_1 = 0{,}1228$ für dieses Auge an, so beträgt die Vergrösserung des Scleralraums 6,8 Cubik-Mill., d. i. nahe $= {}^1/_{766}$.

Bedeutet nun r_1 den transversalen Halbmesser des Chorioidealsacks, welcher durch den Rückfluss des Blutes aus den Gefässen der Ciliarfortsätze verkleinert ist, so wird dessen Inhalt (bis zur Grenzlinie m n gerechnet)

$$J^1 = {}^1/_3\pi\,(4\,r_1{}^3 - 3\,h^2 r_1 + h^3) \quad (18.)$$

und man hat die Gleichung

$$J - J' = 6{,}8^*), \text{ oder } J' = 5204{,}5 \text{ Cub.-Mill.}$$

Aus Gl. (18.) erhält man damit den Werth $r_1 = 11{,}2452^{mm}$. Mithin ist die Chorioidealwand nach Innen gerückt um $r - r_1 = 0{,}0048^{mm}$.

Hierdurch würde die Chorioidea, wenn sie vollkommen straff wäre, um

$$(2\pi - \varphi)\,(r - r') = 0{,}0207^{mm}$$

von dem Ciliarmuskel nach vorn gezogen werden. Da sie jedoch ziemlich dehnbar ist, so wird der Ansatzpunkt des Ciliarmuskels beträchtlich mehr nach vorn rücken, bis die Chorioidea die dem Drucke entsprechende Spannung erlangt.

Der Gesammtact der Accommodation verhält sich also nach dem Vorhergehenden folgendermassen.

Bei der Accommodation für die Nähe contrahirt und verdickt sich der Ciliarmuskel, welcher von allen neueren Autoritäten als der Hauptfactor der Accommodation angesehen wird. Hierdurch wird einerseits die Zonula erschlafft und die Linse durch die Wirkung ihrer Elasticität stärker gewölbt, andererseits wird, durch die vermehrte Anspannung der Chorioidea, mittelst des von dieser, der Linse und der Zonula allseitig von beweglichen Wänden umschlossenen Glaskörpers die Linie nach vorn gegen die Iris gedrängt. Die Sphincteren der Iris contrahiren sich, und ihr äusserer Rand wird durch die Wirkung des mit ihr in Verbindung stehenden Ciliarmuskels nach hinten gezogen. Hierdurch in eine genügende Spannung versetzt, leistet sie der vorgedrängten Linse Widerstand, so dass letztere nur um ungefähr $^1/_{10}$ Millimeter vorrücken, aber mit ihrem Polar-

*) Dieses Volum des nach hinten gedrängten Blutes ist zwar sehr klein, enthält jedoch über 30 Millionen Blutkügelchen.

abschnitte etwas tiefer in die vordere Augenkammer hineinrücken kann. Der hierdurch verlorene Raum der vorderen Augenkammer wird derselben durch das Zurückgezogen- und Gedrängtwerden der Iris wieder zurückgegeben. Die von hinten, von vorn und von der Seite gedrückten Ciliarfortsätze entleeren einen Theil ihres Blutes nach hinten in die Vasa vorticosa, um so den leer gewordenen Raum zwischen Sclerotica und Chorioidea wieder auszufüllen.

Zwei Punkte sind es, welche bei diesem Mechanismus besondere Aufmerksamkeit verdienen möchten, unerachtet sie sich durch ihre Kleinheit auszeichnen, nämlich das nur ungefähr $^1/_{10}$ Millimeter betragende Vorrücken des ganzen Linsenkörpers und die nur ein wenig mehr betragende Vorwölbung des Pupillartheils der vorderen Linsenfläche über die Wölbung der Seitentheile derselben. Letztere, so unbedeutend sie auch erscheint, bewirkt, dass die seitlichen Theile der Linse, sowie ihre Hinterfläche, ihre Krümmung nur wenig zu verändern brauchen, und dass in Folge davon die Elasticität der Linse und ihrer Kapsel nicht allzu sehr in Anspruch genommen zu werden braucht. Wenn die Linse blos durch ihre eigene Elasticität eine so grosse Formveränderung hervorbringen sollte, von 8 auf 5 Millimeter Krümmungsradius ihrer Vorderfläche bei nur wenig veränderter Hinterfläche, so müsste offenbar im Zustande der Accommodationsruhe das Strahlenplättchen und durch dasselbe die Augenwand in der Gegend der Ora serrata einen permanenten starken Zug erleiden, der vielleicht trotz des intraocularen Gegendrucks mit der Zeit ein Nachgeben derselben oder eine Erschlaffung der Zonula bewirkte, so dass erworbene Myopie wohl viel häufiger, und nicht gerade bei denen, welche ihre Augen viel für die Nähe gebrauchen, vorkommen würde. Es möchte denn auch wohl die Accommodation für die Nähe dem Auge ein Gefühl von Erleichterung gewähren. Wir wollen dies jedoch dahin gestellt sein lassen und nur noch schliesslich bemerken, dass wir zu unseren Schlüssen, ohne irgend eine vorgefasste Meinung, lediglich durch die vorstehenden auf die zuverlässigen Beobachtungen Helmholtz's und Knapp's gegründeten theoretischen Untersuchungen gelangt sind.

Nach Vorstehendem spielt die Iris bei der Accommodation eine wichtige Rolle (welche bei dem Auge des Ferd. Schmidt und Herm. Schiller die der Elasticität der Linse weit übertrifft). Das von den ersten ophtalmologischen Autoritäten bestätigte Factum der normal erhaltenen Accommodationsbreite nach vollständigem Verluste der Iris scheint uns damit nicht in unerklärlichem Widerspruche zu stehen. Unsere Ansicht über diesen singulären Fall ist folgende:

Analog wie nach chirurgischen Operationen vermehren und erweitern sich nach dem Verluste der Iris die benachbarten Blutgefässe der Ciliarfortsätze, und indem diese Gefässe bei der Accommodation für die Nähe ihr Blut nach hinten abgeben, wird mithin mehr Raum gewonnen und kann die Linse weiter nach vorn rücken, wie im normalen Zustande. Wir haben oben (in II.) gefunden, dass ein Vorrücken der Linse um 1,33^{mm} genügt, um von ∞ auf 150^{mm} zu accommodiren. Nehmen wir den Linsendurchmesser von einem Rande zum andern = 10^{mm}, so ist der für dieses Vorrücken erforderliche Raum = 104.4 Cubik-Millimeter. Nun gehen 65 Cubik-Millimeter auf einen Gran oder Tropfen

Wassers*), mithin ist ein Plus von 2 Tropfen Bluts mehr als hinreichend, um die Accommodationsbreite von $\frac{1}{5^1/_2}$ zu erklären**).

Wir erinnern hierbei noch daran, dass die mechanischen Bedingungen zur prompten Entleerung der Blutgefässe der Ciliarfortsätze und zur Aufnahme des Blutes in den hinteren Theilen der Chorioidea bei der Accommodation für die Nähe durch Zunahme des Drucks in den blutabgebenden und Verminderung des Drucks in den blutaufnehmenden Gefässen vollständig gegeben sind. In anatomischer Hinsicht ist dieser Vorgang durch die sehr lockere Verbindung der Chorioidea mit der Sclerotica und durch die Structur der ersteren, deren Stroma aus elastischem Gewebe besteht, begünstigt.

Genaue Messungen solcher Augen, welche bei fehlender Iris ihre normale Accommodationsbreite erhalten haben, müssen wohl als Prüfstein der soeben ausgesprochenen Ansicht dienen. Ist dieselbe richtig, so muss bei der Nähe-Accommodation die Krümmung der vorderen Linsenfläche ziemlich unverändert bleiben, dagegen der Abstand des vorderen Linsen- und Hornhautpols sich um beiläufig 1 Millimeter kleiner, als bei der Accommodation für die Ferne ergeben, während bei der Nähe-Accommodation normaler Augen diese Annäherung nur gegen $^1/_{10}$ Millimeter beträgt. Träfe dies nicht zu und erwiese sich vielmehr die Krümmung der vorderen Linsenfläche bedeutend kleiner bei der Accommodation für die Nähe, als bei der für die Ferne, so könnte man nur noch, wenn unsere Theorie Geltung behalten sollte, annehmen, dass in Folge des Verlustes der Iris solche Veränderungen um den Rand der Linse herum gesetzt worden seien, welche einen unmittelbaren Druck des Ciliarmuskels auf denselben ermöglichten.

In Nummer 46 des Centralblatts für die medicinischen Wissenschaften (1866) sind Völker's und V. Hensen's „Studien über die Accommodation" enthalten. In dieser höchst interessanten „vorläufigen Mittheilung" ist nur eine nummerische Angabe über die betreffenden Verhältnisse enthalten, nämlich über die Verschiebung der Gefässhaut „nach dem Ciliarmuskel hin." Diese beträgt hiernach $0{,}4^{mm} - 0{,}5^{mm}$. Unsere approximative statische Berechnung konnte hierüber nur so viel ergeben, dass schon eine microscopische Verschiebung (um $0{,}0207^{mm}$) hinreichend sein würde, um das Vorrücken der Linse um $^1/_{10}$ Millimeter zu bewirken, wenn die Chorioidea von unnachgiebiger Structur wäre. Da dies aber keineswegs der Fall ist und genannte Haut eine nicht unbeträchliche Spannung erleiden muss, so erscheint obige Grösse auch für das menschliche Auge durchaus nicht zu hoch.

---

*) Ein Darmstädter Cubikzoll Wasser wiegt genau 1 Loth, oder $25^3 = 15625$ Cubik-Millimeter wiegen 240 Gran.

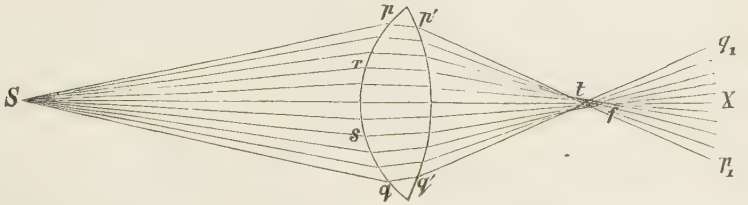
**) Es ist dies allerdings fünfzehn Mal so viel, als bei der normalen Accommodation.

§. V. Unvollkommenheiten des dioptrischen Apparats des Auges.

Als Unvollkommenheiten eines künstlichen optischen Werkzeugs, die gute Qualität des Materials und der technischen Herstellung vorausgesetzt, werden gewöhnlich folgende zwei betrachtet:

1) die sphärische Abweichung. *) Diese besteht nicht etwa in einer Abweichung der brechenden Oberflächen von der sphärischen Form, welche letztere im Gegentheil hier als vorhanden angenommen wird, sondern darin, dass nicht alle von Einem Objectpunkte ausgehenden, und an dem von dem Objective erzeugten Bilde betheiligten Strahlen sich auch wieder in Einem Punkte, dem entsprechenden Bildpunkte, sammeln.

Fig. 25.



Die Randstrahlen Sp, Sq (Fig. 25) werden nämlich stärker gebrochen, wie die in der Nähe der optischen Axe SX einfallenden Sr, Ss. Die ersteren vereinigen sich desshalb früher, im Punkte t, als die andern, unter sich und mit AX mehr parallel verlaufenden. Ist f der s. g. hintere Vereinigungspunkt der von S ausgehenden Strahlen, so schneidet einer dieser Strahlen die optische Axe um so weiter von f und um so näher bei t, je weiter er, nach dem Rande zu, von jener Axe entfernt die Linse trifft. Indem die Strahlen nach ihrer Kreuzung mit der optischen Axe, wenn sie nicht aufgefangen werden, divergent weiter fortgehen, bilden sie unendlich viele zwischen f und t ihre *Spitzen* habende, Lichtkegel. Befindet sich nun in X eine auf der opt. Axe senkrechte Wand, welche die Lichtkegel auffängt, so entsteht auf derselben eine erleuchtete Kreis-

*) Da jede Farbe ihren eigenen Brechungsindex hat, so kann hier eigentlich immer nur eine einfache betrachtet werden. Desshalb gebraucht man auch statt des obigen den Ausdruck *monochromatische* Abweichung.

fläche, deren Durchmesser um so grösser ist, je weiter entfernt der Schirm von der Linse, je grösser der Randdurchmesser und je kleiner die Brennweite der Linse ist, und deren Helligkeit nach der Peripherie hin immer mehr abnimmt.

Die einander benachbarten in Einer Ebene befindlichen gebrochenen Strahlen schneiden einander succesive in ausser der Axe gelegenen Punkten, welche ihrerseits die im vorigen §. bereits gelegentlich betrachtete Brennlinie (kaustische Linien) oder, wenn man die rings um die optische Axe einfallenden Strahlen berücksichtigt, die Brennfläche bilden. (S. Seite 57). Letztere ist eine s. g. *conoidische Fläche* und stellt die Umhüllungsfläche aller gebrochenen Strahlen dar. *)

Im Auge gestalten sich die Verhältnisse folgendermassen. Die Brennweite des Doppelobjectivs eines Auges ist klein, indem sie ungefähr nur $20^{mm.}$ d. i. 0,7″ beträgt; der Randdurchmesser des Doppelobjectivs ist dagegen verhältnissmässig ziemlich gross, nämlich ungefähr $9^{mm.}$. Diese Verhältnisse wären mithin keineswegs günstige zu nennen, wenn nicht innerhalb des Doppelobjectivs selbst eine Blendung (Iris) von veränderlicher Weite angebracht wäre, welche bei dem nähere Gegenstände betrachtenden Auge enger wird und deren Durchmesser beim Nahesehen kaum $4^{mm.}$ beträgt. Hierdurch ist die in Rede stehende Abweichung sehr vermindert. Aus dem im Corollarium berechneten Beispiele ersieht man, dass die sphärische Abweichung unter der Voraussetzung der Homogenität der Linse für die Randstrahlen nicht unbeträchtlich ausfällt. **)

Zwischen dem hinteren Vereinigungspunkte f und dem Vereinigungspunkte t der rings am Rande der Pupille einfallenden Strahlen befindet sich eine Reihe von in der Richtungslinie (in Fig. 25 der opt. Axe) liegenden Brennpunkten, in welchen sich die durch concentrische Ringe des Doppelobjectivs gegangene Strahlen sammeln und welche unendlich mehr Licht erhalten als die übrigen innerhalb der conoidischen Brennfläche liegenden Punkte. Diejenigen Netzhautpunkte, in welche diese Reihe von Brennpunkten fällt, werden mithin auch von

*) Man kann diese Brennfläche die *normale Brennfläche* des Auges nennen, im Gegensatze zur astigmatischen.

**) Ausser der Abblendung der Randstrahlen durch die Iris tragen noch zur Verminderung der sphärischen Abweichung bei: 1) Die ellipsoidische Form der Hornhaut, wodurch die Krümmung nach den Seiten hin etwas geringer als im Scheitel wird. 2) Die Abnahme der Dichte der Linse nach dem Rande zu.

den vom betreffenden Objectpunkt ausgehenden Strahlen unendliche Mal stärker gereizt als die Nachbarpunkte. Dieser Umstand ist für die Schärfe und Reinheit der Gesichtswahrnehmungen von wesentlichem Belange und scheint uns zugleich auch die Ursache davon zu sein, dass wir nach Richtungslinien sehen. Vgl. Abschn. II. §. III.

2) die chromatische Abweichung. Diese beruht darauf, dass die sieben einfachen Farben, aus denen man jeden Strahl weissen Lichts zusammengesetzt annimmt, eine verschiedene Brechbarkeit besitzen. Da Roth den kleinsten und Violett den grössten Brechungsindex hat, so wird der Brennpunkt der rothen Strahlen hinter und der der violetten vor dem Brennpunkte der mittleren Strahlen liegen. In der Regel bilden die violetten Strahlen den Saum des Bildes, was günstiger ist, als wenn die rothen Strahlen denselben bilden, weil Roth die Netzhaut stärker afficirt, als Violett.

Man ist bekanntlich dahin gelangt, bei den optischen Instrumenten diesen farbigen Rand wegzuschaffen, wodurch auch die Bilder im Ganzen, nicht blos an den Contouren, an Schärfe gewinnen.

Die Natur hat es verschmäht, sich des von der Kunst hier gebräuchlichen Mittels zu bedienen, und dennoch ihren Zweck, so weit als nöthig erreicht, und zwar wieder hauptsächlich dadurch, dass die Pupille nur Strahlenkegel durchlässt, deren Strahlen wenig von dem Parallelismus abweichen.

Von farbigen Rändern, wie sie bei nicht achromatischen Instrumenten vorkommen, sieht unter gewöhnlichen Verhältnissen das Auge nichts.

Man kann sich jedoch leicht davon überzeugen, dass es nicht zu gleicher Zeit für die äussersten Strahlen des Spectrums accommodirt ist:

Damit unser Auge Punkte von verschiedener Farbe bei gleicher Entfernung durch ein Fernrohr deutlich sieht, muss man das letztere verschieden einstellen. (Frauenhofer).

Rothe Flächen erscheinen näher als gleichweit entfernte blaue, weil das Auge für die ersteren einen grösseren Accommodationsaufwand nöthig hat als für die letzteren und wir desshalb auf grössere Nähe schliessen. (Brücke).

Macht man in einen dunkeln Schirm eine enge Oeffnung, bringt hinter derselben ein blaues (durch Kobalt gefärbtes) Glas an und setzt ein Licht dahinter, welches Strahlen durch das Glas und die Oeffnung in's Auge sendet, so ist nach optischen Grundsätzen die Schirm-Oeffnung

als selbstleuchtend anzusehen. Das Glas lässt reichlich Roth, Indigoblau und Violett durch. Accommodirt man für Roth, so erscheint die Oeffnung roth mit violettem Saum, accommodirt man für Blau, so erscheint sie blau mit rothem Rande. (Helmholtz).

Bei dem Auge kommen nun zu den beiden Unvollkommenheiten 1) u. 2) noch folgende zwei hinzu:

a) die mangelhafte Centrirung. Helmholtz hat diese Unvollkommenheit des Auges durch einen keinen Zweifel übriglassenden Versuch constatirt, bezüglich dessen wir auf sein Handbuch der physiolog. Opt. S. 86 verweisen.

Fig. 26.

Der in der Geraden OP (Fig. 26) liegende Durchmesser des Bulbus, welcher als die *ideale optische Augenaxe* zu betrachten ist, indem er von der durch die vorderen und hinteren Brennpunkte der Hornhaut und Linse gelegten, einen leichten Zickzack bildenden Linie, am wenigsten abweicht, fällt mit der schlechtweg «Augenaxe» genannten Geraden, welche durch den Mittelpunkt des Hornhautumfangs und des ganzen Auges geht, zusammen und bildet mit der «Gesichtslinie» FG, welche auch «Sehlinie» oder «Blicklinie» heisst *), d. i. mit der vom Fixationspunkte F durch den mittleren Knotenpunkt K nach der Netzhautgrube G gehenden Geraden, einen Winkel von $^1/_2$ bis 2 Graden, in der Art, dass ihr von dem Knotenpunkt nach vornen gehender Theil nach Innen und meist etwas nach Oben, dagegen ihr vom Knotenpunkte nach hinten gehender Theil, sowie ihr hinterer Pol, die Netzhautgrube, nach Aussen und etwas nach Unten von der Augenaxe liegt.

In Fig. 1 (Taf. I.), welche einen den rechten Augapfel halbirenden Horizontalschnitt darstellt, ist ps die Augenaxe, J der Fixations- oder Blickpunkt, i die Netzhautgrube, Ji die Gesichts- oder Blicklinie.

Aus der Lage der Augenaxe zu der Gesichtslinie, sowie daraus, dass die Pupille um ungefähr $^1/_6$ des Irisdurchmessers weiter nach Innen liegt (s. S. 6), folgt, dass das Sehfeld nach Aussen erweitert wird, indem, wenn die Sehlinie gerade nach vornen gerichtet ist, die optische Axe etwas nach

*) Helmholtz unterscheidet zwischen Blicklinie und Gesichtslinie, indem er unter ersterer die vom Fixations- oder Blickpunkte durch den Drehungspunkt des Auges gezogene Gerade versteht.

Aussen gedreht ist, und in der That gibt auch Purkinje den Horizontalschnitt desselben, von der Sehlinie gemessen, zu 100° an.

b) Abweichung der brechenden Flächen des Auges von der sphärischen Form. Astigmatismus.

Mittelst eines mit einer feinen Oeffnung versehenen Sehirmes, für den man gewöhnlich ein mit einer Nadel durchlöchertes Kartenblatt nimmt, kann man sich von der unregelmässigen Form der Trennungsflächen seines eigenen Auges überzeugen, wenn man dasselbe in einer grösseren Entfernung, als für welche es accommodirt ist, vor ein helles Licht hält. Man sieht alsdann um den leuchtenden Punkt herum nicht einen regelmässigen Zerstreuungskreis, sondern eine aus 4 bis 8 unregelmäsigen Strahlen bestehende Figur (Strahlenfigur), welche für jedes der beiden Augen verschieden zu sein pflegt.

Derjenige Augenfehler, welcher diese Erscheinung hauptsächlich verursacht und zu Anfang dieses Jahrhunderts von Young entdeckt wurde, wird *Astigmatismus* genannt. Er hat erst in neuester Zeit die gebührende praktische Würdigung gefunden.

Denkt man sich Meridianebenen nach allen Richtungen durch die Augenaxe gelegt (ähnlich wie die Meridianebenen des Erdglobus durch dessen Axe gehen), so haben die dadurch erzeugten Durchschnitte des Doppelobjectivs unseres Auges nicht eine und dieselbe Brennweite, sondern vielmehr ist die Brennweite des Horizontalschnitts gewöhnlich grösser als die des Verticalschnitts. Es kommt jedoch auch nicht selten (wie bei Young's Augen) der umgekehrte Fall vor, und öfters sind auch die beiden Schnitte, denen die grösste und kleinste Brennweite zukommt, während sie mit einander immer einen rechten Winkel bilden, nicht horizontal, resp. vertical, sondern gegen den Horizont in irgend einem spitzen oder stumpfen Winkel geneigt.

Fig. 27.

Man überzeugt sich leicht von dem Astigmatismus seines Auges, wenn man zwei feine, sich senkrecht durchkreuzende Linien (Fig. 27) auf ein weisses Papier zeichnet und dieses gerade vor das zu untersuchende Auge bringt, indem man das andere zuhält. Hat man zuerst die Entfernung gefunden, in der man die Horizontallinie in ihrer Feinheit scharf sieht, so wird man in der Regel das

Blatt weiter vom Auge entfernen müssen, um die Verticallinie ebenso scharf zu sehen.

Die Hornhaut, welche überhaupt an der Brechung der in's Auge fallenden Strahlen den grössten Antheil hat, ist auch bei dem in Rede stehenden Fehler am meisten betheiligt. Ihre äussere Oberfläche hat keine genaue sphärische Krümmung, sondern annähernd die Form eines Ellipsoids. Die grösste Axe dieses Ellipsoids fällt mit der Augenaxe zusammen, von den beiden kleineren Axen ist die kleinste gewöhnlich gegen den Scheitel, die grössere horizontal gerichtet.

Die Linse ist häufig ebenfalls wesentlich am Astigmatismus betheiligt. Es ist in der That auch leicht begreiflich, dass der beim Nahesehen in die Pupille gedrängte und vorgewölbte Theil derselben nicht immer eine ganz regelmässig sphärische Krümmung haben wird, da die Pupille, namentlich im Zustande der Verengerung, nicht immer eine vollkommen glatte Kreislinie bilden kann. Auch kommt hierbei die Stellung der Linse in's Spiel. Ist diese nämlich nicht normal zur Augenaxe, so wird die Linse sich auch schräg in die Pupille einstellen, und es werden dadurch die oben erwähnten durch das Doppelobjectiv des Auges geführten Meridianschnitte verschiedene Brennweiten erhalten.

Man sieht aber auch leicht ein, dass der Astigmatismus der Linse, so gut als er in gewissen Fällen den von der Hornhaut herrührenden Astigmatismus vergrössert, denselben auch zu verringern, ja ganz zu compensiren vermag.

An und für sich trägt eine, nicht allzu unsymmetrische Linse immer zur Verminderung des von der Hornhaut herrührenden Astigmatismus bei, indem durch die von ihr bewirkte stärkere Convergenz der gebrochenen Strahlenkegel die Differenz der Brennweiten der verschiedenen Hornhautmeridiane verringert wird.

Jedes Auge besitzt einen gewissen Grad von Astigmatismus. Von wo an derselbe aufhört physiologisch zu sein und für's Sehen störend wird, werden wir im folgenden §. anführen, wo wir auch die Bestimmung des Grads des Astigmatismus nachtragen werden.

Während der Astigmatismus höheren Grads für die Deutlichkeit des Sehens sehr störend wird, ist der physiologische Astigmatismus zur Wahrnehmung von sehr feinen lichtstarken Linien oder Punkten von erheblichem Nutzen. Wir würden z. B. die meisten Fixsterne, die

für uns nur mathematische Punkte sind, ohne die astigmatische Beschaffenheit unseres Auges nicht wahrnehmen.*)

Corollarium zu §. V.

I. Sphärische Abweichung. Zur Berechnung der sphärischen Aberration ist die Gauss'sche Methode einer stellvertretenden Trennungsfläche vollkommen unbrauchbar, weil dieselbe auf der Voraussetzung der nahezu parallelen Richtung aller von Einem Punkte ausgehenden Strahlen basirt ist.

Die hierzu dienenden Formeln erhält man succesive wie folgt.

Es sei R der Krümmungshalbmesser der Hornhaut,

r_1 „ „ „ vorderen Linsenfläche,

r_2 „ „ „ hinteren „

d der Abstand der vorderen Linsenfläche vom Hornhautscheitel,

d_1 die halbe Dicke der Linse,

n der Brechungsindex des humor aqueus (aus Luft),

n_1 „ „ der Linsensubstanz (aus humor aqueus),

a die Entfernung des Objects vom Hornhautscheitel,

alsdann hat man, wenn man zunächst nur die nahezu parallelen Strahlen berücksichtigt, für die hintere Vereinigungsweite a^1 vom Scheitel der Hornhaut, als Folge der durch diese bewirkten Brechung:

$$a^1 = \frac{n\,a\,R}{(n-1\,a-R}; \quad (1.)$$

sodann für die hintere Vereinigungsweite k, vom Scheitel der vorderen Linsenfläche gerechnet, in Folge der durch letztere bewirkten zweiten Brechung:

$$k = \frac{n_1 r_1 (a^1 - d)}{(n_1 - 1)(a^1 - d) + r_1}. \quad (2.)$$

und endlich für die hintere Vereinigungsweite α dieser Strahlen nach ihrer Brechung durch die hintere Linsenfläche, von dieser an gemessen:

$$\alpha = \frac{(k - d_1)\, r_2}{(n_1 - 1)\,(k - d_1) + n_1 r_2}. \quad (3.)$$

Berücksichtigt man nun auch die divergenteren Strahlen und zwar insbesondere einen derselben, welcher auf die Hornhautfläche in einem Abstande $= x$ von der optischen Axe trifft, so erhält man**) für die a^1 entsprechende Vereinigungsweite a_1:

$$a_1 = a^1 - \frac{(a + n\,a^1)\,(a + a^1)^2\,x^2}{2(n-1)^2\,a^3\,a^1}, \quad (4.)$$

sodann für die k entsprechende Vereinigungsweite k^1:

$$k^1 = \frac{n_1 r_1 (a_1 - d)}{(n_1 - 1)\,(a_1 - d) + r_1}, \quad (5.)$$

*) Das Nähere der Theorie d. Astigm. ist so elementar als möglich im Coroll. enthalten. S. S. 79.

**) S. Klügel's analytische Dioptrik S. 64 u. f.

endlich für die a entsprechende Vereinigungsweite a_1:

$$a_1 = a' + \Delta a' \quad \text{(I.)}$$

wo

$$a' = \frac{(k^1 - d_1)\, r_2}{(n_1 - 1)(k^1 - d_1) + n_1 r_2} \quad (a),$$

$$\Delta a' = -\frac{n_1 a'^2 x'^2}{2(n_1 - 1)^2}\left[\left(\frac{1}{k^1} - \frac{n_1}{a_1}\right)\left(\frac{1}{k^1} - \frac{1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{n_1}{a^1} - \frac{1}{k^1}\right)\left(\frac{1}{a^1} - \frac{1}{k^1}\right)^2\right] \quad \text{(B.)}$$

$$x' = \frac{(a_1 - d)\, x}{a_1}$$

ist. Für die Längenabweichung $\Delta\lambda$, d. i. den Abstand desjenigen Punktes, in welchem der in der Distanz x von der optischen Augenaxe auf die Hornhaut aufgetroffene und von dem Hornhaut-Linsensystem (eigentlich Hornhaut-Kammerwasser-Linsensystem, oder Doppelobjectiv) gebrochene Strahl die genannte Axe schneidet, von dem hinteren Vereinigungspunkte der parallelen Strahlen hat man mithin:

$$\Delta\lambda = a_1 - a \quad \text{(II.)}$$

und für die Breitenabweichung $\Delta\beta$, d. i. den Abstand des Punktes, in welchem derselbe Strahl die Retina schneidet, von der optischen Axe:

$$\Delta\beta = \frac{x^1 \Delta\lambda}{a_1 + 2 d_1}. \quad \text{(III.)}$$

Nimmt man z. B.:

$$R = 8{,}0, \quad r_1 = 6{,}0, \quad r_2 = 5{,}5, \quad d = 3{,}2, \quad d_1 = 2{,}0, \quad a = 200, \quad x = 2{,}2,$$

so erhält man, wenn $n = 1{,}3365$ und $n_1 = 1{,}08829$ angenommen wird, successive die Werthe:

$$a^1 = 36{,}0607, \quad k = 24{,}1068, \quad a = 15{,}3184,$$
$$a_1 = 34{,}9311, \quad k^1 = 23{,}5410, \quad a^1 = 15{,}0209, \quad \Delta a^1 = -1{,}2600,$$
$$x^1 = 2, \quad a_1 = 13{,}8601, \text{*)}$$

mithin:

$$\Delta\lambda = -1{,}4583, \quad \Delta\beta = -0{,}1533.$$

Die Breitenabweichung $\Delta\beta$ findet natürlich rings um den in der hinteren Vereinigungsweite a liegenden Vereinigungspunkt statt und es entsteht mithin anstatt eines jeden Bildpunkts auf der Retina ein kleiner Kreis von dem Halbmesser $\Delta\beta$, dessen Helligkeit in der Mitte (dem Vereinigungspunkte der parallelen Strahlen) am stärksten ist und gegen die Peripherie hin rasch abnimmt. Derselbe wird „Abweichungskreis" genannt und ist von dem „Zerstreuungskreise" (s. S. 57) wohl zu unterscheiden.

Die sphärische Abweichung wird ohne Zweifel durch die Abnahme des Brechungsvermögens der Linse von der Mitte gegen ihren Rand hin etwas ver-

*) Will man die a und a^1 entsprechende Distanzen von der Hornhaut haben, so muss man $d = 2 d_1 = 7{,}1\,2$ hinzuaddiren.

mindert. Wenn man $\alpha_1 = \alpha$ setzte, so liesse sich eine Relation zwischen n_1 und x ableiten, welche das Gesetz der Abnahme der Dichtigkeit als Funktion von x ausdrückte, welches statthaben müsste, wenn gar keine sphärische Abweichung bestehen sollte.

II. Chromatische Abweichung. Auch bei Berechnung der chromatischen Abweichung kommt man mit der Gauss'schen Methode nicht aus. Mittelst dieser kann man nämlich nur die Abweichung der nahezu parallelen farbigen Strahlen von den mittleren bestimmen, während doch die von den Randstrahlen herrührenden Farben bedeutend weiter von dem hinteren Vereinigungspunkte abstehen und die Hauptursache der farbigen Ränder und der Undeutlichkeit der gesehenen Objecte abgeben würden, wenn solche wirklich in erheblichem Maasse vorhanden wären. Obgleich nun unter den gewöhnlichen Verhältnissen das Auge nichts von einer chromatischen Abweichung bemerkt, so erscheint es doch von Interesse, durch den Calcul zu veranschaulichen, wie sich die fraglichen Verhältnisse bei dem soeben als Beispiel der sphärischen Abweichung angenommenen, für 200mm. accommodirten, Auge gestalten würden.

Als Brechungsindices der rothen und violetten Strahlen aus Luft in humor aq. oder hum. vitr. werden diejenigen angenommen, welche Frauenhofer für das rothe Licht der Linie C des Spectrums und für das violette der Linie G beim Uebergang der Luft in destillirtes Wasser annimmt, nämlich beziehungsweise 1,3317 und 1,3413, mithin als Brechungsindex der mittleren Strahlen 1,3365. Der Brechungsindex für die mittleren aus Luft in Linsensubstanz übergehenden Strahlen ist $^{16}/_{11} = 1{,}4545$, mithin der Brechungsindex der aus wässeriger Feuchtigkeit in Linsensubstanz übergehenden mittleren Strahlen 1,0883.

Für den Gang der violetten Strahlen in obigem Auge erhält man nun succesive vermittelst der vorhergehenden Formeln folgende Werthe:

$$a^1 = 35{,}613, \quad k = 23{,}631, \quad \alpha = 14{,}868,$$
$$a_1 = 34{,}611, \quad k^1 = 23{,}138, \quad \alpha^1 = 14{,}496, \quad \Delta\alpha^1 = -1{,}080,$$
$$\alpha_1 = 13{,}416, \quad \Delta\lambda = 1{,}452,$$

$\Delta\lambda$ ist hier die *Längenabweichung* der gebrochenen violetten Seitenstrahlen von den gebrochenen violetten nahezu parallelen Strahlen.

In der vorigen Rechnung erhielten wir als hintere Vereinigungsweite der nahezu parallelen mittleren Strahlen (vom hinteren Linsenscheitel gemessen) 15,3184. Zieht man hiervon den obigen Werth von α_1 ab, so erhält man für die Längenabweichung der violetten Randstrahlen von den nahezu parallelen mittleren Strahlen den Werth 1,902mm.

Die entsprechende *Breitenabweichung* ist 0,2184mm. In dieser Breite sind die verschiedenen Farben des Spectrums enthalten und ergänzen sich in der Mitte wieder zu Weiss.

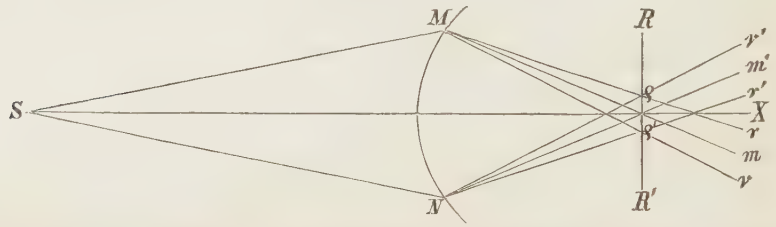
Die Grösse, um welche die Breitenabweichung der violetten Seitenstrahlen die der mittleren übertrifft, beträgt $0{,}2184 - 0{,}1533 = 0{,}0651$mm. Das Doppelte derselben, d. i. 0,1302mm., drückt die Breite des farbigen Randes der auf der Retina entworfenen Bilder aus, und die Breite des sich zu Weiss ergänzenden

Theils der ganzen Breitenabweichung, d. i. 0,1533 — 0,0651 = 0,0822mm., ist der Halbmesser des weiss bleibenden mittleren Theils des sphärischen Abweichungskreises.

Da nun noch Gegenstände von mässiger Lichtstärke, deren Netzhautbild beträchtlich schmäler wie der soeben berechnete farbige Rand ist, deutlich wahrgenommen werden, so fragt es sich, in welchen Ursachen das Nichtwahrnehmen der farbigen Ränder der Retinabilder begründet ist. Uns erscheint es am wahrscheinlichsten, dass dasselbe auf Einübung beruht, vermöge deren wir uns gewöhnt haben, einestheils die farbigen Ränder, welche dem Sehzwecke nicht dienen, zu übersehen, indem wir die ganze Aufmerksamkeit dem Object zuwenden, und anderentheils, sie zu neutralisiren, indem wir für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit accommodiren.

Sind nämlich M und N (Fig. 28) zwei symmetrisch auf beiden Seiten der optischen Axe SX gelegene Punkte der stellvertretenden sphärischen Trennungs-

Fig. 28.



fläche MN des Auges*) und ist letzteres für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit des leuchtenden Punkts S accommodirt, während die Retina sich in RR′ befindet, so vereinigen sich die violetten Randstrahlen Mv, Nv′ mit den rothen Nr′ Mr in den Punkten ϱ′, ϱ wieder nahe zu Weiss.

Hält man die obere oder die untere Hälfte der Strahlen des durch die Pupille eindringenden Lichtkegels SMN vom Auge ab, so findet die Neutralisation nicht mehr statt.

Dies ist leicht durch folgendes Experiment zu constatiren:

Man verdeckt mit einem dem Auge sehr nahe gebrachten Kartenblatte die untere Hälfte der Pupille und sieht nach dem Querstücke des Rahmens eines vom Tageslichte erhellten Fensters, alsdann erscheint der obere Rand des Rahmens roth, der untere dagegen blau gesäumt. Verdeckt man die obere Hälfte der Pupille, so erscheint der obere Rand blau und der untere roth gesäumt.

Wir wollen nun noch für das schematische Auge von Listing (S. 22) die Entfernung berechnen, in welcher dasselbe, wenn es für aus Unendlich kommende rothe Strahlen accommodirt ist, einen violette Strahlen aussendenden Punkt deutlich sieht.

Für den Krümmungshalbmesser r der idealen Trennungsfläche hat man (S. 11) $r = F_2 - F_1$, wo F_1, F_2 die Hauptbrennweiten sind, mithin r = 5,0674,

*) Obwohl für die Randstrahlen die Gauss'sche stellvertretende Trennungsfläche keine Anwendung findet, so ist es doch gestattet, zur Versinnlichung der hier statthabenden Verhältnisse davon Gebrauch zu machen.

Damit erhält man vermöge Formel (5.) und (6.) (S. 15) für die Hauptbrennweite:

der rothen Strahlen $F_1 = 15{,}277$, $F_2 = 20{,}344$,
„ violetten „ $F_1 = 14{,}844$, $F_2 = 19{,}915$.

Der Brennpunkt der violetten Strahlen liegt mithin 0,429mm. vor der Retina und die Entfernung letzterer von der zweiten Hauptebene muss zu 20,344mm. angenommen werden. Soll also das Auge ohne seinen Accommodationszustand zu ändern eine violette Strahlen aussendende Oeffnung scharf begrenzt sehen, so findet man die vordere Vereinigungweite x, welche der hinteren Vereinigungsweite 20,344 entspricht, aus der Gleichung: (Gl. 10. S. 15)

$$\frac{14{,}844}{x} + \frac{19{,}915}{20{,}344} = 1,$$

woraus sich die gesuchte Entfernung $x = 703{,}9$mm. ergibt. Ein für parallel einfallende rothe Strahlen accommodirtes Auge sieht mithin eine violettes Licht aussendende Oeffnung scharf begrenzt, wenn diese sich in einer Entfernung von 0,7039 Meter befindet. Frauenhofer und Helmholtz fanden auch in der That dieses Resultat durch Versuche annähernd bestätigt. (Physiol. Opt. S. 127.)

III. Theorie des Astigmatismus. Die eigenthümliche Gestalt des, von einem äusseren Punkte ausgegangenen und durch das, aus nicht vollkommen sphärischen Trennungsflächen bestehende, Doppelobjectiv des Auges gebrochenen, Strahlenkegels ist am leichtesten in der Art abzuleiten, wie dies in der Abhandlung des Verf. über den Astigmatismus *) möglichst elementar geschehen ist.

Eine jede krumme Fläche besteht aus einer unendlichen Anzahl unendlich kleiner Elemente. Jedes dieser Elemente kann zugleich auch als Element derjenigen Ebene angesehen werden, welche es in seinem Mittelpunkte tangirt („Berührungsebene"). Die auf dieser Berührungsebene senkrechte Gerade steht auch auf dem tangirten Flächenelemente senkrecht und wird Normale genannt. Legt man durch diese Normale Ebenen (deren gemeinschaftliche Durchschnittslinie die Normale selbst ist) nach allen möglichen sich durchkreuzenden Richtungen, so schneiden diese Ebenen das Flächenelement in unendlich viele Curvenelemente, welche im Allgemeinen verschiedene Krümmungen haben. Die analytische Geometrie zeigt nun, dass es für jedes Flächenelement zwei aufeinander senkrechte Richtungen giebt, nach welchen dasselbe von zwei durch die Normale gehenden (also auf dem Flächenelemente senkrechten) Ebenen dergestalt geschnitten wird, dass von den durch diese Schnitte erzeugten beiden Curven die eine die grösste, die andere die kleinste Krümmung unter allen möglichen Schnittcurven hat. Diese beiden Schnitte werden „Hauptschnitte" genannt. Innerhalb des unendlich kleinen Flächenabschnitts fallen beide Curven mit denjenigen Kreisen zusammen, welche mit ihnen einerlei Krümmungshalbmesser haben. Derartige Kreise werden osculirende genannt. Ist RS der in dem einen Hauptschnitte (Fig. 29) gelegene osculirende Kreis, welcher den kleinsten Krümmungshalbmesser hat, so gehen natürlich alle Halbmesser mF,

*) Von Graefe's Archiv XI. 3.

Fig. 29.

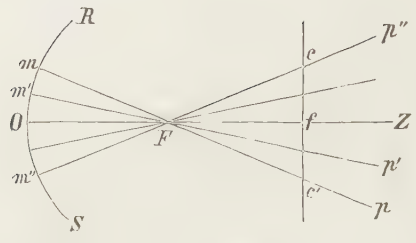
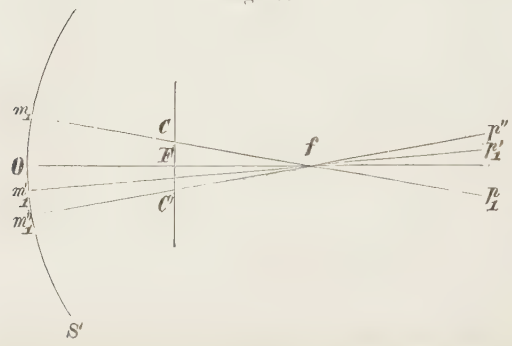


Fig. 30.



m'F ..... und ebenso alle Normalen mp, m'p' ..... durch den gemeinschaftlichen Krümmungsmittelpunkt F. Und wenn R'S' (Fig. 30.) der in dem zweiten Hauptschnitte gelegene osculirende Kreis ist, welcher den grössten Halbmesser hat, so gehen die Halbmesser $m_1 f$, $m'_1 f$..., oder die Normalen dieses zweiten Hauptschnitts, sämmtlich durch den Mittelpunkt f. Da nun die Ebenen der beiden Hauptschnitte (in denen die in Betracht gezogenen zwei osculirenden Kreise liegen) auf einander senkrecht stehen, so muss das in dem Krümmungsmittelpunkte f des zweiten Hauptschnitts (Fig. 30) auf der Ebene desselben errichtete Perpendikel in der Ebene des ersten Hauptschnitts (Fig. 29) liegen und c c' wird dieses Perpendikel sein. Ebenso muss das auf der Ebene des ersten Hauptschnitts in dem Krümmungsmittelpunkt F errichtete Perpendikel in der Ebene des zweiten Hauptschnitts liegen, und C C' (Fig. 30) wird dasselbe vorstellen. Alle in den beiden Hauptschnitten gezogenen Normalen des Flächenelements müssen mithin durch die beiden erwähnten Perpendikel C C' und c c' gehen. Denn in Fig. 29 gehen alle Normalen durch den Punkt F, welcher dem Perpendikel C C' angehört und zugleich durch c c' (dem Perpendikel auf der Ebene des zweiten Hauptschnitts) und ebenso gehen in Fig. 30 alle Normalen durch die Gerade C C' (welche auf der Ebene des ersten Hauptschnitts perpendiculär ist) und durch den Punkt f, welcher dem Perpendikel c c' angehört. Denkt man sich nun auf den Ebenen der beiden Hauptschnitte senkrechte Ebenen errichtet, welche auf den Hauptschnittcurven normal sind, d. h. durch die Krümmungsmittelpunkte F, f gehen, so wird eine dieser Normalebenen des ersten Hauptschnitts, welche man beliebig wählt, eine beliebig gewählte Normalebene des zweiten Hauptschnitts in einer geraden Linie schneiden. Diese gerade Linie muss folgende beiden Eigenschaften besitzen: 1) sie muss ebenfalls eine Normale des Flächenelements sein und 2) durch die beiden Perpendikel C C' und c c' gehen. Die Richtigkeit der ersten Behauptung ist unschwer einzusehen, was die zweite betrifft, so ergibt sie sich daraus, dass jede der beiden Normalebenen durch das eine Perpendikel gelegt ist und das andere schneidet, und deshalb auch ihre ihnen beiden gemeinsame Durchschnittslinie durch beide Perpendikel gehen muss. Die zuletzt erwähnten Geraden vervollständigen also die Zahl der

auf einem Flächenelemente denkbaren Normalen, und man kann mithin den allgemeinen Satz aussprechen, dass alle Normalen, welche auf einem Flächenelemente errichtet werden können, durch die Geraden C C′ und c c′ gehen.

Wir machen darauf aufmerksam, dass diese Geraden, welche wir seither nur als Perpendikel in's Auge gefasst haben und welche man *Sturm'sche Brennlinien* nennt, dergestalt in den Ebenen der beiden Hauptschnitte liegen, dass die in der Ebene des einen Hauptschnitts befindliche nicht durch dessen Krümmungsmittelpunkt, sondern durch den Krümmungsmittelpunkt des andern Hauptschnitts geht, wie man auch aus Fig. 29 u. 30 ersieht.

Die Grössen der Sturm'schen Brennlinien lassen sich nun leicht bestimmen.

Man hat (Fig. 29)

$$m\,m'' : c\,c' = O\,F : F\,f,$$

folglich

$$c\,c' = \frac{m\,m'' \times F\,f}{O\,f}$$

und (Fig. 30)

$$m_1 m_1'' : O\,f = C\,C' : P\,f,$$

mithin

$$C\,C' = \frac{m_1 m_1'' \times F\,f}{O\,f}.$$

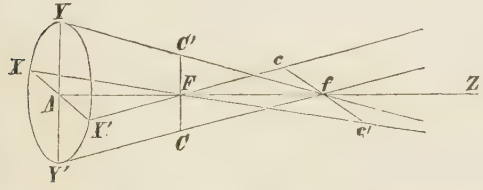
Setzt man $m\,m'' = m_1 m_1'' = 2\,\delta$ und $O\,f = f$, $O\,f = F$, so ist $F\,f = f - F$ und man hat:

$$c\,c' = \frac{2\,\delta\,(f-F)}{F}, \qquad C\,C' = \frac{2\,\delta\,(f-F)}{f}. \quad (1.)$$

Ist also $m\,m'' = m_1\,m_1''$ der Durchmesser des Querschnitts eines aus unendlicher Entfernung normal auf ein Flächenelement (von transparentem Stoff) treffenden Lichtbündels, so werden sämmtliche letzteres constituirende Strahlen durch die beiden Geraden c c′ und C C′ gehen und diese werden in den durch die Formeln (1) ausgedrückten Längen erleuchtet sein.

Die bis hierher elementare Entwicklung werden wir nun auf dem Gebiete der analytischen Geometrie weiter fortsetzen.

Fig. 31.



Wir wollen nämlich die Gleichung der Fläche suchen, welche von sämmtlichen Geraden gebildet wird, die durch einen elliptisch umgrenzten senkrecht auf der Axe A Z (Fig. 31) stehenden Flächenabschnitt Y X Y′ X′ und durch die beiden ebenfalls auf dieser Axe senkrechten und gegen einander einen rechten Winkel bildenden Geraden C C′ und c c′ gehen.

Wir nehmen A Z zur Axe der z und die mit C C′ und c c′ parallelen Graden A Y, A X beziehungsweise zur Axe der y und der x. F sei der Krümmungs-

mittelpunkt der in der Ebene der xz gelegenen Hauptschnittcurve und f der Krümmungsmittelpunkt der in der Ebene der yz gelegenen. Ferner sei Af = f AF = F und endlich die mit der x-Axe parallele Halbaxe der Ellipse = a, die mit der y-Axe parallele = b.

Alles in Raumcoordinaten ausgedrückt, erhält man demnach folgende Gleichungssysteme:

Für die Ellipse:

$$\{a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2,\ z = 0\} \quad (2)$$

und für die Geraden CC′ und cc′

$$\{x = 0,\ z = F\} \quad (3)$$

$$\{y = 0,\ z = f\} \quad (4)$$

Die Gleichung der gesuchten Fläche erhält man hiermit, wenn man die Gleichungen (2), (3), (4) als Repräsentanten von Leitlinien betrachtet und als Gleichungssystem der Erzeugungslinie setzt:

$$\{x - x' = m(z = z'),\ y - y' = n(z - z')\} \quad (5)$$

Substituirt man die aus (3) und (4) fliessenden Werthe für x′, z′, und für y′, z′ in (5), so erhält man:

$$\{x = m(z - F),\ y = n(z - f)\} \quad (6)$$

und wenn man diese Werthe in die erste der Gleichungen (2) setzt und z = 0 macht,

$$a^2n^2f^2 + b^2m^2F^2 = a^2b^2,$$

endlich, indem man die aus (6) folgenden Werthe für m und n substituirt:

$$\frac{a^2f^2y^2}{(z-f)^2} + \frac{b^2F^2x^2}{(z-F)^2} = a^2b^2, \quad (I.)$$

welche die gesuchte Gleichung ist.

Setzt man darin a = b = δ, d. h. nimmt man die Begrenzung des Lichtbündels, oder den Umfang des Querschnitts desselben, kreisförmig mit dem Halbmesser = δ an, so verwandelt sich die Gl. (I) in folgende:

$$\frac{f^2y^2}{(z-f)^2} + \frac{F^2x^2}{(z-F)^2} = \delta^2, \quad (II.)$$

welch' letztere mit der Sturm'schen identisch ist.*) Die Gleichungen (I) und (II) stellen jede eine zweifächrige windschiefe Fläche dar.

---

*) Sturm nimmt (vgl. Poggendorf's Annalen Bd. 65) die Berührungsebene einer beliebigen krummen Fläche zur Coordinatenebene der xy, um den Berührungspunkt herum nimmt er (in der Berührungsebene) einen keinen Kreis an:

$$\xi^2 + \eta^2 = \delta^2 \ (\odot)$$

Die durch diesen Kreis gehenden Normalen der krummen Fläche werden dargestellt durch:

$$\{x - \xi = -dp(z - \zeta),\ y - \eta = -dq(z - \zeta)\}, \ (\textcircled{\odot})$$

wo, wenn p, q, r, t die in der Analysis übliche Bedeutung haben,

$$dp = r\xi, \qquad dq = t\eta$$

Schneiden wir die Fläche (II) mit Ebenen, welche mit der Ebene der xy parallel sind und allgemein durch die Gleichung $z = e$ dargestellt werden, wenn e der Abstand der Schnittebene von der Ebene der xy ist. Alsdann ist das allgemeine Gleichungssystem der Schnittcurve:

$$\left\{ \frac{f^2 y^2}{(e-f)^2} + \frac{F^2 x^2}{(e-F)^2} = \delta^2, \; z = e. \right\} \quad (7)$$

Die durch einen dieser Schnitte entstehende Curve ist mithin im Allgemeinen eine Ellipse, deren mit der Axe der x parallele Halbaxe a den Werth

$$a = \frac{(e-F)\,\delta}{F}, \quad (8)$$

und deren mit der Axe der y parallelen Halbaxe b den Werth

$$b = \frac{(e-f)\,\delta}{f} \quad (9)$$

hat, (wenn man von den Vorzeichen absieht.)

Für $e = 0$ geht die Gl. (7) in $x^2 + y^2 = \delta^2$, d. i. in die Gleichung der kreisförmigen Umgrenzung des Flächenabschnitts oder des *Diaphragma* über.

Für die Werthe von e, die grösser als 0 und kleiner als F sind, stellt die Gl. (7) eine Ellipse dar, welche in der Richtung der x-Axe (beim allmähligen Wachsen von e) immer schmäler wird, bis sie in die Gerade CC′ übergeht, wenn $e = F$ wird.

Für $e = F$ geht nämlich das Gleichungssystem (7) über in

$$\{ x = 0, \; z = F \}$$

und es wird

$$a = 0, \; b = \frac{(f-F)\,\delta}{f}, \quad (10)$$

d. h. die mit der y-Axe parallele Halbaxe wird zur halben vorderen Brennlinie CC′

Für Werthe von e, die zwischen F und f liegen, oder für $F < e < f$, d. h. für die zwischen den beiden Brennpunkten, oder innerhalb der *Brennstrecke*

---

ist. ξ, η, ζ, δ haben hier die Geltung von Differentialien, nämlich strenge genommen, beziehungsweise von dx, dy, dz, $\sqrt{dx^2 + dy^2}$. Vernachlässigt man ζ, so hat man aus (⊙):

$$\xi = \frac{x}{1 - rz}, \qquad \eta = \frac{y}{1 - tz},$$

oder, da der analytischen Geometrie zufolge

$$\frac{1}{r} = F, \quad \frac{1}{t} = f$$

ist:

$$\xi = \frac{Fx}{F - z}, \qquad \eta = \frac{fy}{f - z}.$$

Substituirt man diese Werthe in die Gl. (⊙), so ergibt sich die Gleichung des Textes.

(wie Sturm den Raum zwischen den beiden Brennpunkten nennt) gelegenen Schnitte stellt das Gleichungssystem (7) ebenfalls eine Ellipse dar, die aber nahe der Mitte dieses Zwischenraums in einen Kreis übergeht, indem die beiden Halbaxen a und b (8) u. (9) einander gleich werden. In diesem Falle ist

$$e = \frac{2fF}{f+F} \text{ und } \varrho = \frac{(f-F)\,\delta}{F+f}, \quad (11)$$

wenn ϱ den Halbmesser des Kreises bedeutet. Von hier an wird die Ellipse in der Richtung der y-Axe immer schmäler und geht, wenn $e = f$, in die Gerade cc′ über.

Für $e = f$ nämlich wird das Gl.-System (7)

$$\{ y = 0, \; z = f \}$$

und die Halbaxen der Ellipse werden

$$a = \frac{(f-F)\,\delta}{F}, \; b = 0 \quad (12)$$

d. h. die mit der Axe der x parallele Halbaxe wird mit der halben hinteren Brennlinie cc′ identisch. *)

Für Werthe endlich von $e > f$ stellt das Gl.-System (7) immer eine Ellipse dar und behält diese Bedeutung bis einschliesslich $e = \infty$.

Die seither anstatt des Doppelobjectivs des Auges betrachtete krumme Fläche, deren grösste und kleinste durch den Scheitel gehende Krümmungskreise die respectiven Halbmesser f und F haben, kann man die „*Normalfläche*“ nennen, indem von ihr angenommen wird, dass die von dem Doppelobjective des Auges gebrochenen Strahlen eines von einem äussern Punkte ausgehenden Strahlenkegels sämmtlich zu ihr senkrecht sind.

Sie stellt das um den Pol der grossen Axe herumliegende Segment einer ellipsoidischen Fläche dar, deren grosse Axe mit der optischen Axe des Auges zusammenfällt.

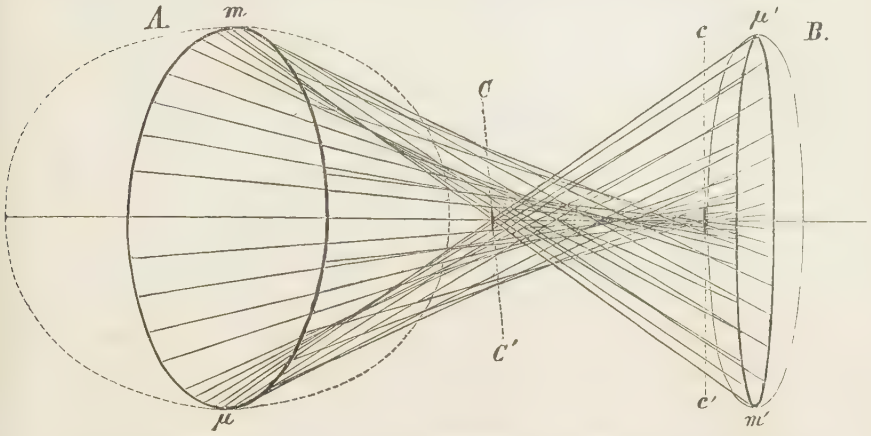
Mag nun die Krysalllinse hinsichtlich ihrer Stellung zur optischen Axe und ihrer Form normal beschaffen sein oder nicht, so werden doch immer die oben erwähnten durch die genannte Axe gelegten Meridiane das Doppelobjectiv des Auges so schneiden, dass die Brennweite der successiven Schnitte sich immer nur allmälig ändert, und man für das Differential der Brechungsfläche das der idealen Trennungsfläche und dessen Integral, die Normalfläche, substituiren kann.

Während also der von einem äussern Punkte ausgegangene Strahlenkegel, anstatt einfach durch die im Doppelobjective des Auges erlittene Brechung in einen umgekehrten Kegel, dessen Spitze in der Retina liegt, verwandelt zu werden, in Folge der sphärischen Abweichung in einen conoidischen Körper verwandelt wird, dessen Begrenzungslinie in allen Meridianen die in Fig. 25 (S. 69) dargestellte Brennlinie ist und der sich vermittelst senkrecht auf die

*) Die Bezeichnung der Geraden CC^1 und cc^1 als «Brennlinie» entspricht hier der gewöhnlichen Bedeutung nicht. (Die gewöhnlichen Brennlinien sind hier die Schnitte der durch die optische Axe gelegten Ebenen mit der Oberfläche der Brennstrecken).

Axen gerichteter Ebenen in lauter Kreise schneiden lässt, so wird er in Folge des Astigmatismus des Hornhautlinsensystems ebenfalls in einen conoidischen Körper, aber mit windschiefer Umhüllungsfläche verwandelt (Fig. 32), deren senkrecht zur Axe geführten Querschnitte im Allgemeinen keine Kreise sind.

Fig. 32.



Nur der nahezu mittlere Querdurchschnitt ist eine Kreisfläche, die übrigen sind Ellipsen, welche nach CC′ hin immer gedrückter werden, bis sie in CC′ in eine horizontale Gerade übergehen, dagegen nach cc′ hin, immer schmäler werden und sich in cc′ in eine vertical stehende Gerade verwandeln. *)

Hieraus ist klar, dass ein astigmatisches Auge genau accommodiren kann für gerade Linien, welche mit den Meridianen der grössten und kleinsten Brennweite parallel sind, dagegen nicht genau für alle übrigen Objecte, indem jedem äusseren Punkte, statt eines hinteren Vereinigungspunktes, eine conoidische Brennstrecke entspricht, deren Querdurchschnitte entweder eine der beiden erwähnten Geraden oder eine Ellipse oder auch ein Kreis ist.

Accommodirt das astigmatische Auge sich so, dass die Retina die Brennstrecke in einer mehr oder weniger schmalen Ellipse schneidet, so werden ihm die Gegenstände nach der grossen Axe dieser Ellipse gedehnt erscheinen; accommodirt es sich so, dass der Durchschnitt der Retina mit der Brennstrecke ein Kreis ist, so ist die Wirkung des Astigmatismus der der sphärischen Aberration

*) Die kleinen ausgezogenen Stücke der Geraden CC^1 und cc^1 sind die s. g. Sturm'schen *Brennlinien*. In der Fig. 32 sind die feinlinigen Ellipsen A, B die Durchschnitte des im Auge gebrochenen Strahlenkegels mit Ebenen, welche diesseits und jenseits der resp. Sturmschen Brennlinien senkrecht auf die Augenaxe errichtet wurden. Die dicklinigen Ellipsen sind ihre perspectivischen Darstellungen. Die Sturm'schen Brennlinien gehen durch die beiden Brennpunkte des astigmatischen Doppelobjectivs des Auges oder der dasselbe vertretenden Normalfläche.

ähnlich, bei den stärker entwickelten Fällen jedoch wird der Abweichungkreis weit grösser und störender.

Die Grösse des Astigmatismus drückt man durch den Accommodationsaufwand aus, welcher erforderlich ist, um das Auge von seinen dem Meridiane der schwächsten Brechung entsprechenden Nahepunkte (oder, bei einem myopischen Auge, Fernepunkte) auf den dem Meridiane der stärksten Brechung entsprechenden Nahepunkt (resp. Fernepunkt) zu bringen.

Bezeichnet man den kleinsten und grössten Abstand der beiden Nahepunkte (resp. Fernepunkte) mit f_1', f_1, so hat man für die Grösse $\mathfrak{A}$ des Astigmatismus den Ausdruck:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_1}. \quad \text{(a.)}$$

Zufolge Formel (10) (S. 15) hat man nun die beiden Gleichungen:

$$\frac{F_1'}{f_1'} + \frac{F_2'}{f_2} = 1, \frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1,$$

woraus sich ergibt

$$\frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_1} = \frac{f_2 (F_1 - F_1') + F_2 F_1' - F_2' F_1}{f_2 F_1 F_1'}.$$

Nimmt man an, dass sich die vorderen und hinteren Brennweiten beider besagter Meridianen gleich verhalten, d. h. dass

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{F_2'}{F_1'}$$

ist, so wird $F_2 F_1' - F_2' F_1 = 0$ und man hat

$$\frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_1'}. \quad \text{(b.)}$$

Wählt man als Beispiel das Listing'sche schematische Auge, indem man ihm einen Astigmatismus von $^1/_{40}$ beilegt, so hat man zunächst die diesem entsprechenden Brennweiten zu bestimmen.

Setzt man $F_1 = \mathfrak{F}_1 - d$ und $F_1' = \mathfrak{F}_1 + d$, wo $\mathfrak{F}_1 = 15{,}0072$ die vordere Hauptbrennweite des schematischen Auges bedeutet, so gibt die Gl. (b.)

$$\frac{1}{40} = \frac{1}{\mathfrak{F}_1 - d} - \frac{1}{\mathfrak{F}_1 + d},$$

woraus folgt $d^2 + 2ad - \mathfrak{F}_1^2 = 0$, und man erhält $d = 2{,}7226$.

Folglich wird $F_1 = 12{,}2846$, $F_1' = 17{,}7298$, und vermöge Gl. (7) (S. 19), wenn $n = 1{,}3365$,

$$F_2' = 16{,}4184, \; F_2'' = 23{,}6959.$$

Nimmt man nunmehr den Halbmesser der Pupille $= 2^{mm.}$ an und setzt diesen Werth für δ und die Werthe von F_2', F_2'' für F und f in die Gl. (11), 10) u. (12), so erhält man für den Halbmesser ρ des Kreises 0,3628, und beziehungsweise 0,6142, 0,8865 für die Hälften der vorderen und hinteren Sturmschen Brennlinien.

Diese Werthe sind verhältnissmässig sehr gross, und man sieht leicht ein, dass bei dem in diesem Beispiele angenommenen Grade von Astigmatismus die Deutlichkeit des Sehens erheblich beeinträchtigt werden muss.

§. VI. Fehler des Auges, welche durch vorgesetzte Brillengläser verbessert werden können.*)

Die hierher gehörigen Augenfehler beruhen entweder auf einer angeborenen Abweichung des Baus des Auges von der Normalform oder auf einer als regelmässige Folge des zunehmenden Alters eintretenden Verminderung des Accommodationsvermögens. Sie lassen sich unter drei wesentlich verschiedene Kategorien bringen.

I. Optisch normales**) Hornhaut-Linsen-System mit normaler Accommodationsbreite und abnorme Länge der Augenaxe.

Man bezeichnet (nach Donders) Augen mit normalem brechendem Systeme als *emmetropische* (von ἔμμετρος, modum tenens und ὤψ, oculus), wenn der Fernepunkt des Auges in Unendlich und der Nahepunkt in einer Entfernung von 4 bis 6 Zollen liegt. In diesem Falle hat die Augenaxe die normale Länge, die Accommodationsbreite beträgt (S. 44) mindestens $^1/_6$ und die mittlere Schweite liegt (S. 47) in höchstens 12 Zoll Entfernung.

Das emmetropische Auge wird in Folge der allmäligen Abnahme seiner Accommodationsbreite fernsichtig.

Diejenigen übrigens normalen Augen, welche obige Eigenschaften wegen abnormer Länge oder Kürze der Augenaxen nicht haben, werden ametropische genannt.

---

*) Man begreift die in diesem §. angeführten Fehler gewöhnlich unter der Rubrik „*Refractions- und Accommodations-Anomalien*“. Dies erscheint uns jedoch im Allgemeinen nicht entsprechend, indem bei Hypermetropie und Myopie sowohl der brechende Apparat des Auges als auch die Accommodationskraft meistens an und für sich vollkommen normal sind und der Fehler blos in der zu geringen, beziehungsw. zu grossen Entfernung der hinteren Augenwand von der mittleren Hauptebene des Doppelobjectivs des Auges liegt.

**) «*Optisch normal*» bedeutet: regelmässig hinsichtlich der Form und Centrirung der Trennungsflächen, «*Centrirt*» bedeutet, dass die Brennpunkte der ein System bildenden Trennungsflächen oder Linsen in Einer geraden Linie liegen.

Diese unterscheiden sich nun wieder in zwei Arten:

1) Das *hypometropische*, oder, wie es gewöhnlich genannt wird, das *myopische, kurzsichtige* Auge, dessen mittlere Sehweite unter der normalen liegt.

Jedes Auge, dessen Fernepunkt diesseits Unendlich liegt, gehört eigentlich unter diese Rubrik. Man nennt jedoch gewöhnlich nur ein solches Auge kurzsichtig, dessen mittlere Sehweite unter acht Zoll beträgt.

Bei diesem Auge besteht der Fehler in einer zu grossen Länge der Augenaxe, welche bewirkt, dass die hinteren Vereinigungspunkte, der aus geringen Entfernungen (etwa von mehreren Fussen), von einem Objecte AO (Fig. 20, Seite 57), kommenden Strahlen vor der, in z't' befindlichen, Netzhaut in RS liegen, mithin auch das Bild des Objects sich daselbst befindet. Auf der Netzhaut wird in diesem Falle zwar auch ein Bild erzeugt, welches jedoch, je weiter sich das Object AO vom Auge entfernt, immer mehr an Helle und Deutlichkeit verliert. Dies beruht darauf, dass die von O ausgegangenen Strahlen, nachdem sie sich im Vereinigungspunkt R gekreuzt haben, wohl noch bis zur Retina fortgehen, daselbst aber, anstatt eines Brennpunktes einen Zerstreuungskreis (s. S. 50) erzeugen. Die einem jeden Punkte eines Objects entsprechenden Zerstreuungskreise schaden durch ihr Ineinanderfliessen der Deutlichkeit um so mehr, je grösser sie sind.

Wenn die Myopie auf einer angeborenen zu grossen Länge der Augenaxe beruht und nicht durch fehlerhaftes Verhalten cultivirt wird, so bleibt der Fernepunkt ziemlich unverändert, der Nahepunkt rückt aber, wie beim emmetropischen Auge, allmälig mit dem zunehmenden Lebensalter immer weiter hinaus.

Ist die Myopie aber mit einer krankhaften partiellen Zurückdrängung oder *Ausbuchtung (Ektasie)* der hinteren Scleralwand verbunden, wie dies häufig vorkommt, so ist sie eine abnorm progressive, wobei während des Fortschreitens des pathologischen Vorgangs namentlich der Fernpunkt immer näher heranrückt.

2) Das *hypermetropische* oder *hyperopische, übersichtige* Auge. Der Fernepunkt dieses Auges liegt so zu sagen noch jenseits Unendlich, in negativer, von dem Auge in entgegengesetzter, d. i. nach hinten zu messender, Entfernung, oder mit andern Worten, das hypermetropische Auge ist bei inactiver Accommodation für convergente Strahlen, welche nach einem hinter der Retina befindlichen Punkt zusammen-

laufen, eingestellt. Um unendlichferne Objecte deutlich zu sehen, muss es noch eine Accommodationsanstrengung machen. Sein Nahepunkt kann möglicher Weise noch unter der normalen mittleren Sehweite liegen. Befindet sich z. B. der Fernepunkt eines solchen Auges in — 30″ Entfernung, d. h. ist es noch für Strahlen accommodirt, welche nach einem 30″ hinter der Retina gelegenen Punkte convergiren, und besitzt es eine Accommodationsbreite $= {}^1/_6$, so kann es sich auch noch für Strahlen, welche von einem in $7{}^1/_2$″ vor ihm gelegenen Punkte ausgehen, accommodiren, da $\frac{1}{7\frac{1}{2}} - \left(-\frac{1}{30}\right) = \frac{1}{6}$ ist. Das Accommodationsgebiet (s. S. 46) kann man sich bei diesem Auge, als aus zwei Theilen bestehend denken, wovon der eine von — 30″ bis — ∞, der andere von + ∞ bis + $7\frac{1}{2}$″ reicht; seine Accommodationsbreite setzt sich zusammen aus $\left(\frac{1}{7\frac{1}{2}} - \frac{1}{\infty}\right)$ und $\left[-\frac{1}{\infty} - \left(-\frac{1}{30}\right)\right]$, oder, da $\frac{1}{\infty} = 0$ ist, aus $\frac{1}{7\frac{1}{2}}$ und $\frac{1}{30}$, welches zusammen ${}^1/_6$ gibt. Dieses Auge wird mithin ganz gut in die Nähe und in die Ferne sehen.

Da übersichtige Augen auch in die Ferne nicht ohne Accommodationsanstrengung deutlich sehen können, so verlernen sie leicht die Fähigkeit, den Ciliarmuskel vollständig zu entspannen. In diesem Falle kann man daher die obere Grenze der Accommodation durch Vorsetzen von Convexgläsern nicht bestimmen, ohne den Accommodationsmuskel vorher durch Atropin vollständig erschlafft zu haben. Donders hat den durch blosses Vorsetzen von Convexgläsern nachweisbaren Grad *manifeste* und den hierbei verborgen bleibenden, durch Atropineinwirkung nachweisbaren Grad *latente* Hypermetropie genannt.*)

Die Hypermetropie führt nämlich meist schon im 25. Lebensjahre Fernsichtigkeit **) herbei. Im höheren Lebensalter kann ein hypermetropisches Auge oft sogar nicht mehr für Unendlich accommodiren.

II. Optisch normales Hornhaut-Linsen-System mit

*) Man kann die Hypermetropie kurz so charakterisiren: Ein hypermetropisches Auge kann nicht ohne Accommodationsanstrengung in die Ferne deutlich sehen, ohne Accommodationsaufwand vermag es dies nur mit Beihilfe von Convexgläsern. Ob ein Auge übersichtig ist, erkennt man leicht dadurch, dass man es durch eine Brille von etwa 10″ Brennweite (Nr. 10) auf 10″ Entfernung lesen lässt. Kann es dies nicht, sondern muss es die Probeschrift weiter von den Augen entfernen, um sie zu lesen, so ist es übersichtig.

**) Der Fehler, welchen man mit Fernsichtigkeit bezeichnet, kann zwei verschiedene Ursachen haben, nämlich die Hypermetropie und die Asthenopie oder Presbyopie.

zu geringer Accommodationsbreite und normaler Länge der Augenaxe. Reine *Presbyopie, Asthenopie.*

Schon mit dem 10. Lebensjahre beginnt, wie wir bereits oben (S. 46) angeführt haben, nach Donders, der Nahepunkt weiter hinauszurücken, so dass mit dem 30. Jahre die Accommodationsbreite schon auf die Hälfte von dem, was sie vor dem 10. Jahre betrug, reducirt ist, hernach geht das Hinausrücken zwar etwas langsamer voran, schreitet jedoch bis in's höchste Alter unaufhaltsam fort.

Der so entstehende Fehler wird *Presbyopie* genannt. Er beginnt, wenn der Nahepunkt über die normale mittlere Sehweite von 10″ — 12″ hinausgerückt ist. Dies pflegt bei einem emmetropischen Auge mit dem 48. Lebensjahre einzutreten. Das frühere Hinausrücken des Nahepunktes wird in der Regel unbeachtet gelassen und erst wenn bei Kerzenlicht oder mangelhafter Beleuchtung feiner Druck nicht mehr gelesen, eine Nadel nicht mehr gut eingefädelt werden kann, fängt die eingetretene Fernsichtigkeit an, empfindlich zu werden.

Hier liegt der hintere Vereinigungspunkt R (Fig. 20, S. 57), der von einem diesseits des Nahepunkts gelegenen Punkte F ausgehenden Strahlen hinter der in tz befindlichen Netzhaut. In der Netzhautfläche bildet mithin ein solcher Strahlenkegel, bevor er seinen Vereinigungspunkt R erreicht, einen Zerstreuungskreis, dessen Durchmesser tz ist. Die Folge davon ist wieder ein lichtschwaches und undeutliches Bild.

Der Ausdruck *„Asthenopie"* wird häufig mit Presbyopie synonym gebraucht. Eigentlich bedeutet er aber den krankhaften Zustand, bei welchem in Folge von Parese des Ciliarmuskels in jüngeren Jahren, und oft nur vorübergehend, Fernsichtigkeit besteht.

III. Optisch unvollkommenes Hornhaut-Linsen-System mit normaler Accommodationsbreite und normaler Länge der Augenaxe. Reiner *Astigmatismus.*

Ist das Doppelobjectiv des Auges in Hinsicht auf die Form der Oberflächen unvollkommen, so entsteht, wie im vorigen §. auseinander gesetzt worden, an Stelle des hinteren Vereinigungspunkts eine mehr oder weniger lange astigmatische Brennstrecke.

Wie bereits erwähnt, sind bei astigmatischen Augen nicht immer gerade die durch die Augenaxe gelegten verticalen und horizontalen Meridianschnitte des Doppelobjectivs diejenigen, denen die grösste, resp. kleinste Brennweite entspricht. Will man daher ein solches Auge

mittelst der sich im rechten Winkel kreuzenden beiden feinen geraden Linien (Fig. 27, S. 73) auf seine astigmatischen Nahe- resp. Fernepunkte untersuchen, so muss man diese Untersuchung succesive bei verschiedenen Neigungen der Geraden gegen die verticale resp. horizontale Richtung vornehmen, um die Meridiane der grössten und kleinsten Brechung durch ihre Neigungswinkel gegen besagte Richtungen zu bestimmen.

Hat man die Nahe- resp. Fernepunkte der astigmatischen Meridiane gefunden und bezeichnet ihre kleinste und grösste Entfernung resp. mit φ und φ^1, so hat man, zufolge des oben (S. 86) angegebenen Ausdrucks, für die Grösse $\mathfrak{A}$ des Astigmatismus:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi'} \text{ (a.)}$$

IV. Combinationen der unter I — III angeführten Fehler.

Die beiden letzten Fehler (unter II und III) können sich nun mit den unter I. rubricirten beiden Fehler und auch mit einander selbst verbinden.

Unter I. ist bereits über die mit zunehmendem Alter natürlich eintretende Complication der Myopie und der Hypermetropie mit der Presbyopie das Nöthige angeführt. Es ist also nur noch der Verbindung des Astigmatismus mit der Myopie und der Fern- und Uebersichtigkeit zu gedenken.

Der *myopische Astigmatismus* kommt nach Donders in $^1/_6$ der Fälle vor.

Von den übrigen Fällen kommen weitaus die meisten dem *hypermetropischen Astigmatismus* zu. Donders*) nimmt sogar an, dass unter sechs hypermetropischen Augen eines zugleich mit Astigmatismus behaftet ist. Hiermit ist zugleich auch gewöhnlich ein hoher Grad von Asthenopie verbunden, in Folge dessen der Gebrauch der Augen sehr bald Ermüdung und Schmerz zur Folge hat.

Wir kommen nun zu dem, allen in diesem §. angeführten Fehlern gemeinsamen, Correctivmittel, den *Brillengläsern*.

Dieselben kamen zu Anfang des XIV. Jahrhunderts in Gebrauch. Ihr Erfinder ist zweifelhaft. Der Name „Brille" soll von Beryll, einem Steine, aus welchem sie zuerst gefertigt wurden, herrühren.

*) Astigmatismus und cylindrische Gläser. Berlin 1862. S. 102.

Die Wirkung der zur Verbesserung der unter I. u. II. angeführten Fehler angewandten Brillengläser erklärt man gewöhnlich durch ihre Combination mit dem brechenden Apparate des Auges, indem man sagt: Convexe Gläser machen die gebrochenen Strahlenkegel convergenter und rücken dadurch die hinteren Vereinigungspunkte (s. S. 12) mehr nach vornen, concave Gläser machen jene divergenter und rücken diese weiter nach hinten, — haben die Gläser die entsprechenden Brennweiten, so bewirken sie, dass die Bilder der äusseren Gegenstände in die Retina fallen, und erfüllen dadurch ihren Zweck.

So plausibel diese Erklärung auch scheint, so ist sie doch weder natürlich, noch einfach, wenn es gilt, die Wirkung einer Brille für ein gegebenes Auge genauer nachzuweisen und die Stärke der passenden Gläser zu bestimmen. Denn hierzu müsste man, zufolge der obigen Erklärung, zuerst die Lage der Hauptpunkte und Hauptbrennpunkte des Auges gefunden und daraus indirect die Länge der Augenaxe abgeleitet haben, um nachweisen zu können, dass durch die Adhibirung darnach berechneter Linsen, wirklich ein deutliches und scharfes Bild eines innerhalb des verlangten Accommodationsgebiets befindlichen Gegenstands auf der Netzhaut entworfen würde.

Zur Bestimmung der Brennweite eines für einen gegebenen Fall passenden Linsenpaares und zum Nachweise der Art und Weise seiner correctiven Wirkung hat man aber die Kenntniss der Cardinalpunkte des betreffenden Auges durchaus nicht nöthig, sondern die leicht zu bestimmende mittlere Sehweite desselben genügt, um die Brennweite der passenden Glaslinse abzuleiten, und die Erklärung der Wirkungsart folgt einfach aus den Gesetzen der Refraction sphärischer Linsen.

Die Wirkung einer für ein nahe- oder fernesichtiges Auge mit normaler Accommodationsbreite passenden Convex- oder Concavlinse besteht nämlich einfach darin, ein in normaler mittlerer Sehweite, d. i. in 10 bis 12 Zollen Entfernung, befindliches Object scheinbar*) in die mittlere abnorme Sehweite des betreffenden Auges zu bringen, so dass dessen Accommodationskraft nur im mittleren Grade in Anspruch genommen und ihm zugleich das Object unter demselben Gesichts-

*) Durch den hier und w. u. gebrauchten Ausdruck »scheinbar« soll nicht gesagt werden, dass das Object dem mit dem entsprechenden Glase bewaffneten Auge in seiner abnormen Sehweite wirklich zu stehen scheine, sondern nur, dass die Strahlen so zu diesem gelangen, als wenn jene abnorme Sehweite ihr wirklicher Ausgangsort sei.

winkel*) dargeboten wird, unter welchem es einem unbewaffneten normalen Auge in gleicher Entfernung erscheint.

Dies wird aus Nachstehendem erhellen.

Wird einem für die Entfernung α accommodirten Auge ein Glas von der Brennweite F vorgesetzt und ist a die Entfernung, in welcher das so accommodirte und bewaffnete Auge deutlich sieht, so hat man die Relation:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{F}. \quad \text{(b.)}$$

Beim fernesichtigen Auge ist $\alpha > a$ (α grösser als a), mithin F positiv, d. h. die erforderliche Linse convex, beim nahesichtigen Auge ist $\alpha < a$ (α kleiner als a), folglich F negativ, mithin die entsprechende Linse concav.

Ist z. B. die abnorme mittlere Sehweite α eines hypermetropischen oder auch presbyopischen Auges $= 30''$, so hat man für die Brennweite F einer Linse, welche sie auf die normale mittlere ($a = 12''$) bringt, die Gl:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{12} - \frac{1}{30} = \frac{1}{20},$$

folglich $F = 20''$, oder 20 ist die Nummer des entsprechenden Convex-Glases. Beträgt die abnorme mittlere Sehweite eines myopischen Auges mit normaler Accommodationsbreite $4''$, so hat man

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{6}$$

und 6 ist die entsprechende Nummer des Concavglases, wenn dasselbe unmittelbar vor dem Auge angebracht wird. (S. w. u.) Vermittelst derselben ist das Auge unter Anwendung seiner halben Accommodationskraft befähigt in $12''$ Entfernung scharf zu sehen.

Ist die Accommodationsbreite $= \frac{1}{6}$, so drückt $\frac{1}{12}$ den halben Accommodationsaufwand aus. Wird die Accommodation mithin vollständig entspannt, so ist das Auge durch die Linse befähigt, in einer Entfernung x deutlich zu sehen, für welche man hat

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} = 0,$$

x erhält mithin einen unendlich grossen Werth. d. i. das Auge sieht in äusserster Ferne deutlich. Wird dagegen bei vorgehaltener Linse die ganze Accommodationskraft aufgeboten, so hat man für die Entfernung x^1, in welcher nun das Auge deutlich sieht

*) Gesichtswinkel ist der von zwei Blickrichtungen eingeschlossene Winkel. Gesichtswinkel eines Objects ist der von den nach den beiden Endpunkten eines Durchmessers desselben gerichteten Blicklinien eingeschlossenen Winkel.

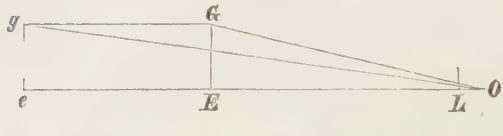
$$\frac{1}{x^1} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

und es ist mithin $x^1 = 6''$.

Das mit dem Glase bewaffnete Auge kann demnach, je nachdem es seine ganze Accommodationskraft aufbietet oder bis zu Null abspannt, in eine Entfernung von 6″ bis Unendlich deutlich sehen. Seine Accommodationsbreite ist mithin $= \frac{1}{6}$, d. h. ebenso gross wie ohne Linse.

Sieht ein fernsichtiges Auge O (Fig. 33) durch die ihm entsprechende Convexlinse L nach einem in der normalen mittleren Entfernung LE = a befindlichen Objecte EG, so empfängt es die ihm von demselben zugesandten Strahlen in einer solchen Richtung, als wenn das Object sich in seiner abnormen mittleren Sehweite Le befände. Das Auge vermag also bei mittlerer Accommodationsanspannung den Gegenstand EG deutlich zu sehen. Anstatt aber denselben unter dem Gesichtswinkel e O g zu sehen, wie es ihn ohne Glas sehen musste, um ein deutliches Netzhautbild zu erhalten, sieht es ihn jetzt unter dem viel grösseren Winkel EOG, unter welchem ihn auch ein normales unbewaffnetes Auge, wenn es sich in der seiner mittleren Sehweite entsprechenden Entfernung EL befindet, deutlich sieht.

Fig. 33.



Hierbei ist jedoch vorausgesetzt, dass sich das Auge O unmittelbar hinter der Linse L befindet. Wenn aber, wie es bei den Brillen oder in noch stärkerem Maasse bei den Nasenklemmern (pinces-nez) der Fall ist, die Entfernung LO = d der Linse vom Auge einen beträchtlichen Werth hat, so begreift man leicht, dass dieser Umstand nicht unberücksichtigt gelassen werden darf.

Man sieht aber auch leicht ein, dass dem betreffenden Fehler, welcher dem aus Formel (b.) für F erhaltenen Resultate inhärirt, abgeholfen wird, wenn man die gefundene Brennweite F einer erforderlichen Linse um d vergrössert, d. h. die Brennweite der Concavlinse (welche einen negativen Werth hat), absolut betrachtet, um d verringert.

Setzt man in der Gleichung (b.) für die mittlere Sehweite α eines Auges seine kleinste und grösste Sehweite, α' und α'', so drücken in den Gleichungen:

$$\frac{1}{a'} = \frac{1}{\alpha'} + \frac{1}{F}\,,\quad \frac{1}{a''} = \frac{1}{\alpha''} + \frac{1}{F}\ (b'.)$$

a', a'' die Entfernungen aus, in welche der Nahe- und Fernepunkt, die in den Entfernungen α', α'' liegen, durch eine Linse von der Brennweite F gerückt werden. Da nun zufolge der Gleichungen (b'.)

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a''} = \frac{1}{\alpha'} - \frac{1}{\alpha''}$$

ist, so folgt, dass die Accommodationsbreite des bewaffneten Auges dieselbe bleibt, wie die des unbewaffneten. (Vergl. obiges Beisp.)

Daraus ergibt sich noch eine wichtige allgemeine Eigenschaft der sphärischen Brillen, nämlich die, dass die natürliche Accommodationsbreite eines mit einer Linse bewaffneten Auges durch letztere nicht verändert wird.

Bei einem myopischen Auge mit geringer Accommodationsbreite erleidet in Folge hiervon der obige allgemeine Satz über die Wirkung der Brillen eine Ausnahme, indem die mittlere Sehweite, welche einem solchen Auge mittelst der Brille verliehen wird, nicht die normale (10″ — 12″) sein kann, sondern um dem Zwecke des Sehens in die Ferne zu entsprechen, viel weiter gegen Unendlich gerückt werden muss. *)

Ausser der oben erwähnten Hauptwirkung der gewöhnlichen Brillengläser haben diese aber auch noch einen beträchtlichen Einfluss auf die Sehschärfe. Wie im Corollarium zu diesem § gezeigt werden wird, rücken nämlich Convexgläser den zweiten Knotenpunkt des mit der Glaslinse combinirten optischen Systems des Auges nach vornen, Concavgläser dagegen nach hinten. In Fig. 38 a. liegt z. B. der zweite Knotenpunkt des mit der Convexlinse L combinirten Auges O in k_2' anstatt in k_2. Dadurch nimmt das Bild Pt_2' des Objects AS einen grösseren Bezirk der Netzhaut ein als ohne die Linse, wo das Retinabild blos die Höhe Pt_2 hat. In Folge hiervon muss auch die lineare Dimension des Objects im Verhältniss von $Pt_2' : Pt_2$ schärfer gesehen werden. Wäre die Linse L concav, so würde das Entgegengesetzte stattfinden, d. h. der Knotenpunkt k_2 würde nach hinten gerückt und das Retinabild verkleinert werden.

*) Bei sehr nahe liegendem Fernpunkte ist es nach Burow am besten, dem Kurzsichtigen eine Concavbrille zu geben, mit der er noch in 10″ bis 12″ Entfernung lesen kann, und dazu eine Lorgnette mit concav Nr. 10, resp. 12 zum Vorhalten beim Sehen in die Ferne.

Hieraus folgt, dass Convexlinsen die Sehschärfe vermehren, Concavlinsen aber vermindern. *)

Während also der Gebrauch einer Convexbrille das Näherrücken eines Objects und dadurch einen grösseren Gesichtswinkel, eine Concavbrille das Fernerrücken und dadurch einen kleineren Gesichtswinkel bedingt, wird auch noch das diesen beiden Stellungen entsprechende Retinabild vergrössert, resp. verkleinert.

Die Wirkung der entsprechenden Brille ist mithin für den Fernesichtigen von doppeltem Vortheil, den Nahesichtigen dagegen beeinträchtigt sie sowohl in Hinsicht auf die Grösse als die Schärfe des Bilds.

Man kann somit sagen, dass eine passende Brille bei einem ametropischen Auge mit ungeschwächter Accommodationskraft die von der Natur gegebene Abweichung von der Norm sowohl hinsichtlich der mittleren Sehweite und des entsprechenden Gesichtswinkels als hinsichtlich der Sehschärfe beseitigt.

Die Wirkung der sphärischen Brillen ist nach dem Vorhergehenden also eine zweifache:

1) Ihre erste Wirkung ist an und für sich vom Auge unabhängig. Convexgläser rücken die Spitzen der durch sie gehenden Strahlenkegel in die Ferne, Concavgläser dagegen in die Nähe.

2) Ihre zweite Wirkung besteht darin, dass die Convexgläser den zweiten Knotenpunkt des mit ihnen bewaffneten Auges nach vornen rücken, Concavgläser dagegen nach hinten.

Von diesen beiden Wirkungen ist die erstere, rein physikalische, die bei weitem wichtigste. Von ihr hängt die Vergrösserung, resp. Verkleinerung des Gesichtwinkels hauptsächlich ab. Beim fernsichtigen Auge ist die Vergrösserung des Gesichtswinkels, resp. des Netzhautbildes, durch eine passende Convexbrille von sehr erheblicher Bedeutung, indem sie ungefähr dem Quotienten aus der mittleren Sehweite in die gegebene abnorme gleich ist.

*) Die Verrückung des zweiten Knotenpunkts, womit auch die gleichgrosse Verrückung des zweiten Hauptpunkts verbunden ist, in den normalen Abstand von der Retina ist das nothwendige Postulat des Sehens in normaler mittlerer Sehweite vermittelst der entsprechenden Brille. Denn wenn das mit der Brille combinirte optische System des Auges bei mittlerer Accommodationsanstrengung für die normale mittlere Sehweite accommodirt ist, so muss auch die Brennweite des combinirten Systems die des normalen Auges sein, und sich mithin der zweite Hauptpunkt desselben in der normalen Distanz von der Retina befinden.

Die zweite Wirkung der Brillen, nämlich auf die Sehschärfe, ist bei den höheren Nummern unbedeutend und beträgt sogar bei Nummer 6 erst gegen $^1/_7$.

Cylindrische Brillengläser sind Linsen mit einer cylindrischen Oberfläche. Wenn man von einem massiven Glascylinder ein Stück parallel mit der Axe abschneidet, dann diesem Segmente einen kreisförmigen oder ovalen Umfang giht, so hat man eine einfache cylindrische Glaslinse, deren eine Fläche eben ist.

Schneidet man dieselben mit Ebenen, welche sich längs der Cylinderaxe durchkreuzen, so sind die Durchschnitte mit der cylindrischen Fläche gerade Linien, schneidet man sie aber mit Ebenen, welche auf der Cylinderaxe senkrecht stehen, so sind die Durchschnitte mit der cylindrischen Oberfläche Kreisabschnitte. Denkt man sich einen in der Mitte des Glases senkrecht stehenden Krümmungshalbmesser und betrachtet ihn als die Durchkreuzungslinie einer Anzahl nach verschiedenen Richtungen gelegter Ebenen, so sind die Durchschnitte dieser Ebenen mit der Cylinderfläche Kreisbögen, welche immer um desto flacher werden, je mehr sich die Richtung der Schnitte der geraden Kante der Cylinderfläche nähert, bis sie endlich in diese Gerade übergehen.

Stellt man sich nun vor, derartige Schnitte seien durch die optische Axe des astigmatischen Doppelobjectivs des Auges so gelegt, dass der Durchschnitt der dasselbe vertretenden Normalfläche (s. S. 84) von der kleinsten zur grössten Brennweite übergehe, so begreift man leicht, dass der Astigmatismus $\mathfrak{A}$ (s. S. 91) durch ein cylindrisches Brillenglas dessen kleinste Brennweite $= \pm \frac{1}{\mathfrak{A}}$ ist, corrigirt werden kann.

Denn ist das Glas convex cylindrisch und man setzt es so vor das Auge, dass seine stärkste Krümmung, entsprechend seiner kleinsten Brennweite, parallel ist demjenigen Axenschnitt des Auges, welchem die grösste Brennweite entspricht, *) so erhält der betreffende Durchschnitt

*) Um auszumitteln, welcher Meridian des Auges der am stärksten und welcher der am schwächsten brechende in einem gegebenen Falle ist, verfährt man nach Burow (Wahl der Brillen, S. 23) in folgender Art:

»Man bringt in einer undurchsichtigen vor das Fenster gestellten Scheibe eine runde Oeffnung von circa 2 mm Durchmesser an und lässt in einer Entfernung, die dem deutlichsten Sehen entspricht, das astigmatische Auge dieselbe betrachten, indem man abwechselnd ein starkes Concav- und ein entsprechendes Convexglas vor dasselbe hält, d. h. das Auge abwechselnd übersichtig und hochgradig kurzsichtig macht.

des Auges dieselbe Brennweite wie der auf ihm senkrechte Schnitt an sich besitzt, nämlich die kleinste. Die Brennweite des letzteren wird aber durch die cylindrische Linse nicht verändert, weil der entsprechende Schnitt derselben eine gerade Linie ist. Wäre mithin die kürzeste Brennweite des astigmatischen Auges = f, so ist diese Brennweite jetzt für alle Meridiane dieselbe, d. i. die kleinste.

In analoger Weise kann durch eine entsprechende concav-cylindrische Linse die Brennweite des astigmatischen Auges in sämmtlichen Meridianen auf den grössten Werth, den es in einem Meridianschnitt seines Doppelobjectivs besitzt, gebracht werden.

Gibt man nun der anderen, bisher als eben angenommenen, Fläche der cylindrischen Linse eine sphärische, convexe oder concave, Form, so ist klar, dass man dann auch zugleich die Complication der Nahe- oder Fernsichtigkeit mit Astigmatismus beseitigen kann. (S. auch am Schlusse dieses §.)

Die Brillen können mithin nicht blos den von der Natur durch die unrichtige Entfernung des zweiten Knotenpunkts von der bildauffangenden Wand (der Retina) gesetzten Fehler der Augen ausgleichen, sondern auch den Fehler welcher durch eine ellipsodiale (anstatt sphärische) Form der Hornhaut und durch Abweichung von der normalen Form oder Stellung von Seiten der Krystalllinse gegeben ist.

Wir wollen hier, namentlich in Rücksicht auf myopische Augen, darauf aufmerksam machen, dass das Accommodationsvermögen durch die Convergenz der Blicklinien unterstützt wird. (Aus der Tabelle S. 45 ersieht man, dass bei äusserster Convergenz der Blicklinien der betreffenden Versuchsperson der Convergenzpunkt in 2″, der Nahepunkt in 3,69″ Entfernung, ersterer mithin diesseits desjenigen Punkts liegt, für welchen noch accommodirt werden kann.)

Selbst ein wenig geübter Beobachter wird bei diesem Versuche wahrnehmen, dass die runde Oeffnung die Form eines länglichen Schlitzes annimmt, in der Art zwar, dass beim wechselndem Gebrauche der beiden Gläser die Richtungen, in denen die Verzerrung des runden Lichtbilds in ein längliches stattfindet, um einen rechten Winkel gegen einander gestellt sind.

Diese beiden Richtungen (in den bei weitem meisten Fällen die horizontale und verticale) entsprechen der Lage der Meridiane, in denen das astigmatische Auge am stärksten und am schwächsten bricht.

Eine Controlle dieser Beobachtung wird dadurch gegeben, dass man vor das astigmatische Auge ein Metallplättchen, in welches ein etwa 1 mm breiter Schlitz eingeschnitten ist, in den gefundenen Richtungen des stärkst- und schwächst-brechenden Meridians hält. Es wird durch diese Art der Bewaffnung des Auges eine grössere Schärfe des Bildes in der Richtung der beiden Hauptmeridiane, allerdings freilich auf Kosten der Lichtstärke erzielt werden. (Es kommt nicht selten vor, dass der astigmatische Schlitz nur in einem Meridiane, gewöhnlich dem stärkstbrechenden gut corrigirt, in dem entgegengesetzten viel weniger, oder gar nicht. Der Grund davon liegt dann darin, dass die Krümmung der Hornhaut in dieser Richtung unregelmässig ist.)«

Gibt man einem Augenpaar, dessen Nahepunkt in 4″ Entfernung liegt, eine Concavbrille Nr. 4, so wird es bei der erforderlichen Parallelstellung der Blicklinien nicht in Unendlich deutlich sehen, sondern es wird dies erst mit Nr. 15 (concav) vermögen. —

Ein Auge mit erheblich verminderter Accommodationskraft kann mittelst einer Brille entweder nur in die Nähe oder nur in die Ferne deutlich sehen.

Hinsichtlich myopischer Augen mit erheblich verminderter Accommodationskraft A (S. 44), welche man „presby-myopische" nennen kann, ist zu bemerken, dass dieselben, wenn sie mit einer Brille bewaffnet werden, die ihren Fernepunkt in Unendlich rückt, nicht mehr diesseits einer Entfernung von $\frac{1}{A}$ Zollen deutlich sehen können. Ein presby-myopisches Auge z. B., für welches $A = \frac{1}{30}$ ist, kann mittelst einer seinen Fernpunkt in Unendlich rückenden Brille nur von Unendlich bis zu 30″ Entfernung deutlich sehen, mithin gewöhnlichen Druck nicht mehr lesen.*) Ein solches Auge ist von einem presbyopischen unbewaffneten Auge nicht mehr verschieden, es ist vielmehr künstlich zu einem solchen gemacht.

Setzt man einem normal gebauten presbyopischen Auge, dessen Nahepunkt in 20″ Entfernung liegt, eine Convexbrille Nr. 6 vor, so wird die Gl. (b.)

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{20} = \frac{1}{6} \text{ oder } \frac{1}{a} = \frac{1}{6} + \frac{1}{20} = \frac{13}{60},$$

mithin ist sein Nahepunkt in $4\frac{8}{13}$ und sein Fernpunkt in 6 Zoll gerückt.

Ein dergestalt bewaffnetes presbyopisches Auge ist mithin künstlich zu einem presby-myopischen gemacht.

Man sieht leicht ein, dass man auch myopische und hypermetropische Augen mit normaler Accommodationskraft vermittelst geeigneter Brillen künstlich in hypermetropische, resp. myopische Augen von beliebiger Entfernung des Nahe- und Fernepunktes verwandeln kann, wobei jedoch die Augen durch die ungewohnte Convergenzstellung der Blicklinien angegriffen werden.

Die nothwendigen Eigenschaften einer gewöhnlichen Brille mit sphärischen Gläsern sind, Reinheit des Glases (dasselbe darf keine Adern, Bläschen oder Körnchen enthalten**), regelmässigen Schliff (wenn man das Glas verschiedene Objecte spiegeln lässt, so müssen die Spiegelbilder am Rand der Linse dieselbe Grösse und Gestalt

*) Für ein und dasselbe presby-myopische Augenpaar können zum Arbeiten in der Nähe Convexgläser, zum Sehen in die Ferne, z. B. auf der Jagd, Concavgläser nöthig werden.

**) Stellt man ein Licht ungefähr 4 Meter entfernt vor sich, sieht durch das betreffende Glas auf das Licht und entfernt das Glas allmählig so weit vom Auge, bis es wie eine leuchtende Scheibe erscheint, so sieht man alle in dem Glase vorhandenen Adern, Schrammen etc.

wie in der Mitte haben*) und gute Politur (diese ersieht man aus dem Glanze der Oberfläche) vorausgesetzt: 1) entsprechende Brennweite (s. w. u.), 2) richtiger Abstand der beiden Brillengläser von einander (dieser soll wegen der Convergenz der Augenaxe beim Nahesehen etwas kleiner als die Distanz der Knotenpunkte beider Augen sein, s. w. u.) und 3) richtige Fassung, so dass die die Krümmungsmittelpunkte der beiden Flächen vorbindende Gerade durch die Mitte des Glases geht.

Der Punkt, wo diese Gerade (die optische Axe der Linse) die Oberflächen des Glases schneidet, oder die optische Mitte des Glases, lässt sich leicht dadurch bestimmen, dass man die Spitze eines entfernten Gegenstandes, etwa eines Dachgiebels, oder eine entfernte Flamme, von den beiden Flächen des vor sich gehaltenen Glases spiegeln lässt. Hält man dasselbe etwas seitwärts vor sich, indem man dem zu spiegelnden Objectpunkte den Rücken zukehrt, in solcher Entfernung, dass die beiden Spiegelbilder deutlich gesehen werden, so geht die die gespiegelten identischen Punkte verbindende Gerade durch den gesuchten Punkt der Linse. Der Grund davon ist der, dass die beiden Spiegelbilder eines fernen Punktes sich nur decken können, wenn sie von zwei, je einer der Oberflächen angehörigen, Stellen reflectirt werden, welche eine gemeinschaftliche Normale besitzen, die durch die beiderseitigen Krümmungsmittelpunkte geht.

Es ist nur noch zu erwähnen, dass die Nummern, womit die Brillengläser bezeichnet sind, die Brennweite derselben in rheinländischen oder pariser Zollen ausdrücken sollen, dass aber häufig dieselbe nur den Krümmungshalbmesser der Flächen bei den gewöhnlichen biconvexen, oder das arithmetische Mittel der verschiedenen Krümmungshalbmesser der Flächen bei den *periscopischen* Gläsern**) ausdrücken und dass mithin diese Nummern nur dann mit den Brennweiten übereinstimmen, wenn der Brechungsindex der gebrauchten Glassorte nicht weit von 1,5 differirt.

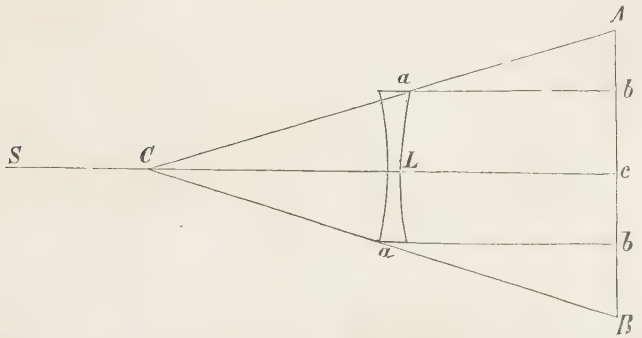
Man findet nun die Brennweite der convexen oder Sammellinsen dadurch, dass man das Glas zu einer nach der Sonne gezogen gedachten geraden Linie möglichst senkrecht hält und den Abstand des auf einer mit dem Glas parallelen Ebene entworfenen möglichst hellen und kleinen Sonnenbildchens mit einem Zollstabe misst, oder dadurch, dass man die mit einer ebenen Fläche parallel gehaltene Linse ein möglichst deutliches Bild ferner Gegenstände auf einer ebenen mit der Linse parallelen Fläche entwerfen lässt und dessen Abstand von der Linse misst.

Die Brennweiten der convexen oder Zerstreuungslinsen kann man ebenfalls leicht bestimmen.

*) Sieht man durch das Glas nach einem Vierecke, so darf dasselbe nicht verschoben erscheinen.

**) S. Corollarien zu diesem §.

Fig. 34.



Lässt man die Strahlen der Sonne oder einer möglichst ferne stehenden Flamme S (Fig. 34) senkrecht auf den Aequator a a der Linse L fallen und hält hinter die Linse, mit ihr parallel, eine ebene Fläche A B (Projectionsebene), so sieht man auf dieser einen kreisrunden Schatten, dessen Durchschnitt b b ist und der an Grösse der Linse immer gleichbleibt, wenn auch die Entfernung der Projectionsebene beliebig verändert wird, der mithin von den unter sich parallelen Strahlen der Sonne oder der Flamme begrenzt wird, ausserdem sieht man um diesen Schatten herum einen lichten Ring, dessen Durchschnitt A b b B ist und der mit zunehmender Entfernung der Projectionsebene vom Glase immer breiter wird. Denkt man sich von dem zwischen der Lichtquelle und der Linse gelegenen imaginären Brennpunkte C der letzteren nach allen Punkten des Linsenrands Strahlen ausgesendet, so ist der Durchschnitt AB des Strahlenkegels A C B mit der Projectionsebene die äussere Grenze des lichten Rings. Soll mithin die Projectionsebene im zweiten imaginären Brennpunkte c der Linse sich befinden, so muss der grosse Durchmesser A B des lichten Rings doppelt so gross, wie der der Linse a a = b b sein, vermöge der Proportion: C L : C c = a a : A B = 1 : 2. Hat man mithin auf einem die Projectionsebene vorstellenden Papierblatte zwei concentrische Kreise beschrieben, deren Durchmesser dem einfachen, resp. doppelten Durchmesser der Linse gleich sind, so ist die Brennweite der letzteren derjenigen Entfernung L c der Projectionsebene von der Linse gleich, in welche man die Projectionsebene bringen muss, damit der Umfang des Schattens und der lichte Ring um denselben von den construirten Kreisen genau begrenzt werden.

Man braucht also nur die Projectionsebene in die gehörige Entfernung zu bringen, und diese zu messen, um die gesuchte Brennweite zu erhalten. —

Dass man bei Anwendung einer Brille die Augen mehr convergiren, resp. divergiren lassen muss als ohne Brille, während die Accommodationsanstrengung bei einer passenden Nummer die gewohnte bleibt, ist die Ursache davon, dass die Brillen beim anfänglichen Gebrauche die Augen anzugreifen scheinen.

Bisher haben wir meist nur von Einem Auge gesprochen, indem wir voraussetzten, dass beide Augen gleiche Nahe- und Fernepunkte hätten, mithin auch, was von Einem gesagt würde, für beide gälte.

Nun kommen aber häufige Fälle vom Gegentheil vor, ja es mögen sich sogar geringe Verschiedenheiten beider Augen in dieser Beziehung bei den meisten Menschen vorfinden.

Die Gleichheit beider Augen in Beziehung auf die Lagen des Nahe- und Fernepunkts hat Verf. *) in Uebereinstimmung mit der oben angeführten Nomenclatur von Donders mit dem Namen *Isometropie* (ἰσομέτρος gleichmässig, ὤψ das Gesicht), und die in derselben Beziehung stattfindende Ungleichheit mit der Benennung *Anisometropie* belegt.

Die Anisometropie besteht demnach darin, dass jedes Auge einen von dem des anderen verschiedenen, Nahe- und Fernepunkt hat, oder dass wenigstens, wie bei ungleicher Accommodationskraft beider Augen der Fall ist, der Nahepunkt des einen Auges nicht in derselben Entfernung liegt, wie der des anderen.

Da in der Regel eine Ungleichheit dieser Art bei den normalen und presbyopischen Augen nur für den Nahepunkt und bei den nahesichtigen Augen nur für den Fernepunkt von Bedeutung sein kann, so ist die Anisometropie auch nur in der einen, praktisch wichtigen Hinsicht zu betrachten.

Wenn die Entfernung des Nahe- resp. Fernepunkts des einen Auges $= f_1$ und des andern $= f_2$ ist, so kann man den Grad der vorhandenen Anisometropie a durch die Gleichung

$$a = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \quad (c.)$$

ausdrücken. Es entspricht alsdann a dem Accommodationsaufwande, welchen das eine Auge zu machen hat, wenn es seinen Accommodationszustand dem des anderen gleich machen will, was ihm aber an der resp. Grenze seines Sehbezirks nicht mehr möglich ist. $\frac{1}{a}$ ist zugleich auch die Nummer des Glases, welches vor dem einen Auge angebracht, den in Rede stehenden Fehler sofort ausgleicht.

Sollte zugleich auch noch eine bestehende Myopie oder Presbyopie corrigirt werden, so müsste man jedem Auge die ihm entsprechende Nummer, n_1 resp. n_2, geben, indem alsdann zwischen beiden Nummern die Relation

$$\frac{1}{n_2} = \frac{1}{n_1} \pm a \quad (d.)$$

*) v. Graefe's Archiv, XI. 3., S. 353.

stattfände, wo das obere Zeichen gilt, wenn n_1 die höhere Nummer bedeutet.

Hätte man z. B. ein presbyopisches Augenpaar, dessen Nahepunkt in beziehungsweise 15 und 24 Zoll Entfernung läge, so wäre

$$a = \frac{1}{15} - \frac{1}{24} = \frac{1}{40}$$

und man hätte, wenn man den Nahepunkt beider Augen durch Brillengläser von den Nummern n_1, n_2 auf 10″ Entfernung bringen wollte:

$$\frac{1}{n_1} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{1}{30}, \quad \frac{1}{n_2} = \frac{1}{10} - \frac{1}{24} = \frac{1}{17\frac{1}{7}}.$$

Die dem stärkeren Auge zu gebende Nummer wäre mithin $n_1 = 30$ und die den schwächeren entsprechende $n_2 = 17$. Letztere findet man auch vermittelst der Gleichung (d.); diese gibt nämlich

$$\frac{1}{n_2} = \frac{1}{30} + \frac{1}{40} = \frac{1}{17\frac{1}{7}}.$$

Eine Brille mit den Gläsern Nr. 17 und 30 würde mithin zu gleicher Zeit die Anisometropie beseitigen und den Nahepunkt für beide Augen in 10 Zoll Entfernung verlegen.

Es ist jedoch hierbei folgendes zu erwägen.

Das als Beispiel angenommene Augenpaar ist von lange her an die bestehende Ungleichheit gewöhnt. Bevor das Bedürfniss einer Brille sich geltend machte, hatte sich das nähersichtige oder stärkere Auge weniger anstrengen müssen als das fernsichtige oder schwächere. Gibt man in ihrem nunmehrigen Zustande beiden Augen dieselbe Nummer 17, so wird das schwächere Auge vollständig befriedigt und das stärkere wird nur die gewohnte absolut gleiche, aber relativ geringere Anstrengung zu machen haben. Gibt man dagegen dem letzteren Nummer 30, so werden beide Augen zwar beim Nachsehen in 10″ Entfernung befriedigt sein; wird dann aber nach längerem Gebrauch dieser Brille dieselbe abgelegt, so werden die, so zu sagen verwöhnten, Augen nun ihre Ungleichheit viel stärker wie früher empfinden und dieselbe wird ihnen beim scharfen Sehen in mehrere Fusse Entfernung, wie z. B. beim Billardspiel, sehr empfindlich werden.

Daraus ergibt sich die Regel, dass man bei Anisometropie leichten Grads, etwa bis zu $^1/_{40}$, sich nur gleicher zwischen n_1 und n_2 liegender Brillennummern zu bedienen hat. Bei den höheren Graden sind jedoch ungleiche Nummern unvermeidlich.

Vermittelst der leicht zu behaltenden Formel (b.)

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{F}$$

kann man alle auf sphärische Brillen sich beziehende Fragen lösen. Die einem gegebenen Falle entsprechende Brillennummer ergibt sich aus dieser Formel unmittelbar, wenn man die Werthe von a und α in pariser (oder rheinländischen) Zollen ausdrückt (s. S. 93). Man hat dabei nur noch zu berücksichtigen, dass bei Concavgläsern die Nummer um den Abstand der Brille von der Nase, d. i. um $\frac{1}{2}''$, zu verringern ist, dass man mithin z. B., wenn man für F den Werth 6 (concav) gefunden hat, Nr. $5\frac{1}{2}$ (concav) nehmen muss, und dass man bei Convexgläsern die berechnete Nummer noch um $\frac{1}{2}$ zu vergrössern hat.

Will man aus der erwähnten Formel (b.) die Entfernung α ableiten, aus welcher einem Auge, das durch die Brillen-Nummer F sieht, ein in der Distanz a befindliches Object in Folge der Brillenwirkung sein Licht zuzusenden scheint, so muss man dafür der Formel die Form:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{F} \quad (b'.)$$

geben, wenn F positiv, d. h. das Brillenglas convex ist, dagegen die Form:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} + \frac{1}{F} \quad (b''.),$$

wenn F negativ, d. h. das Glas concav ist.

Hat man z. B. ein concaves Glas Nr. 4 über einer Schrift in Entfernung von 12″ von derselben angebracht, so hat man

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}.$$

Mithin gelangen die von der Schrift ausgehenden Strahlen so in das Auge, als befände sich dieselbe in einer Entfernung von 3″, der Gesichtswinkel aber, in welchem dem Auge die Buchstaben erscheinen, bleibt derselbe, wie er durch die wirkliche Entfernung von 12″ bedingt wird, d. i. ungefähr viermal kleiner als bei Entfernung von 3″ ohne Glas.

Würde nun die Frage aufgeworfen, ob ein emmetropisches Augenpaar durch Nr. 4 in 12″ Entfernung die vorgelegte Schrift lesen könnte, so müsste die Grösse der unter diesen Umständen entstehenden Zerstreuungskreise berücksichtigt werden.

Setzt man in die Formel (δ) (Seite 58) die Werthe des schematischen Auges von Helmholtz (Seite 52), so hat man $F_2 = 19{,}875$, $F_1' = 13{,}274$, $F_2' = 17{,}756$, $f_1 = 3 \times 27{,}07$ (wenn man $1'' = 27{,}07^{mm.}$ annimmt), und findet damit $\alpha = 0{,}0636$ p.

Betrüge nun die Pupillenweite p bei der Accommodation für die Nähe $3^{mm.}$, so wäre der Durchmesser des Zerstreuungskreises $= 0{,}1908$ d. h. nahe $= 0{,}2^{mm.}$

Das Lesen grösserer Schrift wird hierbei möglich sein, wenn sich die Augen vorher geübt haben, bei nahezu paralleler Richtung der Blicklinien sich für ihren Nahepunkt zu accommodiren.

Wir haben oben bemerkt, dass man die Objecte mittelst der Brille, obgleich durch diese die Strahlenkegel so gebrochen werden, als lägen ihre Spitzen in entfernteren oder näheren Punkten, doch vermöge der der wahren Entfernung entsprechenden Convergenz der Blicklinien da sieht, wo sie sich wirklich befinden.

Anders muss es sich bei den von Brücke in Anwendung gebrachten *prismatischen Brillen* verhalten.

Man erhält dieselben, indem man Linsengläser, welche für ein Augenpaar passen, aber grösser als die gewöhnlichen sind, in der Mitte durchschneidet, abrundet und wie gewöhnlich fasst. Bei Convexgläsern muss dabei der dickere Rand (gleichsam die Basis des Prismas) nach Innen gerichtet werden.

Dieselben haben für fernsichtige Augen, deren Musculi recti interni, welche die Innenwendung der Augen bewirken, insufficient sind, vielleicht auch für Augen, die zufolge der besonderen Berufsthätigkeit des Individuums unter Anwendung einer Vergrösserung thätig sein müssen (Uhrmacher, Graveurs etc.) einen erheblichen Nutzen, indem sie im ersten Falle gewöhnliche Brillen, welche wegen der erforderlichen absolut oder relativ zu starken Convergenz der Augenaxen nicht für längere Zeit ertragen werden, im zweiten Falle den einseitigen Gebrauch der Loupen entbehrlich machen. Auch werden prismatische ebene und sphärische Brillen bei neu entstandenem paralytischen Schielen als Correctivmittel, wobei der brechende Winkel allmählich kleiner genommen wird, und zur Wegschaffung der Doppelbilder benutzt.

In neuerer Zeit bedient man sich bei krankhafter Reizbarkeit der Augen sehr allgemein der von Böhm eingeführten azurblauen Brillen.

Dieselben erfüllen ihren Zweck dadurch, dass sie die die Netzhaut stärker reizenden rothen und gelben Lichtstrahlen grösstentheils abhalten und somit auch überhaupt weniger Licht in die Augen lassen*).

Linsen mit ellipsoidischen Oberflächen lassen sich nicht herstellen, wenn diese nicht Rotationsellipsoide sind. Man erzielt aber annähernd die Wirkung ellipsoidaler Linsen, wenn man einem Glase zwei cylindrische Oberflächen von entsprechenden Krümmungshalbmessern gibt und dabei die Cylinderaxen einen rechten Winkel mit einander bilden lässt, oder wohl, auch wenn man zwei plancylindrische Gläser mit den ebenen Flächen mit Canadabalsam so auf einander kittet, dass die Cylinderaxen sich in rechte Winkel kreuzen.

Bei astigmatischen Augen, welche zugleich nahe- oder fernsichtig sind, können derartige Brillen anstatt der oben erwähnten auf der einen Seite cylindrisch, auf der andern sphärisch geschliffenen angewandt werden.

Bei aphakischen (linsenlosen, staaroperirten) Augen werden derartige cylindrische Brillen den sphärischen vorzuziehen sein, wenn die Hornhaut etwas erheblich astigmatisch gebaut, und auf Grund ophthalmometrischer Messungen oder sonstiger Ermittelungen das Verhältniss der am stärksten und schwächsten gekrümmten (zu einander senkrechten) Hornhaut-Meridiane bestimmt ist und bei

---

*) Wo die blauen Brillen blos den Zweck haben, die Augen vor der nachtheiligen Einwirkung des Lichts zu schützen, werden Plangläser mit verschiedener Intensität der blauen Färbung angewandt. Die stufenweise schwächere oder stärkere Bläuung wird gewöhnlich mit Zahlen bezeichnet. In dem optischen Institute von E. Busch in Rathenow sind jedoch, wie Burow berichtet, dafür Buchstaben eingeführt, um die Verwechslung mit den Brillennummern zu verhüten.

Die Aerzte bezeichnen die Stufen mit Nr. $\frac{1}{2}$ 1 2 3 4 5
das optische Institut von Busch mit A′ A″ A‴ B C D.

der Berechnung der Krümmungshalbmesser der beiden cylindrischen Oberflächen gehörig berücksichtigt wird.

Wenn wir bedenken, dass der Astigmatismus der Hornhaut oft durch den entgegengesetzten der Linse compensirt wird und nach Entfernung derselben sich störend offenbaren muss, so werden wir wohl annehmen dürfen, dass die in Rede stehenden zweiseitig-cylindrischen Brillen bei aphakischen Augen häufigere Anwendung verdienen. —

Hinsichtlich der prismatischen Wirkung der Brillen bemerken wir, dass ein durch ein Prisma gegangener und in's Auge gelangter Strahl immer nach der brechenden Kante hin abgelenkt wird. Da dies auch von dem Hauptstrahl (s. S. 11) gilt, so folgt, dass jeder durch ein Prisma gesehene Gegenstand nach der angegebenen Richtung seitlich von seinem wahren Orte zu liegen scheint.

Jedes Brillenglas hat für ein nicht gerade durch seine optische Mitte blickendes Auge die Wirkung eines Prismas. Denn die an zwei einander gegenüber liegenden Punkten des Glases, durch welche ein Strahl geht, befindlichen Elemente der Kugeloberflächen sind als eben anzusehen und verhalten sich in Bezug auf ihre strahlablenkende Wirkung gerade wie die Flächen eines Prismas.

Hieraus folgt, dass convexe Brillengläser die in der Richtung von ihrer Mitte nach dem inneren Rande hin liegende Objecte nach Innen, concave dagegen nach Aussen ablenken, und man begreift leicht, dass zu weit auseinander stehende Convex- sowohl als Concavgläser die Augen zu den ihnen ungewohntesten, mithin ermüdendsten Stellungen zwingen, und dass dies leicht Insufficienz der betreffenden Muskeln und Schielen herbeiführen kann.

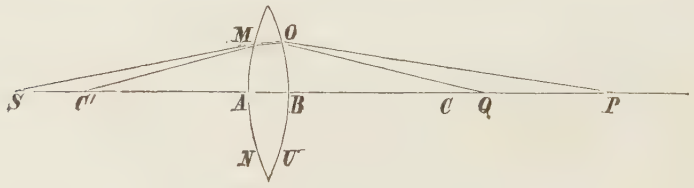
Als Regel für die Stellung der Brillengläser zu den Augen ergibt sich hieraus, dass die Mitten der Convexgläser, wenn sie, wie gewöhnlich, zum Sehen in die Nähe dienen sollen, so vor beiden Augen anzubringen sind, dass beide Blicklinien bei der Betrachtung eines in der Medianebene und zwar in der durch die Gläser zu erzielenden mittleren Sehweite (etwa in 12″) befindlichen Objects durch die optischen Mitten beider Gläser hindurchgehen, und dass die Concavgläser ebenfalls einander eher etwas näher als ferner stehen dürfen, als die Knotenpunkte beider Augen von einander.

Corollarium zu §. VI.

Theorie der sphärischen Linsen.

1) Convexlinsen. Ist MNOU (Fig. 35) eine biconvexe Linse, r_1 = dem Krümmungshalbmesser AC ihrer Vorderfläche MN, r_2 = dem Krümmungshalb-

Fig. 35.



messer C′B der Hinterfläche O U, S A = a, A P = e, wo a und e die auf Seite 14 angenommene Bedeutung haben, so hat man vermöge Formel 4 (S 14):

$$e = \frac{n\,a\,r}{(n-1)\,a - r}. \quad (b.)$$

Um nun die Entfernung B Q = α des Durchschnittspunkts Q des zum zweiten Male, bei seinem Austritte aus der Linse an deren Hinterfläche O U, gebrochenen Strahls O Q vom Scheitel B der Linse zu finden, hat man die Proportion:

$$\begin{aligned} O P : C' P &= \sin O C' Q : \sin C' O P \\ 1 : n &= \sin C' O P : \sin C' O Q \\ C' Q : O Q &= \sin C' O Q : \sin O C' Q, \end{aligned}$$

und wenn man die Verhältnisse auf jeder Seite des Gleichungszeichens mit einander multiplicirt, so ergibt sich die Gleichung

$$\frac{n \,.\, C' P \,.\, O Q}{O P \,.\, C' Q} = 1,$$

welche, wenn man die Dicke der Linse vernachlässigt und somit O P = B P = e, O Q = B Q = α, C′P = $r_2 + e$, C′Q = $r_2 + \alpha$ setzt, in folgende übergeht:

$$\frac{n\,\alpha\,(r_2 + e)}{e\,(r_2 + \alpha)} = 1,$$

aus der man erhält:

$$e = \frac{n\,\alpha\,r_2}{r_2 - (n-1)\alpha} \quad (c.)$$

Setzt man die Werthe von e in Gl. (b) u. (c) einander gleich, so findet man für den gesuchten Werth von α:

$$\alpha = \frac{a\,r_1\,r_2}{(n-1)\,a\,(r_1 + r_2) - r_1\,r_2} \quad (d.),$$

oder auch

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{r_1} + \frac{n-1}{r_2} - \frac{1}{a}. \quad (d^1.)$$

Für aus Unendlich kommende Strahlen hat man $a = \infty$, damit gibt Gl. (d′), wenn F die Brennweite der Linse ist:

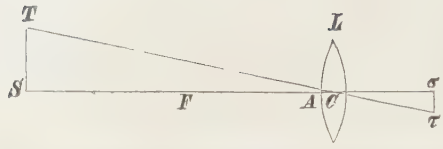
$$\frac{1}{F} = \frac{n-1}{r_1} + \frac{n-1}{r_2}, \quad (e.)$$

und, wenn man diesen Werth in Gl. (d′) substituirt, erhält man die bekannte Formel:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}. \quad (f.)^*)$$

*) Die obigen Formeln sind für Brillengläser wohl hinreichend genau. Sie lassen sich jedoch auch leicht genauer vermittelst der Gauss'schen Theorie der Hauptpunkte ableiten. Wir wollen diese Ableitung hierher setzen, hauptsächlich um die Uebereinstimmung der betreffenden Formeln zu zeigen.

Fig. 36.



Befindet sich in der Entfernung AS (Fig. 36) vor dem Scheitel der Linse L ein Object ST, so geht nach dem betreffenden Theorem (S. 9) ein nach dem mittleren Knotenpunkt der Linse, welcher der vorhergehenden Anmerkung zufolge in dem mittleren Hauptpunkte C liegt, verlaufende Strahl ungebrochen durch die Linse hindurch. Es entsteht mithin im hintern Vereinigungspunkte σ ein verkehrtes reelles Bild $\sigma\,\tau$ von S T, für dessen Grösse β man die Gleichung hat, wenn b die Grösse des Objects a und α die Entfernung des Objects, resp. Bilds ist:

$$\beta = -\frac{b}{a}\,\alpha. \quad (g.)$$

Man hat alsdann die Linse als ein System zweier Trennungsflächen zu betrachten, welche von zwei gleichen Medien eingeschlossen sind, so dass der erste und zweite Brechungsindex resp. $= n$, $\frac{1}{n}$ ist. Sind nun f_1, f_2 die vordere und hintere Brennweite der Vorderfläche, und f_1', f_2', die der Hinterfläche, so hat man, vermöge Gl. (5.) und (6.) (S. 15), wenn man r_2 das entgegengesetzte Vorzeichen gibt und blos seinen absoluten Werth berücksichtigt

$$f_1 = \frac{r_1}{n-1},\quad f_2 = \frac{nr_1}{n-1},\quad f_1' = \frac{nr_2}{n-1},\quad f_2' = \frac{r_2}{n-1},$$

folglich für die Entfernung a des ersten Hauptpunktes von der Vorderfläche und a' des zweiten von der Hinterfläche der Linse, (vermöge Gl. (13.) und (14.) S. 17.)

$$a = \frac{r_1\,d}{(n-1)\,d + n\,(r_1 + r_2)},\qquad a' = \frac{r_2\,d}{(n-1)\,d + n\,(r_1 + r_2)},$$

und für die Abstände des vorderen Hauptbrennpunktes F_1 und des hinteren F_2 von den beiden respectiven Linsenflächen (vermöge Gl. (15.) und (16.) S. 18):

$$F_1 = \frac{r_1\,[(n-1)\,d - n\,r_2]}{(n-1)\,d - n\,(r_1 + r_2)},\qquad F_2 = \frac{r_2\,[(n-1)\,d - n\,r_2]}{(n-1)\,d - n\,(r_1 + r_1)}$$

Vernachlässigt man die Dicke der Linse und nimmt mithin $d = 0$, so wird

$$F_1 = F_2 = \frac{r_1\,r_2}{(n-1)\,(r_1 + r_2)}$$

und man sieht, dass in dem Falle, wo beide Medien vor und hinter der Linse gleich sind, auch die vorderen und hinteren Brennweiten sehr nahe gleich sind und dass, weil $F_2 - F_1$ jedenfalls einen sehr kleinen Werth hat, nach S. 12 auch die Knotenpunkte der Linsen mit den Hauptpunkten zusammenfallen.

Setzt man $F_1 = F_2 = F$, so hat man die Gleichung

$$\frac{1}{F} = \frac{n-1}{r_1} + \frac{n-1}{r_2},$$

welche mit der obigen (e) übereinstimmt.

Vermittelst der Formel (10) (S. 15) hat man dann auch noch, wenn man a, α statt f_1 f_2 setzt, die obige Gl. (f.), nämlich:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}.$$

In Bezug auf die folgenden Formeln hat man zu bemerken, dass $\alpha = C\sigma$, wenn es einen positiven Werth hat, von C aus nach der dem Objecte entgegengesetzten Seite, wenn es einen negativen Werth hat, aber gegen das Object hin zu nehmen ist.

Aus Gl. (f.) hat man

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a}, \quad (f'.)$$

oder:

$$\alpha = \frac{aF}{a - F}. \quad (h.), \quad \text{oder auch} \quad \alpha = \frac{aF}{d} \quad (h'.),$$

$$\text{wenn} \quad a - F = d^*)$$

gesetzt wird.

Hinsichtlich der Abhängigkeit der Grösse α von a und F hat man 6 verschiedene Fälle zu unterscheiden:

1. So lange $d > F$, oder $a > 2F$ ist, wie in Fig. 36, so lange ist $\alpha < a$, und positiv.
2. Wenn $d = F$, oder $a = 2F$ ist, ist $\alpha = a$, und positiv.
3. Wenn $d < F$, oder $a < 2F$, so wird $\alpha > a$ und positiv.
4. Ist $d = o$ oder $a = F$, so wird $\alpha = \infty$.
5. Ist d negativ oder $a < F$, so wird α negativ.

Dieser Fall ist der bei der Brillentheorie allein in Anwendung kommende.

6. Ist endlich noch a negativ, d. h. fallen die Strahlen convergirend auf die Linse, so werden sie durch die Brechung noch convergenter gemacht.

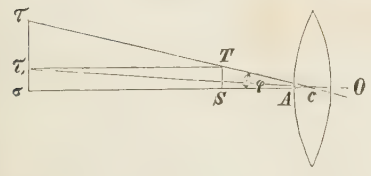
Nur in den Fällen 1, 2, 3 entsteht ein reelles Bild auf der dem Objecte entgegengesetzten Seite der Linse. Setzt man in der Gl. (g) für α den Werth aus Gl. (h.), so erhält man:

$$\beta = -\frac{Fb}{a - F}. \quad (g'.)$$

Dieser Gleichung zufolge wächst die Grösse β des Bildes beständig mit der Annäherung des Objects gegen die Linse. Für $a = F$ wird $\beta = \infty$, für Werthe von $a < F$ wird das Bild aufrecht und kommt auf die nämliche Seite der Linse zu stehen, wie das Object. In letzterm Falle wird α negativ und die Gl. (f) geht, wenn α' der absolute Werth von α ist, über in:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{F} \quad (i.)$$

Fig. 37.



Befindet sich in diesem Falle ein Auge hinter der Linse L (Fig. 37) in O, so sieht es den zwischen der Linse und ihrem Brennpunkte befindlichen Gegenstand ST unter dem Gesichtswinkel ScT, anstatt dass es ihn, wenn er sich an der Stelle des optischen Bilds $\sigma\tau$ befände ohne Glas in seiner wirk-

*) Ist AF (Fig. 36) die Brennweite F der Linse, so ist FS = d.

lichen Grösse $\sigma\tau_1 = S\,T$ unter dem Winkel $\sigma\,c\,\tau_1$ sehen würde. Ist nun die Entfernung A S des Gegenstands von der Linse so gewählt, dass das Bild $\sigma\tau$ sich in der mittleren Sehweite $A\,\sigma$ eines fernsichtigen Auges befindet, so erscheint der Gegenstand S T um so viel vergrössert, als sein optisches Bild $\sigma\tau$ weiter als der Gegenstand von der Linse entfernt ist, wie sich aus der Proportion $\sigma\tau : S\,T = A\,\sigma : A\,S_1$ ergibt.

Vermöge dieser Proportion hat man nämlich:

$$\beta = \frac{\alpha}{a}\,b, \quad (k.),$$

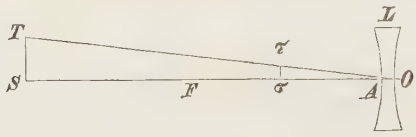
folglich erscheint, wenn $\frac{\alpha}{a} = \frac{A\,\sigma}{A\,S} = m$ ist, das Object m Mal vergrössert.

Die Brennweite F der für ein fernsichtiges Auge, dessen abnorme mittlere Sehweite $= a$ ist, erforderlichen Glaslinse ergibt sich aus Formel (i.), in welcher a die normale mittlere Sehweite bedeutet, in der sich die Gegenstände zu befinden haben, welche durch die Convex-Linse deutlich gesehen werden sollen.

Die Wirkung einer Convexbrille besteht mithin darin, das optische Bild eines in der **normalen mittleren** Sehweite (10—12″) befindlichen Gegenstands, unter dem dieser Entfernung entsprechenden Gesichtswinkel in die dem betreffenden fernsichtigen Auge **eigenthümliche, abnorme mittlere** Sehweite zu bringen, so dass es **ihm** ebenso gross als der Gegenstand selbst einem **normalen** Auge erscheint.

2) Concavlinsen. Es sei (Fig. 38) L eine biconcave Linse, $AF = F$ ihre Brennweite, $AS = a$, $A\sigma = \alpha$ möge die vorherige Bedeutung haben, so kann man die Formel für α auf dieselbe Art wie unter 1. erhalten. Da jedoch hier blos die Krümmungshalbmesser r_1, r_2 die entgegengesetzte Lage wie in Figur 35 haben, so kann man auch die erwähnte Formel aus der Gl. (d′) herleiten, wenn man r_1, und r_2 negative Werthe beilegt.

Fig. 38.



Man erhält so aus Gl. (d′.) (S. 107.):

$$\frac{1}{\alpha} = -\left(\frac{n-1}{r_1} + \frac{n-1}{r_2} + \frac{1}{a}\right)$$

und daraus, indem für $a = \infty$, α in F übergeht,

$$\frac{1}{F} = -\left(\frac{n-1}{r_1} + \frac{n-1}{r_2}\right) \quad (m.)$$

Durch Vergleichung dieses Werths von $\frac{1}{F}$ mit dem (e) S. 107, sieht man, dass derselbe in numerischer Hinsicht derselbe wie im vorhergehenden Falle ist. Das entgegengesetzte Vorzeichen deutet aber an, dass die parallel auf die Concav-Linse fallenden Strahlen durch dieselbe (anstatt convergent) divergent gemacht werden, als wenn sie von einem diesseits der Linse gelegenen Brenn-

punkte herkämen. Da sich in letzterem die Strahlen nicht wirklich vereinigen, so wird er *imaginärer* Brennpunkt genannt.

Macht man in Gl. (f) F negativ, so dass in den folgenden Formeln nur noch der absolute Werth von F in Berücksichtigung kommt, so erhält man

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = -\frac{1}{F} \quad (n),^*) \text{ der } \alpha = -\frac{aF}{a+F} \quad (n'.)$$

Für die scheinbare Grösse β des durch die Linse gesehenen Bildes $\sigma\tau$ des Objects $ST = b$ ergibt die Proportion

$$\sigma\tau : ST = A\sigma : AS, \text{ oder } \beta : b = \alpha : a$$

$$\beta = \frac{\alpha}{a} b \quad (o.)$$

Aus den Gleichungen (n') u. (o) ersieht man, dass der Vereinigungspunkt σ der von S ausgehenden Strahlen immer auf der Seite von S liegt, und dass das in σ liegende Bild $\sigma\tau$ des Objects S T immer aufrecht steht.

Dieses Bild kommt jedoch nie wirklich zu Stande, sondern die von einem Objectpunkte ausgehenden Strahlen werden durch die Zerstreuungslinse nur so gebrochen, als wenn sie von einem in dem Vereinigungspunkte σ befindlichen Objecte dem in O stehenden unbewaffneten Auge zugesendet würden. Es wird ein *„virtuelles“* genannt, und ist um $\frac{a}{\alpha}$ Mal, d. i. so viel Mal kleiner als seine Entfernung kleiner ist als die des Objects.

Aus der Gl. (n'.) ergibt sich noch, dass α immer zugleich mit a wächst und abnimmt; für $a = \infty$ erhält es seinen grössten Werth $\alpha = F$, d. h. der Brennpunkt der aus Unendlich, oder parallel auf die Linse auffallenden Strahlen liegt im Brennpunkte F diesseits der Linse; für $a = o$ erhält α seinen kleinsten Werth, es wird ebenfalls Null, d. h. bei unmittelbar vor der Linse stehenden Objecten fällt das Bild mit dem Objecte zusammen.

Ist a negativ, d. h. fallen die Strahlen convergent auf die Linse, so hat man für absolute Werthe von a

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{F}.$$

Wenn in diesem Falle $a > F$ ist, so wird α negativ, d. h. die Strahlen werden divergent**), wenn $a = F$ ist, so wird $\alpha = \infty$, d. h. die Strahlen werden parallel, und wenn $a < F$ ist, so wird α positiv, oder die Strahlen bleiben convergent, sind es aber weniger als vor der Brechung.

Befindet sich ein myopisches Auge in O und ist die Linse so gewählt, dass das Bild $\sigma\tau$ (Fig. 38) des in der normalen mittleren Sehweite $AS = a$ stehenden Objects S T dem durch L blickenden Auge in seiner ihm eigenen (abnormen Sehweite A σ zu stehen scheint, so sieht das Auge den Gegenstand S T unter dem Gesichtswinkel $\sigma A \tau = S A T$, d. i. in seiner natürlichen

*) Bei dieser Formel ist zu berücksichtigen, dass α, wie aus Gl. (n') hervorgeht, in der Regel negativ ist.

**) Dieser Fall kommt bei der Augenspiegelbeobachtung im aufrechten Bilde vor.

Grösse, oder gerade so gross, wie ihn auch ein normales unbewaffnetes Auge sieht.

Die **Wirkung einer Concavbrille** bei einem **accommodationskräftigen** Auge besteht folglich darin, dass sie das optische Bild eines in der normalen mittleren Sehweite befindlichen Objects in die mittlere Sehweite des kurzsichtigen Auges heranrückt und es unter demselben Gesichtswinkel darstellt, in welchem ein nacktes normales Auge, das sich in mittlerer Sehweite befindet, das Object selbst sehen würde.

Die allgemeine Regel die abnorme mittlere Sehweite mittelst der Brille auf die normale mittlere zu bringen, erleidet bei dem myopischen Auge, dessen Accommodationskraft bereits erheblich verringert ist, eine Ausnahme, indem die normale mittlere Sehweite für den Bedarf des Fernsehens für ein solches Auge viel zu klein ist. Hat die Accommodationsbreite des betreffenden fern- oder nahesichtigen Auges noch annähernd die normale Grösse, so genügt die allgemeine Regel vollkommen, da die Accommodationsbreite durch die Brille nicht geändert wird. Beträge sie z. B. $^1/_6$ und wäre die mittlere Sehweite desselben auf 12″ gebracht, so könnte sich das Auge mit der noch disponibeln Accommodationsbreite von 6″ bis Unendlich accommodiren.

In dem Falle, wo Concavgläser ihre Anwendung finden, fallen die Strahlen immer *) divergent auf die Linse, und die Vereinigungsweite α ist mithin immer negativ. Lässt man wie bei den Convexlinsen (S. 109) α' den absoluten Werth von α bedeuten, so hat man $-\alpha'$ statt α zu setzen und erhält anstatt der Gl. (n) die Formel:

$$\frac{1}{\alpha'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{F}, \quad \text{(p.)}$$

welche zur Bestimmung der Brennweite F desjenigen Brillenglases dient, welches für ein kurzsichtiges Auge, dessen (abnorme) mittlere Sehweite $= \alpha'$, zu wählen ist.

Wie wegen des Umstands, dass man ein Brillenglas nicht unmittelbar hinter dem Auge anbringen kann, die Brennweite der erforderlichen Brille um den in Zollen ausgedrückten Abstand des Glases vom Auge vergrössert, beziehungsweise verkleinert werden muss, wird unter 5. nachgewiesen.

3. Linsen, deren eine Fläche convex und deren andere concav ist. Diese haben, je nachdem der Krümmungshalbmesser der convexen oder der concaven Fläche der kleinere ist, die Wirkung einer Convex- oder Concav-Linse, einer Sammel- oder Zerstreuungslinse.

Convex-concave Brillengläser werden „periscopische“ genannt. Ihre convexe Fläche ist immer nach Aussen gekehrt. Sie haben beim Umhersehen (περισκόπεω) einen gewissen Vorzug vor den gewöhnlichen Convexgläsern, weil

*) Eine Ausnahme hiervon findet beim Gebrauch des Augenspiegels statt, wo — bei Beobachtung im aufrechten Bilde — die aus dem beobachteten Auge kommenden Strahlen gewöhnlich (d. i. bei nicht hypermetropischen Auge des Beobachteten) convergent austreten und mittelst einer Concavlinse, wenn der Beobachter nicht selbst hypermetropisch ist, zu einem virtuellen Bilde vereinigt werden.

der Abstand der seitlichen Theile dieser Linsen, welche auf die hintere Vereinigungsweite der Strahlen im Auge von Einfluss ist, von der Hornhaut nicht so ungleich ausfällt, wie bei den biconvexen Linsen

4. Combination der Linsengläser. Setzt man vor eine erste Linse von der Brennweite F_1 in einer Distanz $= d$ eine zweite von der Brennweite F_2, so hat man, wenn die vordere Vereinigungsweite $= a$ ist, für die hintere a_1 der ersten Linse vermöge Gl. (f.)

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{a} \quad (q.)$$

Die hintere Vereinigungsweite a_1 ist als Ort des Objects für die zweite Linse zu betrachten und man hat mithin für die hintere Vereinigungsweite a_2 der zweiten Linse vermöge Gl. (i.):

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1 - d} = \frac{1}{F_2} \quad (r.).$$

Ist $a = \infty$, d. h. kommen die auf die erste Linse fallenden Strahlen aus Unendlich, so wird $a_1 = F_1$ und die Formel (r) geht über in

$$\frac{1}{a'_2} = \frac{1}{F_1 - d} + \frac{1}{F_2} \quad (s.)$$

wo a'_2 die Brennweite des combinirten Linsensystems ist.

Wenn $d = o$, d. h. wenn die beiden Linsen einander berühren, wird die Formel (s)

$$\frac{1}{a'_2} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}. \quad (t.)$$

Ist die eine der Linsen, oder sind beide concav, so muss man dem entsprechenden, oder beiden F das Minus-Zeichen vorsetzen.

Ist z. B. das vordere Glas concav, das hintere convex, so hat man:

$$\frac{1}{a'_2} = -\frac{1}{F_1 + d} + \frac{1}{F_2}. \quad (u.)$$

5. Bestimmung der Brennweiten des für ein fehlerhaftes Auge passenden Brillenglases. Durch Vergleichung der Formeln (i.) und (p.) ersieht man, dass für convexe wie concave Brillen immer die Formel gilt:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{F} \quad (v.)$$

Diese gibt für myopische Augen, wo $a > \alpha$ ist, einen negativen Werth, was die erforderliche Concavität des Glases andeutet.

Um dabei die Distanz des Glases vom Auge zu berücksichtigen darf man nur das brechende System des Auges als eine vor der Retina befindliche Glaslinse von der Brennweite F_2 (welche man übrigens nicht zu kennen braucht) betrachten. Ist alsdann bei einem myopischen Auge (weil nur bei einem solchen d einen merklichen Einfluss hat) die aus der allgemeinen Formel (v) berechnete Brennweite des Concavglases, wenn dasselbe unmittelbar vor dem Auge steht, $= F$, so hat man nach Formel (t):

$$\frac{1}{a'_2} = \frac{1}{F} + \frac{1}{F_2},$$

und die zur Bestimmung der Brennweite F_1 des in der Entfernung d vor das myopische Auge zu setzenden concaven Brillenglases dienende Formel (u) wird:

$$\frac{1}{a'_2} = -\frac{1}{F_1 + d} + \frac{1}{F_2}.$$

Durch Vergleichung der beiden letzten Formeln erhält man

$$F = -(F_1 + d), \text{ oder } F_1 = -(F + d),$$

d. h. die berechnete Brennweite F des concaven Glases muss um den in Zollen ausgedrückten Werth von d vergrössert, d. h., weil der aus Gl. (V.) für F berechnete Werth negativ ist, der absolute Werth von F um die Grösse d verringert werden.

6. Connexus zwischen natürlicher und künstlicher Accommodation. Vermöge Formel (1) (S. 44) wird der Aufwand Ae an Accommodationskraft für ein Auge, dessen Fernepunkt in der Distanz f vom Auge liegt, wenn es sich für einen in der Entfernung e liegenden Punkt accommodirt, ausgedrückt durch:

$$Ae = \frac{1}{e} - \frac{1}{f},$$

derselbe kann mithin immer als dem Effecte einer Linse, deren Brennweite $= \frac{1}{Ae}$ ist, äquivalent angesehen werden, d. h. wenn man eine Glaslinse von der Brennweite $\frac{1}{Ae}$ vor das in Accommodationsruhe befindliche Auge bringt, so ist der Effect derselbe, als wenn das Auge einen Accommodationsaufwand $=$ Ae macht.

Ebenso ist eine Linse von der Brennweite $\frac{1}{A} = \frac{1}{n} - \frac{1}{f}$, wo n und f die Entfernung des Nahe- und Fernepunkts vom Auge bedeuten, der ganzen Accommodationskraft (Accommodationsbreite) äquivalent. Bei dem presbyopischen Auge ist die Brille ein Supplement für die insufficiente Accommodationskraft, bei dem myopischen und hypermetropischen Auge mit normaler Accommodationsbreite ist sie nur ein Correctiv der durch allzu grosse, beziehungsweise allzu geringen Länge der Augenaxe bewirkten zu geringen oder zu grossen Entfernung des Accommodationsgebiets vom Auge.

7. Veränderung der optischen Constanten des Auges durch ein vorgesetztes Brillenglas. Eigenschaften des combinirten Systems. Um die optischen Constanten eines aus dem Doppelobjectiv des Auges und einem vorgesetzten Brillenglase combinirten optischen Systems zu bestimmen, kann man annehmen, dass das Brillenglas sich im ersten Hauptbrennpunkte des Auges befinde*) und keine in Betracht kommende Dicke besitze, mithin als

*) Man nimmt gewöhnlich den Abstand des Brillenglases vom Auge $= 1/2$ par. Zoll $=$ 13,5348mm an, da nun der Abstand des ersten Hauptbrennpunkts des Listing'schen schematischen Auges 12,8326mm beträgt, so ist wohl obige Annahme ohne Bedenken zulässig.

blosse Trennungsfläche anzusehen sei. Will man dann die Formeln (13.) und (14'.) (Seite 17) hier anwenden, so bedeuten $f_1 = f_2 = f$ die Brennweite des Glases und f_1', f_2', wofür wir hier beziehungsweise F_1. F_2 setzen wollen. die Hauptbrennweiten des Auges, dabei ist $d = F_1$, und man erhält, wenn a den Abstand des ersten Hauptpunkts des combinirten Systems vom Glase (die positive Richtung nach der Seite des Glases genommen) und a' den Abstand des zweiten Hauptpunktes des Systems vom zweiten Hauptpunkte des (unbewaffneten) Auges (die positiven Richtung nach der Seite des Auges genommen) ausdrückt:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{f\,F_1}{F_1 - F_1 - f} = -F_1, \text{*)} \\ a' &= \frac{F_1\,F_2}{F_1 - F_1 - f} = -\frac{F_1\,F_2}{f} \end{aligned}\right\} \text{(w.)}$$

Wendet man die Formeln (15.) u. (16.) (S. 18.) hier an und bedeuten F_1' den Abstand des ersten Hauptbrennpunkts des combinirten Systems vom Glase und F_2' den Abstand des zweiten Hauptbrennpunkts des combinirten Systems vom zweiten Hauptpunkte des Auges, so erhält man:

$$F_1' = \frac{f(F_1 - F_1)}{F_1 - F_1 - f} = 0,\ F_2' = -\frac{F_2(F_1 - f)}{f}. \quad \text{(x.)}$$

Aus der ersten der Gleichungen (w.) u. (x.) folgt, dass die Lage des ersten Hauptpunktes und des ersten Hauptbrennpunktes des combinirten Systems unter der über den Ort der Brillengläser gemachten Annahme dieselbe wie beim unbewaffneten Auge bleibt.

Bei Convexgläsern hat f einen positiven Werth, mithin folgt aus der zweiten der Gl. (w), dass der zweite Hauptpunkt des combinirten Systems **vor** dem zweiten Hauptpunkte des unbewaffneten Auges liegt und für niedere Nummern auch noch ziemlich weit vor dessen ersten Hauptpunkt fällt.

Bei Concavgläsern dagegen hat f negative Werthe und der zweite Hauptpunkt des combin. Systems liegt bei diesen mithin immer **hinter** dem zweiten Hauptpunkte des unbewaffneten Auges.

Rechnet man, wie man der allgemeinen Regel nach immer muss, die erste und zweite Hauptbrennweite $\mathfrak{F}_1$, $\mathfrak{F}_2$ des combinirten Systems vom ersten und zweiten Hauptpunkte desselben an, so hat man von dem Werthe von F'_1 und F'_2 noch den Werth von a, resp. a' abzuziehen, wodurch man aus Gl. (x) erhält:

$$\mathfrak{F}_1 = F_1,\ \mathfrak{F}_2 = F_2.$$

Wir sind mithin mit Knapp **) zu dem bemerkenswerthen Schlusse gelangt, dass die Brillengläser (wenn sie, wie gewöhnlich annähernd der Fall ist, sich im ersten Hauptbrennpunkte des Auges befinden) nur die Lage des zweiten Haupt- und somit auch des zweiten Knotenpunktes ver-

*) Das negative Zeichen bedeutet, dass der Werth von a vom Glase nach dem Auge zu genommen werden muss.

**) Knapp u. Moos, Archiv für Augen- u. Ohrenheilkunde. I. 2, S. 158.

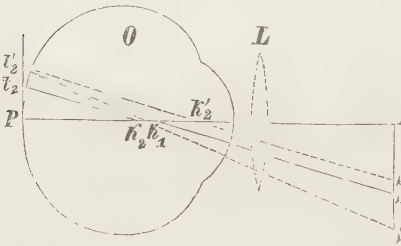
rücken, dagegen die des ersten Haupt- und des ersten Knotenpunktes, sowie die Hauptbrennweiten ungeändert lassen.

Sie verrücken den zweiten Haupt- und zweiten Knotenpunkt nach vornen, wenn sie convex, nach hinten, wenn sie concav sind. Bezeichnet man die Grösse dieser Verrückung mit δ, so hat man $\delta = a'$, mithin auch

$$\delta = -\frac{F_1 F_2}{f} \quad (w'.)$$

Nehmen wir als Beispiel das Listing'sche schematische Auge, so ist $F_1 = 15{,}0072$, $F_2 = 20{,}0746$ und der gegenseitige Abstand der Haupt- und Knotenpunkte beträgt 0,3978. Für ein Brillenglas Nr. 10 wird $f = 10'' = 270{,}700^{mm}$. Mittelst dieser Werthe erhält man aus Formel (w) für die Entfernung des zweiten Hauptpunktes des combinirten Systems vom zweiten Hauptpunkte des Auges: $\delta = a' = -1{,}11291$. Der zweite Hauptpunkt des combinirten Systems liegt mithin $1{,}11291 - 0{,}3978 = 0{,}7151^{mm}$ vor dem ersten Hauptpunkte des Auges und um eben so weit liegt auch der zweite Knotenpunkt des combinirten Systems vor dem ersten Knotenpunkte des unbewaffneten Auges*).

Fig. 38a.



Wird durch Vorsetzung eines convexen Brillenglases der zweite Knotenpunkt k_2 des Auges (Fig. 38a) nach k_2' verrückt, so trifft der vom Endpunkte S des Objects A S nach k_1 gehende Strahl die in P errichtete Verticale anstatt in t_2 in t_2', wenn k_2' t_2' parallel mit S k_1 ist, und man hat die Proportion

$$P t_2 : P t_2' = P k_2 : P k_2'.$$

Befindet sich nun das fernsichtige Auge im Zustande der Accommodationsruhe, wenn es mit Hilfe des Convexglases das Object A S deutlich sieht, so ist der Abstand P k_2' des zweiten Knotenpunkts des Systems, welches in Bezug auf letzteren einem normalen Auge adäquat ist (S. 96), von der Retina gleich der vorderen Hauptbrennweite F_1 eines emmetropischen Auges beim Fernsehen (s. d. Note zu Seite 10) und $P k_2 = F_1 - \delta$, folglich hat man

$$\frac{P t_2'}{P t_2} = \frac{F_1}{F_1 - \delta}.$$

Wir sehen nun zwar vermöge des Brillenglases das Object A S nicht unter dem Gesichtswinkel $P k_2 t_2' = A k_2' S''$, sonst würden wir den Endpunkt S in der falschen Richtung $k_2' S''$ sehen (s. w. u.), aber wir sehen ihn in dem Verhält-

*) Knapp hat a. a. O. S. 166 mit etwas von den obigen verschiedenen Cardinalwerthen ($F_1 = 14.858$, $F_2 = 19.875$) folgende den diversen Brillennummern entsprechende Werthe der Verschiebungen berechnet:

Brillennummern	30	16	10	8	7	6	5	4
Verschiebungen	0,3628	0,6812	1,0909	1,3636	1,5584	1,8182	2,1818	2,7272

nisse deutlicher als in dem Netzhautbogen Pt' mehr percipirende Elemente enthalten sind wie in Pt. Man kann mithin, wenn man

$$\frac{F_1}{F_2 - \delta} = m$$

setzt, m den *Verschärfungscoefficienten* des Brillenglases nennen.

Ist das vorgesetzte Glas concav, so erhält δ das entgegengesetzte Vorzeichen, dadurch wird

$$m = \frac{F_1}{F_1 + \delta},$$

d. i. kleiner als die Einheit, und das Brillenglas bewirkt mithin eine Verminderung der Sehschärfe.

Fasst man ein kleines aber noch gut sichtbares Theilchen eines Objects besonders in's Auge, so ist die Anzahl von Netzhautelementen, welche von demselben gereizt werden, beim hypermetropischen Auge kleiner, beim myopischen Auge grösser als beim emmetropischen, vorausgesetzt, dass beide Augen das Object in der ihnen eigenthümlichen Sehweite betrachten. Während demnach beim Gebrauche entsprechender Gläser das erstere Auge an Sehschärfe gewinnt, das letztere aber verliert, wird bei beiden eigentlich nur die normale Anzahl von Netzhautelementen gereizt, indem der Fehler der Natur, welcher darin besteht, dass der zweite Knotenpunkt bei ersterem Auge zu weit nach hinten und bei letzterem zu weit nach vornen liegt, künstlich beseitigt wird. (S. 96.) Noch jetzt hält man ziemlich allgemein die scheinbare Vergrösserung, resp. Verkleinerung des Sehwinkels durch die Brillengläser für eine wahre. Dies ist jedoch, so lange als die auf der Blicklinie senkrechten Ebenen des Sehfelds durch die Brille nicht gekrümmt erscheinen, nicht der Fall. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man eine Convexlinse von etwa 2″ Brennweite mit einem schwarzen in der Mitte mit einer 1^{mm} grossen Oeffnung versehenen Papier beklebt *) und sie nahe vor dem einen Auge über eine Druckschrift hält, während das andere Auge auf den freien Theil der Zeilen gerichtet ist. Hierbei schieben sich die mit dem bewaffneten und unbewaffneten Auge gesehenen Bruchstücke der Zeilen über einander und man sieht, sobald man die Vorstellung gewonnen hat, dass sich die zusammengehörigen Bruchstücke der Zeilen (wovon das mit dem bewaffneten Auge gesehene, anfangs viel entfernter scheint, wie das andere) in einer und derselben Ebene befinden, drei aufeinander folgende Zeilen sich vollkommen decken. Der einer Linse von 2″ Brennweite entsprechende Verschärfungscoefficient ist aber = 1.58. Entspräche derselbe einer wirklichen Vergrösserung des Sehwinkels, so wäre dies nicht möglich.

Wenn die Netzhaut eines kranken Auges in Folge von Ektasien oder Geschwülsten an irgend einer Stelle A den Knotenpunkten näher oder ferner gerückt ist, so kann das mittelst des Augenspiegels beobachtende Auge des Arztes bei unveränderlichem Accommodationszustande nicht Basis und Scheitel von A gleichzeitig deutlich sehen. Bedarf letzteres, um den normalen Theil der Netz-

*) Dies ist aus dem Grunde nöthig, dass die von der zweiten Zeile ausgehenden Strahlen nicht am Rande der Pupille in's Auge gelangen.

haut deutlich zu sehen, ein Glas von der Brennweite f_1 und um den Scheitel der Convexität, resp. Concavität, deutlich zu sehen, ein Glas von der Brennweite f_2, so drückt der aus der Formel

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} \quad (y.)$$

sich ergebende Werth von f die Brennweite desjenigen Glases aus, welches den Knotenpunkt des untersuchenden Auges um eine der Prominenz oder Excavation ε entsprechende Grösse verrückt und man hat $\varepsilon = \delta$ oder

$$\varepsilon = -\frac{F_1 F_2}{f},$$

wo F_1, F_2 die vordere und hintere Brennweite des untersuchenden Auges bedeuten*).

*) Sind auch F_1, F_2 die vordere und hintere Hauptbrennweite des untersuchten Auges und befindet sich die Retinafläche in der Entfernung η und der Scheitel der Protuberanz oder Excavation in der Entfernung η_1 von dem zweiten Hauptbrennpunkt, so hat man, wenn α, α_1 die vordern Vereinigungsweiten der von Basis und Scheitel der Protuberanz oder Excavation ausgehenden Strahlen ausdrücken, die Gleichungen:

$$\frac{F_1}{\alpha} + \frac{F_2}{F_2 - \eta} = 1, \qquad \frac{F_1}{\alpha_1} + \frac{F_2}{F_2 - \eta_1} = 1,$$

oder:

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{\eta}{F_1 (F_2 - \eta)}, \qquad \frac{1}{\alpha_1} = -\frac{\eta}{F_1 (F_2 - \eta_1)}.$$

folglich:

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha_1} = \frac{F_2 (\eta_1 - \eta)}{F_1 (F_2 - \eta_1)(F_2 - \eta)},$$

oder, wenn man η, η_1 gegen F_2 im Nenner vernachlässigt,

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha_1} = \frac{\eta_1 - \eta}{F_1 F_2}.$$

Wird in dem combinirten Systeme des untersuchenden Auges und der Ocularlinse, deren Brennweite $= f_1$ ist, die letztere mit einer andern von der Brennweite $= f_2$ vertauscht, so ist die dadurch bewirkte Verrückung des zweiten Knotenpunkts des Systems dieselbe wie die durch eine einzige Linse, deren Brennweite $= f$ ist, bewirkte, wenn die Relation (y) besteht.

Man hat also:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha_1} = \frac{\eta_1 - \eta}{F_1 F_2},$$

und erhält, wenn man den hieraus für f sich ergebenden Werth in die Gl. (w') substituirt,

$$\delta = \eta_1 - \eta.$$

Dadurch ist bewiesen, dass die Verrückung des Knotenpunkts des untersuchenden Auges, welches sich der in der Entfernung von $^1/_2$ Zoll vor ihm befindlichen Ocularlinsen bedient, wirklich der Erhöhung, resp. Vertiefung der Protuberanz oder Excavation des beobachteten Auges gleich ist.

Knapp führt mit Bezug auf seine a. a. Ort gegebene Tabelle, von welcher die vorhergehende Note einen Auszug enthält, folgende Beispiele an:

§. VII. Vom Augenspiegel.

Wir können diesen Abschnitt nicht beschliessen, ohne das Wesentliche von dem von Helmholtz erfundenen Instrumente zu sagen, welchem die neuere Opthalmologie zum grössten Theil ihre eminenten Fortschritte verdankt, indem erst durch dasselbe die intraocularen Augenkrankheiten der directen Untersuchung zugängig geworden sind.

So gut die vollkommen durchsichtigen Medien des Auges die Lichtstrahlen bis zur Retina gelangen lassen, ebenso gut müssen sie auch die von dem Hintergrunde des Auges kommenden Lichtstrahlen wieder aus dem Auge heraustreten lassen. Dass wir kein Licht aus dem Hintergrund eines beobachteten Auges kommen sehen, beruht nur darauf, dass unser Kopf das Licht verhindert, in dieses Auge einzudringen, wenn wir es in der Nähe betrachten, und dass die aus demselben kommenden Strahlen einen zu schwachen Eindruck auf unsere Netzhaut machen, wenn wir uns weiter davon entfernen.

Um den Augenhintergrund wahrnehmbar zu machen, ist mithin die erste Bedingung, dass das in die gehörige Nähe des zu beobachtenden Auges gebrachte Auge des Beobachters das Eindringen des Lichts in ersteres Auge nicht hindert. Diese wird dadurch erfüllt, dass der

„1. In einem emmetropischen Auge, dessen Hintergrund ein emmetropischer Beobachter im umgekehrten Bilde ohne irgend ein Hilfsglas (oder eines solchen, dessen Brennweite ∞ ist) und ein ametropischer Beobachter mit dem seinen Refractionfehler neutralisirenden Hilfsglase deutlich sehen kann, befindet sich ein umschriebenes Exsudat oder eine Geschwulst, deren Gipfel mit allen Convexgläsern bis zur Stärke von Nr. 8 klar gesehen werden kann, während er mit stärkeren Gläsern unklar erscheint. Dann deutet + 8 das stärkste Convexglas, mit welchem der Gipfel der Geschwulst deutlich erscheint, eine Erhebung der letzteren von 1,36 Mm über dem Hintergrund des Auges an, wie man an der Nr. 8 entsprechenden Zahl der zweiten Horizontalcolumne ersehen kann.

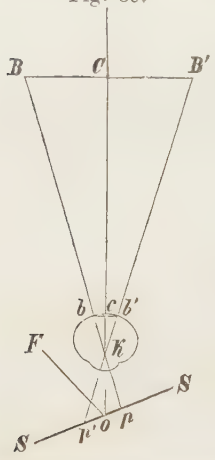
2. Der Augenhintergrund ist mit + 24, der Gipfel einer Geschwulst mit + 4 deutlich zu sehen. Die Höhe der Geschwulst wird wie folgt berechnet: $^1/_4 - {}^1/_{24} = {}^5/_{24}$ oder nahezu $^1/_5$. Nr. 5 in der ersten Columne der Tabelle deutet eine Erhebung von 2,18mm. über der Oberfläche der Retina an.

3. Der Augengrund ist deutlich mit — 20, der Gipfel der Geschwulst mit + 10 zu sehen. $\frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{1}{6\frac{2}{3}}$ ergiebt mit Zuhilfenahme der Tabelle 1,66mm. als die Höhe der Geschwulst.

In einem hyperopischen Auge, dessen Netzhaut deutlich mit + 6 gesehen wird, besteht chronisches Glaukom. Die Sehnervenscheibe erscheint deutlich mit + 18. Wie tief ist die Excavation? $\frac{1}{6} - \frac{1}{18} = \frac{1}{9}$. Antwort 1,2 mm.“

Beobachter in einem verfinsterten Zimmer von einer neben und etwas hinter der Antlitzfläche des Beobachteten, in gleicher Höhe mit dessen und seinen eigenen Augen stehenden, hellen Flamme Licht auf einen in einer gewissen, nicht grossen Entfernung vor das beobachtete Auge vertical gehaltenen Spiegel so auffallen lässt, dass es in dieses Auge nach erlittener Reflexion ziemlich parallel mit dessen Axe eindringt, wobei der Spiegel so gestellt sein muss, dass das Auge des Beobachters, welchem er seine Rückenfläche darbietet, durch ihn hindurch annähernd in der Richtung der Axe des beobachteten Auges, in dieses hineinsehen kann.

Fig. 39.

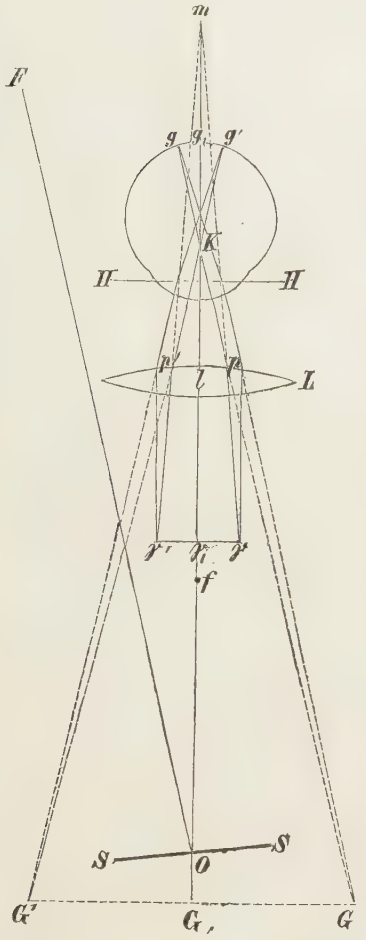


Befindet sich (Fig. 39) das beobachtete Auge in K und das beobachtende unmittelbar hinter O, ist SS die Stellung des in O durchsichtig gemachten Spiegels und F der Ort der Flamme, so ist diese Bedingung erfüllt.

Der Beobachter sieht alsdann die Pupille des Beobachteten in röthlichem Schimmer leuchtend, weiter aber gewöhnlich durchaus nichts. Nur wenn sein eigenes Auge oder das beobachtete hypermetropisch ist, so dass die Strahlen entweder divergent von letzterem ausgehen, oder das eigene Auge für convergente Strahlen accommodirt ist, kann er die Einzelnheiten des Augenhintergrunds unterscheiden. Damit ein emmetropisches oder myopisches Auge dieses vermag, ist die zweite Bedingung, dass entweder durch eine Concavlinse die aus dem beobachteten Auge kommenden Strahlen divergent in's beobachtende geleitet werden, oder dass durch eine stärker brechende Convexlinse ein reelles Bild vor dem Auge in einem im Allgemeinen wenig erleuchteten Raume erzeugt wird, welches der Beobachter direct oder mit einer Convexlinse betrachten kann.

Hat man nach der ersten Methode hinter der durchbrochenen Oeffnung O des Spiegels SS eine passende Concavlinse angebracht, so sieht das beobachtende Auge ein virtuelles, aufrechtes, um so viel vergrössertes Bild BB′ des Netzhautbezirks bb′, als die Entfernung kc des mittleren Knotenpunkts von der Retina in der normalen Sehweite kC enthalten ist. Nimmt man $kc = 15^{mm}$ und $kC = 300^{mm}$, so ist die Vergrösserung eine 20fache.

Fig. 40.



Denn auch die Hauptstrahlen Bp, B′p′, welche die einander diametral gegenüber liegenden Punkte p, p′ des Pupillenrands des beobachteten Auges tangiren, gehen ungebrochen aus dem beobachteten Auge und werden von dem beobachtenden wieder in entgegengesetzter Richtung pB, p′B′ nach BB′ versetzt und zwar in die normale Sehweite OC, wenn das in O angebrachte Concavglas diejenige Brennweite hat, welche der Divergenz der aus dem beobachteten Auge kommenden Strahlen entspricht. Man sieht, dass das beobachtende Auge sich dem beobachteten so viel als möglich nähern muss, um möglichst viele Hauptstrahlen auf einmal, d. h. ein möglichst grosses Sehfeld zu erhalten.

Die zweite Methode der Beobachtung des Augenhintergrunds im reellen Bilde gewährt ein bedeutend grösseres Sehfeld und wird deshalb häufiger angewandt. *)

Es sei (Fig. 40) K der Knotenpunkt des beobachteten Auges, das beobachtende Auge stehe unmittelbar hinter O, F sei der Ort der Flamme

*) Das Sehfeld wird begrenzt durch diejenigen zwei aus dem beobachteten Auge kommenden Hauptstrahlen KB, KB′ (Fig. 39) und gG, g′G′ (Fig. 40), welche bei der ersten Methode durch die einander gegenüberstehenden Endpunkte des Pupillendurchmessers des beobachtenden Auges und bei der zweiten Methode durch die einander gegenüberliegenden Endpunkte eines Durchmessers der Collectivlinse L, oder falls dieser sehr gross sein sollte, der Pupille des beobachteten Auges gehen. Nimmt man den Durchmesser der Pupille des beobachtenden Auges = 4mm und seinen Abstand von der Pupille des beobachteten Auges (bei der ersten Methode) 25mm., sodann den Durchmesser der Collectivlinse L = 36mm. und ihren Abstand vom Knotenpunkt des beobachteten Auges = 40mm an, so hat man für die Winkel W, W′, welche die respectiven Hauptstrahlen bei der ersten und zweiten Methode mit einander bilden,

und L eine vor das beobachtete Auge, normal zu dessen Axe, gehaltene starke Sammellinse, welche die von letzterem Auge convergent ausgehenden Strahlen noch stärker convergent macht, so dass von dem erleuchteten Bezirke gg' des Augenhintergrunds das verkehrte und vergrösserte reelle Bild $\gamma\gamma'$ erzeugt wird. Das in O befindliche Auge des Beobachters wird dieses Bild deutlich sehen, wenn die Entfernung $O\gamma_1$ innerhalb seines Accommodationsgebiets liegt, und das ist gewöhnlich bei myopischen oder accommodationskräftigen normalen Augen der Fall. Ein fernsichtiges Auge wird sich jedoch einer in O' angebrachten Convexlinse bedienen müssen.

Bei dieser letzteren Methode bildet das beobachtete Auge in Verbindung mit der vor dasselbe gebrachten Linse L und der in O angebrachten Convexlinse ein zusammengesetztes Mikroscop (von der Art, wie sie vor den verbesserten Objectivlinsen-Systemen im allgemeinen Gebrauch waren).

Durch die alleinige Wirkung des Doppelobjectivs des beobachteten Auges, welches die austretenden Strahlen convergent macht, entsteht in ziemlich weiter Entfernung von demselben ein sehr grosses, lichtschwaches und verkehrtes Bild GG' des Bezirks gg' der Netzhaut.

Dieses Bild wird durch die Collectivlinse L verkleinert, an Lichtintensität verstärkt und in die Nähe des Brennpunkts von L gebracht und vermittelst der in O befindlichen Ocularlinse betrachtet. Ueber den Ort und die Vergrösserung des Bilds $\gamma\gamma_1$ s. d. Coroll. z. dies. §.

Ein wichtiger Punkt bei einer Augenspiegeluntersuchung ist die Beleuchtung des Hintergrunds des beobachteten Auges, und die verschiedenen Einrichtungen, welche dem Gesammtapparate des Augenspiegels gegeben wurden, unterscheiden sich wesentlich nur hinsichtlich dieses Punktes.

Der erste Augenspiegel (von Helmholtz) besteht aus mehreren (sämmtlich unbelegten) aufeinander liegenden ebenen Glasplatten. Das von den vorderen Platten durch Brechung nach hinten durchgelassene Licht wird zwar an den hinteren Platten wieder grösstentheils reflectirt, doch findet dabei immerhin ein Verlust statt. Von dem reflectirten Lichte kommt nur ein so grosser Theil in das beobachtete Auge als die Flamme F, wenn sie in der Entfernung

---

$\mathrm{tg}\,\frac{w}{2}=\frac{2}{25}$, $\mathrm{tg}\,\frac{w'}{2}=\frac{18}{40}$; mithin $w = 9^0\,10'$ u. $w' = 48^0\,26'$. Wäre L beträchtlich grösser, so würde, wenn man den Abstand der Pupille vom ersten Knotenpunkt $= 3{,}5^{mm}$. annimmt, $\mathrm{tg}\,\frac{w'}{2}=\frac{2}{3{,}5}$, mithin $w' = 59^0\,30'$.

F O + O K gerade vor ihm stünde, direct in daselbe durch die Pupille senden würde. Auch geht bei der Rückkehr des Lichts durch die Platten, in Folge der Reflexion nach der Lichtquelle hin wieder Licht verloren.

Dieser Augenspiegel gibt mithin eine schwächere Beleuchtung als die folgenden, wird dafür aber auch am leichtesten und längsten ertragen.

Die heutzutage am häufigsten gebrauchten, compendiösen Augenspiegel sind concav und man sieht leicht ein, dass diese einen grössern Theil des auf sie gefallenen Lichts in's beobachtete Auge senden, wie die ebenen.

Noch stärker ist die Beleuchtung bei den nach dem Coccius'schen Princip construirten Augenspiegeln. Bei diesen befindet sich nämlich zwischen der Lichtquelle und dem ebenen Reflexionsspiegel eine grosse nicht sehr starke Convexlinse, welche, als der Lichtquelle näher, mehr Licht aufnimmt und durch den Spiegel dem Auge zuführt, als der Concavspiegel.

Eine noch grössere Lichtstärke ist durch die Zehender'sche Einrichtung ermöglicht, wobei ebenfalls eine grosse, etwas stärkere Convexlinse zwischen der Lichtquelle und dem Spiegel in veränderlichem Abstand sich befindet, der Spiegel aber convex ist und die auffallenden Strahlen in mehr paralleler Richtung dem beobachteten Auge zusendet.

Man hat sich auch foliirter Linsen, d. i. biconvexer oder convex-concaver Linsen, deren eine zunächst vor das Auge zu bringende Fläche belegt ist, als Augenspiegel bedient. Die Folie ist in der Mitte in einer Kreisfläche von etwas über 3mm. Durchmesser weggenommen, um hindurchsehen zu können.

Die foliirten Linsen wirken ersichtlich in doppelter Art, nämlich als Spiegel und zugleich als Ocularlinsen.

Der Burow'sche Augenspiegel z. B. hat für durchgehendes Licht eine Brennweite von 5″ und seine foliirte Fläche bewirkt als Hohlspiegel die Vereinigung der von einem etwa 10″ entfernten leuchtenden Gegenstande ausgehenden Strahlen in einer Entfernung von 6″. Zur Untersuchung des Augengrunds hält man noch eine Collectivlinse von $1^1/_2$ bis $1^3/_4$ Zoll Brennweite vor das zu beobachtende Auge und bringt den Spiegel in eine solche Entfernung, dass man das umgekehrte Bild deutlich sieht.

Wählt man die Krümmungen einer convex-concaven Linse so, dass ihre dioptrische Brennweite = — 8″ ist (indem man z. B. die Krümmungshalbmesser der belegten und unbelegten Fläche resp. = 3,43 u. — 1,85 Zoll macht), so wird der Spiegel das vollkommenste Bild liefern, wenn beobachtendes und beobachtetes Auge normal sind.

Ist a der Abstand der Lampe von der foliirten Fläche, p die dioptrische Brennweite der Linse, f der Krümmungshalbmesser der Vorderfläche, g der Krümmungshalbmesser der (foliirten) Hinterfläche, α die Entfernung, in der die vom leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen sich durch die Wirkung des Linsen-Hohlspiegels wieder vereinigen, und n der Brechungsindex des Glases, so erhält man leicht die Formeln:

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2\alpha} - \frac{1}{p},$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{(n-1)p} - \frac{1}{g},$$

vermittelst deren sich für beliebig angenommene Werthe von a, α und p die Werthe der Krümmungshalbmesser f, g bestimmen lassen.

Für den Burow'schen Augenspiegel erhält man z. B. nach obigen Daten mittelst dieser Formeln $g = -15''$, $f = +2'',14$.

Auch des binocularen Augenspiegels (von Giraud-Teulon) haben wir hier noch zu gedenken:

Die aus dem untersuchten Auge kommenden, durch die Oeffnung des Spiegels hindurchgegangenen Strahlen werden (von zwei rhomboidischen Prismen, deren reflectirende Flächen, im Winkel von 45° gegen die vordere und hintere Fläche geneigt sind) zur einen Hälfte zuerst transversal und dann wieder der ursprünglichen Richtung parallel nach dem einen und zur andern Hälfte ebenso nach dem anderen Auge reflectirt und somit die leuchtenden Punkte des Augenhintergrunds, mit Hilfe eines Collectiv- und eines Ocularglases, wie durch ein Riddel'sches binoculares Mikroscop gesehen. (Die Beleuchtungslampe steht hier nicht zur Seite, sondern hinter und über dem Kopfe des Beobachteten.)

Bei Vertiefungen und Excavationen (durch Atrophie), sowie bei Schwellungen und Erhöhungen (durch Infiltrationen und Tumoren) erhält man mittelst des binocularen Augenspiegels ein stereoscopisches Sammelbild, in welchem die Niveauunterschiede deutlich wahrgenommen werden können, wodurch dem Augenarzte ein wesentlicher Vortheil im Vergleich mit dem einfachen Augenspiegel dargeboten wird.

Corollarium zu §. VII.

Ort und Vergrösserung des reellen umgekehrten Bildes.

Wir wollen hier vorerst von einem beliebig in O (Fig. 40.) anzubringenden convexen Oculare absehen und blos Ort und Grösse des von dem als Objectiv des Mikroscops (S. 122) dienenden dioptrischen Systeme des beobachteten Auges und der Collectivlinse L erzeugten umgekehrten Bildes bestimmen.

Es sei gg' ein im Augenhintergrunde befindliches Object, K der mittlere Knotenpunkt und HH die mittlere Hauptebene und es sei dieses ophthalmoscopisch zu beobachtende Auge für die Entfernung KG_1 accommodirt, so ist klar, dass in letzterer von den, wie es in der Regel der Fall ist, convergent aus dem Auge kommenden Strahlen das verkehrte reelle Bild G_1G erzeugt wird, welches jedoch seiner Lichtschwäche und grossen Entfernung vom beobachteten Auge wegen nicht wohl zu beobachten ist, weil der Spiegel, welcher, um es durch die Oeffnung O hindurch sehen zu können, um die durch die Ocularlinse verringerte mittlere Sehweite des Beobachters noch weiter als das Bild von dem beobachteten Auge entfernt sein muss, zu wenig Licht in die Pupille sendet.

Ist $KG_1 = \alpha$, $K1 = d$, $1\gamma_1 = \alpha'$, so hat man, wenn f die Brennweite der Linse L ausdrückt, (vermöge Gl. (f.) S. 107.):

$$-\frac{1}{\alpha-d}+\frac{1}{\alpha'}=\frac{1}{f},\ \text{mithin}\ \frac{1}{\alpha'}=\frac{1}{\alpha-d}+\frac{1}{f},$$

folglich auch

$$\alpha'=\frac{(\alpha-d)\,f}{\alpha-d+f}\ (1.)$$

Nun wird ein von K nach p' oder p verlaufender Strahl durch die Linse L so gebrochen, dass man für die von letzterer an gemessene Entfernung $1m = \alpha''$, in welcher er die optische Axe schneidet, wenn man von der sphärischen Abweichung absieht, die Gleichung hat

$$\frac{1}{\alpha''}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f},$$

woraus folgt

$$\alpha''=-\frac{df}{f-d}.\ (2.)$$

Setzt man nun noch $gg'=g$, $pp'=p$, $\gamma\gamma'=\gamma$, so hat man, wenn man (nach S. 10 Note) $g_1 K = F_1$, gleich der vorderen Brennweite des für unendlich accommodirten als normal betrachteten Auges, annimmt, — die Proportionen:

$$g : F_1 = p : d \text{ und } p : \alpha''=\gamma : (\alpha'-\alpha''),$$

woraus man die Gleichungen erhält:

$$p=\frac{d\,g}{F_1}\ (3.) \text{ und } \gamma=\frac{(\alpha'-\alpha'')\,p}{\alpha''}.\ (4.)$$

Die Vergrösserung des Bildes $\gamma\gamma_1$ ist mithin eine m-fache, wenn man

$$\left(\frac{\alpha'-\alpha''}{\alpha''}\right)\frac{p}{g}=\frac{(\alpha'-\alpha'')\,d}{\alpha''\,F_1}=m$$

setzt.

Drückt man m geometrisch aus, so ist (Fig. 40.)

$$m=\frac{\gamma_1 m}{1m}\cdot\frac{K1}{Kg_1}.$$

Wäre $d = f$, mithin $\alpha''=\infty$, so hätte man

$$\gamma = p = \frac{d}{F_1}\,g,\ (4'.)$$

und die Vergrösserung wäre $=\frac{d}{F_1}$; wenn $d = 2''$ und $F_1 = 0{,}5''$, so wäre sie eine 4fache, d. h. das verkehrte Bild $\gamma_1\gamma$ hätte die 4fache Grösse des in der Hinterwand*) des Auges befindlichen Objects gg'.

*) Trotz der Durchsichtigkeit der Retina können Objecte der Chorioidea wegen der zwischenliegenden Pigmentschicht nur dann deutlich wahrgenommen werden, wenn letztere durch pathologische Processe erheblich verdünnt worden ist. (Gewöhnlich kommt neben dem stellenweisen Schwund der mit dem schwarzen Pigment gesättigten Zellen der Chorioidea gleichzeitig vermehrte Anhäufung des Pigments an anderen Stellen vor.)

Hätte man dagegen $\alpha = 12''$, $f = 2{,}75''$ und wieder $d = 2$, $F = 0{,}5$, so erhielte man die Werthe:

$$\alpha' = 2{,}157''. \quad \alpha'' = -7{,}333''. \quad p = 4\,g. \quad \gamma = 5{,}04\,g.$$

Die Vergrösserung wäre mithin eine 5fache.

Das Bild befindet sich in beiden Fällen in der ungefähren Entfernung $\alpha' = 2''$ von der Collectivlinse und in $\alpha' + d = 4''$ vom beobachteten Auge.

Bedient sich der Beobachter nun noch eines in O angebrachten Oculars, welches seinem Auge gestattet, sich um $\frac{1}{n}$ seiner natürlichen Sehweite dem Bilde $\gamma'\gamma$ zu nähern, so scheint ihm dies noch n-fach vergrössert und für die ganze Vergrösserung hat man alsdann

$$m' = \frac{n\,d\,(a' - a'')}{F_1\,a''} = n\,m. \quad (5.)$$

Wäre z. B. $n = 2$, so erschiene in den beiden vorigen Fällen dem Beobachter das Bild $\gamma'\gamma$ 8mal, resp. 10mal grösser, als ihm das Object $g\,g'$ erscheinen würde, wenn er das letztere in seiner natürlichen Sehweite unmittelbar (von den brechenden Medien befreit) betrachten könnte.

Aus den Formeln (1.) bis (4.) ergeben sich folgende Sätze:

1) Je grösser die Entfernung α ist, für welche sich das untersuchte Auge accommodirt hat, um so grösser wird auch α' und γ.

2) Je grösser die Brennweite f der Collectivlinse ist, desto grösser wird α', α'' (d. i. der numerische Werth von α'' wird, weil es negativ ist, desto kleiner) und γ. Wird $d > f$, so wird α'' positiv.

3) Je grösser der Abstand d der Collectivlinse vom beobachteten Auge ist, desto kleiner ist α', α'' und γ.

Vermöge der Gleichung (4.) kann man auch aus dem gemessenen Werthe von γ und dem zu berechnenden Werthe von p den Werth von α' und aus Gl. (1.) den Werth von α, nämlich die Weite, für welche das untersuchte Auge accommodirt ist, bestimmen, da die Grössen d, f, F_1 (letzteres wenigstens annähernd) gegeben sind. Zur Bestimmung von p setzt man in Gl. (3.) für g die Grösse der Pupille, welche einen ziemlich constanten Werth bei Erwachsenen besitzt. Alsdann ist die zu messende Grösse γ die scheinbare Grösse der Pupille.

Zur Messung von γ bedient man sich einer planconvexen Linse von 3″ Brennweite, deren ebene Fläche dem Auge des Beobachters zugekehrt und mit einer in Millimeter eingetheilten Scale versehen ist. (Colsman.)

Zusätze zum ersten Abschnitt.

I. Zur Note auf S. 11.

Grösse der Netzhautbilder. Vernachlässigt man in der Formel (1'.) k gegen f_1, so ist der sich ergebende Ausdruck

$$b = \frac{a F_1}{f_1} \quad (2'.)$$

meistens hinreichend genau für die Grösse derjenigen Bilder, welche wirklich in die Retina fallen, d. i. von Objecten, für deren Entfernungen sich das Auge accommodiren kann.

In der genaueren Formel (1'.) bedeutet F_1 die vordere Brennweite des Auges bei Accommodation für seinen Fernepunkt und man kann dafür bei einem emmetropischen Auge den schematischen Werth von Helmholtz 14,858mm. (S. 52.) einsetzen.

Bei einem myopischen Auge bestimmt man den dem schematischen Werthe des emmetrop. Auges entsprechenden von $F_1' = kgd$ (Fig. 3) aus der Gleichung:

$$\frac{14{,}858}{\varphi} + \frac{19{,}875}{F_1' + 5{,}017} = 1, \quad (3'.)$$

wo φ die Distanz des Fernepunktes vom ersten Hauptpunkte bedeutet, und 19,875 die hintere Brennweite und 5,017 die Entfernung des einen Knotenpunkts vom entsprechenden Hauptpunkte des schematischen Auges sind.*)

Die Gl. (3'.) gibt:

$$F_1 = \frac{14{,}798\,\varphi + 74{,}541}{\varphi - 14{,}858}. \quad (4'.)$$

Man erhält z. B., wenn die Distanz des Fernpunkts $\varphi = 12'' = 309{,}98^{mm.}$, den Werth $F_1' = 15.507$ als Abstand des hinteren Knotenpunkts von der Netzhaut.

Wenn man diesen Werth für F_1' in Gl. (2'.) setzt, so kann man mittelst desselben die genäherten Werthe der Netzhautbilder des als Beispiel gewählten myopischen Auges für beliebige Entfernungen der Objecte bestimmen.

Will man die Grössen von Netzhautbildern, welche diesseits und jenseits der Retina fallen, bestimmen, so findet man die dazu erforderliche Formel auf folgende Art:

Man zieht in Fig. 3. (S. 9.) von den Endpunkten s, σ des Objects gerade Linien durch den vorderen Brennpunkt f_1, bezeichnet die Durchschnittspunkte mit m, μ und zieht durch diese Punkte Parallellinien mit der optischen Axe AB. Alsdann gehen diese Parallellinien durch die Punkte z, ζ, so dass $m\,\mu = z\,\zeta$ ist. Es muss mithin die Proportion stattfinden:

$$a f_1 : f_1 h_1 = s\sigma : m\mu, \quad \text{oder, wenn } s\zeta = a,$$
$$m\mu = z\zeta = b, \quad a h_1 = f, \quad f_1 h_1 = F_1 \text{ ist:}$$
$$f_1 - F_1 : F_1 = a : b.$$

Daraus folgt die gesuchte Formel:

$$b = \frac{a F_1}{f_1 - F_1}. \quad (5'.)$$

Hier bedeutet F_1 die vordere Brennweite, welche dem jeweiligen Accommodationszustand des Auges entspricht.

---

*) Da die Myopie und Hypermetropie bloss auf zu grosser resp. zu kleiner Länge der Augenaxe beruht, so kann man die schematischen Werthe für die Brennweiten auch bei myopischen und hypermetropischen Augen anwenden.

Vermittelst dieser Formel kann man sich für eine angenommene Reihe von Werthen von F_1 für Entfernungen, welche zwischen dem Nahe- und Fernepunkt liegen, die entsprechende Reihe der Werthe von b, die den Grössen der vom Objecte a, welches in der unveränderlichen Entfernung f_1 vom ersten Hauptpunkt verharrt, auf der Retina entworfenen Bilder berechnen.

II. Zu Seite 37.

Scheinbarer Ort der Pupille. Die unter (2.) stehende Formel muss heissen

$$d = \frac{f_2\,\varepsilon}{f_1 - \varepsilon}.$$

Aus der umgekehrten:

$$\varepsilon = \frac{f_1\,d}{f_2 + d}$$

folgt, vermöge der Constanten des Helmholtz'schen schematischen Auges (S. 52.), dass die in 3,6mm. Entfernung von der Hornhaut befindliche Pupille eines beobachteten normalen Auges dem Beschauer im Abstande von 2,42mm. von der Hornhaut, oder in $^2/_3$ des wirklichen Abstands, mithin um $^1/_3$ genähert erscheint.

III. Zu Seite 20—21 und Seite 52.

Anwendung der Formeln (22.)—(28.) zur numerischen Berechnung der Constanten des Helmholtz'schen schematischen Auges.

	Fernesehen	Nahesehen
log. R	0,9030900	—
log. $(n_1 - 1)$	0,5284826—1	—
log. ψ_1	1,3746074	—
$\psi_1 =$	23,6923	—
R	8	—
$\psi_2 =$	31,6923	—
log. n_2	0,1627273	—
log. n_1	0,1263465	—
log. $n' =$	0,0363808	—
$n' =$	1,087377	—
log. r_1	1,0000000	0,7781513
log. $(n' - 1)$	0,9413971—2	0,9413971—2
log. $f_1 =$	2,0586029	1,8367542
$f_1 =$	114,4466	68,6679
r_1	10,0000	6,0000
$f_2 =$	124,4466	74,6679
log. r_2	0,7781513	0,7403627
log. n'	0,0363808	0,0363808
	0,8145321	0,7767435

	Fernesehen	Nahesehen
log. $(n' - 1)$	0,9413971—2	0,9413971—2
log. $f_1' =$	1,8731350	1,8353464
$f_1' =$	74,6681	68,4457
r_2	6,0000	5,5000
$f_2' =$	68,6681	62,9457
log. f_1	2,0586029	1,8367542
log. d	0,5563025	0,6020600
	2,6149054	2,4388142
log. $(f_1' + f_2 - d)$	2,2911794	2,1433696
log. $h_1 =$	0,3237260	0,2954446
$h_1 =$	2,10730	1,97444
log. f_2'	1,8367550	1,7989660
log. d	0,5563025	0,6020600
	2,3930575	2,4010260
log. $(f_1' + f_2 - d)$.	2,2911794	2 1433696
log. $h_2 =$	0,1018781	0,2576564
$h_2 =$	1,26438	1,80991
log. f_1	2,0586029	1,8367542
log. f_1'	1,8731350	1,8353464
	3,9317379	3,6721006
log. $(f_1' + f_2 - d)$	2,2911794	2,1433696
log. $\varphi_1 =$	1,6405585	1,5287310
$\varphi_1 =$	43,7078	33,7855
log. f_2	2,0949830	1,8731339
log. f_2'	1,8367550	1,7989660
	3,9317380	3,6720999
log. $(f_1' + f_2 - d)$	2,2911794	2,1433696
log. $\varphi_2 =$	1,6405586	1,5287303
$\varphi_2 =$	43,7077	33,7855
	$= \varphi_1 = \varphi$	
p_1*)	3,6	3,2
h_1	2,10730	1,97444
$q_1 =$	5,70730	5.17444
log. q_1	0,7564307	0,7138634
log. ψ_1	1,3746074	1,3746074
	2,1310381	2,0884708
log. $(\psi_2 + \varphi - q_1)$	1,8431879	1,7803418
log. $H_1 =$	0,2878502	0,3081290

*) Die Bedeutung der Buchstaben p_1, p_2, p_1 p_2, v_1, v_2, w_1, w_2, z_1, z_2 s. S. 21.

	Fernesehen	Nahesehen
$H_1 = r_1 =$	1,94022	2,03296
log. φ	1,6405585	1,5287310
log. q_1	0,7564307	0,7138634
	2,3969892	2,2425944
log. $(\psi_2 + \varphi - q_1)$	1,8431879	1,7803418
log. $H_2 =$	0,5538013	0,4622526
$H_2 =$	3,57933	2,89903
p_2	7,2	7,2
h_2	1,26438	1;80991
q_2	5,93562	5,39009
H_2	3,57933	2,89903
$r_2 =$	2,35629	2,49106
log. ψ_1	1,3746074	1,3746074
log. φ	1,6405585	1,5287310
	3,0151659	2,9033384
log. $(\psi_2 + \varphi - q_1)$	1,8431879	1,7803418
log. $B_1 =$	1,1719780	1,1229966
$B_1 =$	14,8586	13,2738
log. ψ_2	1,5009537	1,5009537
log. φ	1,6405585	1,5287310
	3,1415122	3,0296847
log. $(\psi_2 + \varphi - q_1)$	1,8431879	1,7803418
log. $B_2 =$	1,2983243	1,2493429
$B_2 =$	19,7858	17,7559
$B_2 - B_1 = k =$	5,0172	4,4821
r_1	1,9402	2,0330
$z_1 =$	6,9574	6,5151
r_2	2,3563	2,4911
k	5,0172	4,4821
$z_2 =$	7,3735	6,9732
r_1	1,9402	1,0330
B_1	14,8586	13,2738
$w_1 =$	— 12,9184	— 12,2408
r_2	2,3563	2,4911
B_2	19,8758	17,7559
$w_2 =$	22,2321	20,2470

IV. Zu Seite 40.

Befestigung der Iris. Hinsichtlich der Befestigung des Ciliarrandes der Iris und namentlich in Rücksicht auf das Zurückweichen desselben bei der

Accommodation für die Nähe (S. 41 und 46) ist nach Helmholtz (physiol. Opt. S. 115—116) folgendes nachzutragen:

An der Grenze zwischen der harten Aderhaut und der Hornhaut befindet sich ein ringförmiger enger Kanal (d. s. g. Schlemm'sche), welcher in Taf. I. Fig. 1. durch die a und b gegenüber befindlichen Spalten angedeutet ist. Die Iris ist mit einer elastischen Fasermasse am vorderen Rande dieses Kanals und mit einer schnigen Fasermasse am hinteren Rande desselben verbunden. Ist sie erschlafft, so wird sie durch jene elastische Fasermasse am vorderen Rande festgehalten, sind dagegen ihre circularen und radialen Fasern gleichzeitig gespannt, so leistet erst die Schnenmasse am hinteren Rande des Kanals einen genügend festen Widerstand. „Man kann daher sagen, die erschlaffte Iris setzt sich an den vordern, die gespannte an den hintern Rand des Schlemm'schen Kanals, welche im Mittel 0,45mm. auseinanderliegen."

V. Zu Seite 104.

Brillenwirkung. Hier verdient noch folgendes ausdrücklich erwähnt zu werden:

Aus Formel (b.) folgt auch:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{F}. \quad (b''.)$$

Ist mithin ein Auge für irgend eine Entfernung α accommodirt, so wird es durch Vorsetzung einer Linse von der Brennweite F für die Entfernung a accommodirt, deren Werth aus obiger Formel (b''.) sich ergibt, oder vielmehr, wenn d der Abstand des Glases vom Auge ist, aus der Formel:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{F - d}. \quad (\beta.)$$

Denn nach den oben entwickelten Principien werden die von einem in der Entfernung a befindlichen Objecte kommenden Strahlen durch die Linse so gebrochen, als kämen sie aus der Entfernung α, für welche das Auge sich accommodirt hat.

Ist das Glas concav, so ist F negativ.

Wenn z. B. ein Auge für 20'' Distanz accommodirt ist und ihm ein Convexglas Nr. 6 in $^1/_2$ Zoll Entfernung vorgesetzt wird, so hat man:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{20} + \frac{1}{5^1/_2} = \frac{1}{4{,}3}, \text{ oder } a = 4{,}3 \text{ Zoll.}$$

Wäre dasselbe Auge für 10'' accommodirt, so würde es durch die nämliche Linse zufolge der Gleichung

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5^1/_2} = \frac{1}{3{,}5}$$

für 3,5 Zoll accommodirt.

Ist ein myopisches Auge für 5 Zoll accommodirt und wird ihm eine Concavlinse von 6'' Brennweite in $^1/_2$ Zoll Abstand vorgesetzt, so ist

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{5} + \frac{1}{-6 - 1/_2} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6^1/_2} = \frac{1}{22},$$

und das Auge wäre mithin für eine Entfernung a = 22″ accommodirt, wobei jedoch zu berücksichtigen ist, dass der Accommodationszustand beim Uebergang der Blicklinien aus einer ziemlich convergenten Stellung in eine mehr parallele etwas relaxirt wird, wenn nicht eine unwillkürliche Vermehrung des Accommodationsaufwands eintritt.

Würde letzterem Auge eine Concavlinse von 12″ Brennweite in $^1/_2$ Zoll Entfernung vorgesetzt, so hätte man

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{5} - \frac{1}{12 + {}^1/_2} = \frac{1}{8{,}3},$$

d. h. das Auge wäre nun für eine Entfernung von 8,3 Zoll accommodirt.

Wir wiederholen hier, dass durch Vorsetzung eines Brillenglases der Fernepunkt und der Nahepunkt eines Auges in andere Distanzen verlegt werden, dass dabei aber die Accommodationsbreite immer unverändert bleibt. Innerhalb des neuen Accommodationsgebiets kann sich das Auge für jede beliebige Entfernung accommodiren, ebenso gut als es dies innerhalb der Grenzen seiner natürlichen Sehweite ohne Brille vermag.

Zweiter Abschnitt.

Vom Sehen.

§. 1. Vom Lichte und den Farben.

Bevor wir auf die Art und Weise, in welcher äussere Objecte zur Empfindung und Wahrnehmung vermittelst des Gesichtssinnes gelangen, näher eingehen, wollen wir hier das Wesentlichste über die physikalische und physiologische Bedeutung des Lichts und der Farben anführen.

Die Farben sind Modificationen des Lichts, wie die Töne Modificationen des Schalls. Licht und Farben sind so wenig wie Schall und Töne materielle Dinge. Sie sind der Name für Vorstellungen, welche in einer durch Fortpflanzung der im Aether erregten Wellen auf die Netzhaut in dieser erzeugten und durch den Sehnerven zum Gehirn fortgeleiteten Sensation beruhen. Der Aether ist eine fast unendlich feine und elastische Flüssigkeit, welche alle Theile des Raumes, mithin auch die kleinsten Zwischenräume der Körper erfüllt. Er wird sehr leicht durch jeden selbstleuchtenden oder erleuchteten Punkt in Bewegung gesetzt. Diese Bewegung besteht im Allgemeinen in Bildung sphärischer Wellen, welche sich vom leuchtenden Punkte aus concentrisch fortpflanzen.

Die Radien dieser Wellen sind die Lichtstrahlen, d. h. die Richtungen, nach welchen das Licht wahrgenommen werden kann. Die Richtung der Bewegung der oscillirenden Aethertheilchen, welche an einer Welle betheiligt sind, ist zur Richtung der Lichtstrahlen keineswegs parallel, sondern vielmehr normal (rechtwinklig), so dass sich die schwingenden Theilchen in der Richtung der Lichtstrahlen nicht im mindesten fortbewegen. Ihre Bewegung theilt sich aber den folgenden Aetherschichten mit ausserordentlicher Geschwindigkeit mit, indem sie sich in einer Sekunde 310 Millionen Meter weit fortpflanzt*), und zwar

*) Die Genauigkeit dieser Bestimmung lässt keinem Zweifel Raum. Die Beobachtung, worauf sie beruht, kann in jeder Umlaufsperiode des Jupiter (von nicht ganz 12 Jahren) leicht

so, dass in der Zeit, in welcher ein oscillirendes Theilchen seine pendelartige Hin- und Herbewegung vollendet, die Bewegung sich auf die ganze Länge einer Welle erstreckt hat. Die Wellenlänge selbst kann man mittelst eines leicht anzustellenden Versuchs mit dem Fresnel'schen Interferenzspiegel *) sehr genau bestimmen. Sie ist für die verschiedenen Farben verschieden, indem sie für die gewöhnlich noch wahrnehmbaren äussersten Farben des Spectrum, nämlich für das äusserste Roth den grössten Werth = 0,000645 mm und für das äusserste Violett den kleinsten 0,000406 mm hat **), so dass die Wellenlänge der mittleren Farben gegen $^1/_{2000}$ Millimeter beträgt. Dividirt man mit dieser Wellenlänge in den Weg, welchen das Licht in einer Sekunde zurücklegt (s. o.), so erhält man die Anzahl der Schwingungen, welche ein Aethertheilchen in einer Sekunde macht. Man findet so die ungeheure Zahl von 620 Billionen in einer Sekunde. (Wenn mithin Ein Hin- und Hergang eines Aethertheilchens auch nur den billionsten Theil eines Meters ausmachte, so betrüge dennoch der von ihm in einer Sekunde gemachte Weg noch 620 Meter.)

Die physische Deutung des Zustandes, in welchen die Lichtwellen von verschiedener Länge die Netzhaut und weiterhin die zugehörigen Gehirnfasern versetzen, scheint rein subjectiv zu sein, und es gibt in der

wiederholt werden. Jede Verfinsterung der vier Jupiterstrabanten tritt nämlich, wenn die Erde zwischen Sonne und Jupiter (♃ in Opposition) steht, 16 Minuten 26 Sekunden früher ein, als wenn sie sich in einer um den Durchmesser der Erdbahnen (über 41 Millionen geogr. Meilen) grösseren Entfernung (♃ in Conjunction) befindet, so dass das Licht einen um so viel grösseren Weg zurücklegen muss, um zur Erde zu gelangen.

*) Dieser Versuch beweist zugleich am Evidentesten die Richtigkeit der *Undulationstheorie*, denn nur aus dieser lässt sich nicht blos erklären, sondern geht auch mit Nothwendigkeit hervor, dass Licht zu Licht hinzugefügt das eine Mal (bei gleichen Schwingungszuständen) verstärktes Licht, das andere Mal (bei entgegengesetzten) Dunkelheit erzeugt. Nach dieser Theorie lassen sich aber auch die complicirtesten Beugungserscheinungen (je nach der Form der durchlassenden Oeffnungen) vorher berechnen und construiren, und die doppelte Strahlenbrechung mit ihren besonderen Fällen dient ebenfalls sowohl zur Bestätigung als auch weiteren Ausführung der Theorie. Vor 180 Jahren stellte Huyghens in seiner heute noch der eingehenden Beachtung würdigen Abhandlung »de la lumière« die Theorie ellipsoidischer Lichtwellen auf, und indem Fresnel die analytische Gleichung der Oberfläche der durch Krystalle von drei verschiedenen Elasticitätsaxen (s. g. doppelaxigen) gehenden Lichtwellen suchte, fand er eine viel complicirtere, welche die für die s. g. einaxigen Krystalle geltende ellipsoidische als speciellen Fall enthält und die sonst unerklärlichen Ausnahmsfälle der doppelten Brechung, die austretenden conischen und cylindrischen Lichtbüschel, vorhersagen liess (Hamilton).

**) Durch besondere Hilfsmittel hat man noch die Wellenlängen beträchtlich extremerer Farben bestimmt. Helmholtz (phys. Opt. S. 236) gibt für die Linie A des Spectrum (äusserstes Roth) 0,000762 und für die Linie R (Ultraviolett) 0,000311 als Wellenlängen an.

That nicht wenige Menschen, welche in der Feinheit der Perception und Distinction der verschiedenen Farben, sowie auch des mehr oder weniger angenehmen Eindrucks, den sie machen, von den Uebrigen sich unterscheiden. Die Uebereinstimmung, dass alle Menschen die z. B. von der rothen Farbe verursachte subjective Sensation auch wirklich der «rothen» Farbe zuschreiben, rührt von der in der Kindheit darüber empfangenen Anweisung her. Es ist nicht unwahrscheinlich, dass der Eindruck der an Länge verschiedenen Aetherwellen bei den verschiedenen Thierklassen sehr verschieden ist und dass ihnen desshalb alle Gegenstände anders wie den Menschen erscheinen. Die Materie der das Individuum umgebenden Dinge ist das greifbar Reale, aber die Art, wie wir dieses auffassen, ist subjectiv, und es würde uns bei einer anderen Organisation ohne Zweifel auch alles Sichtbare in anderem Gewande erscheinen.

Der Farbenempfindung etwas mehr Objectivität zu geben, beabsichtigt die Hypothese von *Th. Young*.

Dieser zufolge hätte die Netzhaut drei Arten von Fasern. Die ersteren wären besonders empfindlich für Roth, die zweiten für Grün, die dritten für Violett. Es ist ersichtlich, dass nach dieser Hypothese, welcher auch Helmholtz (physiol. Opt. S. 291) und A. zustimmen, die Eindrücke der verschiedenen Farben leichter und präciser gedeutet werden können. Hiernach fände die mit der Benennung «specifischen Sinnes-Energie» bezeichnete Eigenthümlichkeit, dass jede sensible Nervenfaser immer nur einen und denselben Ort des Gehirns erregen, und immer nur eine und dieselbe Empfindungsqualität hervorrufen kann, auf welche Weise sie auch immer erregt wird, auch beim Auge ihre Anwendung. *)

Die Erklärung der Entstehung der Farben ist folgende: Auch die undurchsichtigen Körper werfen das auf ihre Oberfläche fallende weisse Licht nicht vollständig zurück, indem es keine Substanz gibt, welche bei einer sehr geringen Dicke vollkommen undurchsichtig ist. **)

*) Die Hypothese von Young wird durch die nicht so selten vorkommende »Rothblindheit« gestützt. Diese besteht darin, dass Roth schwarz erscheint und die Mischfarben, welche Roth enthalten, so erscheinen, als wenn in ihnen Roth fehlte. (S. w. u.)

**) Dies erscheint auch an sich natürlich, da die Räume zwischen den Moleculen jedes Körpers mit Aether erfüllt sind. Die undurchsichtigen Körper unterscheiden sich nur dadurch von den durchsichtigen, dass bei den ersteren in Folge der unregelmässigen Lagerung der Molecule die in ihr Inneres fortgepflanzten und nicht wieder nach Aussen reflectirte Aetherwellen perturbirt und vernichtet werden, dieses aber bei letzteren nicht der Fall ist.

Ein Theil der auffallenden Lichtwellen dringt mithin in die Oberflächenschichte mehr oder minder tief ein, wird daselbst wiederholt zurückgeworfen und tritt in Folge davon wieder aus dem Körper aus. Die Strahlen der verschiedenen Farben, aus denen das Sonnenlicht besteht, erleiden hierbei je nach der Natur der Körper ungleiche Verluste und dadurch wird die eigenthümliche Farbe bestimmt. Bei den durchsichtigen Körpern, bei welchen dieser Vorgang ebenfalls stattfindet, ist die durchgehende Farbe in der Regel dieselbe wie die reflectirte, jedoch hängt erstere wesentlich von der Dicke des durchsichtigen Körpers ab, sowie letztere von der Dicke der durchlassenden Schichten.

Durch die «Absorption» von Licht entsteht in den absorbirenden Körpern: 1) eine chemische Wirkung, 2) Wärme, 3) zuweilen Selbstleuchten in eigenthümlicher Farbe. Letzteres wird, wenn es die Zeit der Bestrahlung überdauert, Phosphorescenz, in anderem Falle Fluorescenz genannt.

Fluorescirende Flüssigkeiten sind: eine Auflösung von schwefelsaurem Chinin in Wasser, Stechapfeltinctur, Blattgrün (Brennessel mit Weingeist ausgezogen), wässriger Aufguss von Rosskastanienrinde, Uranglas etc. Hält man dieselben gegen das Sonnenlicht, so erscheint erstere bläulich, die Stechapfeltinctur, welche weingelb ist, tiefgrün etc.

Auch sämmtliche Augenmedien fluoresciren, am meisten die Linse, am wenigsten der Glaskörper (Helmholtz, Selchenow, Regnauld). Davon rührt die verhältnissmässig grössere Empfindlichkeit des Auges für die Farben kürzester Wellenlänge her.

Die sieben Hauptfarben (auch einfache Farben genannt) folgen bekanntlich so auf einander: 1) Roth, 2) Orange, 3) Gelb, 4) Grün, 5) Blau, 6) Indigblau, 7) Violett.*) Mischt man sie in demselben Verhältniss, in welchem sie im weissen Lichte enthalten sind, zusammen, so geben sie wiederum Weiss. Wenn man z. B. 2 Prismen von derselben Glassorte und gleichen brechenden Winkeln auf einander legt, so werden die aus dem ersteren unter verschiedenen Winkeln ausgehenden farbigen Strahlen von dem zweiten parallelisirt und wieder zu Weiss vereinigt.

Man kann aber schon mittelst zweier Farben, welche man im entsprechenden Verhältniss verbindet, weisses Licht herstellen.

*) Die s. g. ultravioletten Farben können durch Abblendung des übrigen Spectrums sichtbar gemacht werden. (Helmholtz.]

Je zwei zusammen den Eindruck von Weiss gebenden Farben werden «Complementärfarben» genannt.

Systeme complementärer Farben sind:

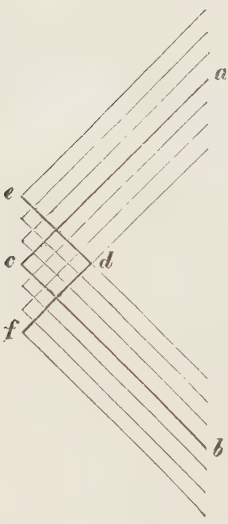
Roth und Grünlichblau
Orange und Cyanblau
Goldgelb und Blau
Gelb und Indigblau
Grünlichgelb und Violett.

Die Empfindung der Abwesenheit von Lichtreizung einer percipirenden Netzhautstelle gibt den Eindruck von Schwarz.

Die Mischfarben entstehen dadurch, dass zwei oder mehrere einzelne Farben (Wellensysteme des Spectrums) gleichzeitig in derselben Richtung die Retina treffen. Als die complicirteste Mischfarbe ist Weiss anzusehen.

Die einfachste Methode, prismatische Farben zu mischen, ist nach Helmholtz die, dass man eine Farbe durch eine schräg gestellte Glasplatte hindurch betrachtet, welche gleichzeitig Strahlen einer anderen Farbe durch Reflexion in's Auge leitet, oder die folgende: Man lässt durch zwei in einem rechten Winkel zusammenstossende Spalten ac, cb (Fig. 41), welche beide einen Winkel von je $\pm 45^0$ mit dem Horizonte machen, von einem hellen Hintergrunde Licht auf ein Prisma mit senkrecht vor's Auge gehaltener brechender Kante fallen. Die Farbenstreifen erhalten die Richtung der feinen Linien und schneiden sich in ihrem gemeinsamen Felde edf, wodurch alle aus zwei einfachen Farben zu bildende Mischfarben entstehen.

Fig. 41.



Bringt man das Prisma aus der senkrechten in eine geneigte Stellung, wodurch die von beiden Spalten herrührenden Farbenstreifen hinsichtlich ihrer Breite ein ungleiches Verhältniss annehmen, so wird das Verhältniss der Quantitäten gemischten Lichts dadurch geändert und mithin auch der Farbenton. Dieser wird nämlich durch die Mischung einer Farbe mit verschiedenen Quantitäten (oder Intensitäten) einer anderen oder auch mit Weiss hervorgebracht.

Mischungstabelle nach Helmholtz.

„Wo sich die verticalen und horizontalen Columnen schneiden, ist die Mischfarbe angegeben, welche übrigens immer bei verändertem Mischungsverhältnisse durch die in der Spectralreihe dazwischen liegenden Farben in jede der beiden einfachen Farben der Mischung übergehen kann."

	Violett	Indigblau	Cyanblau	Blaugrün	Grün	Grüngelb	Gelb
Roth	Purpur	dk. Rosa	wss. Rosa	Weiss	wss. Gelb	Goldgelb	Orange
Orange	dk. Rosa	wss. Rosa	Weiss	wss. Gelb	Gelb	Gelb	
Gelb	wss. Rosa	Weiss	wss. Grün	wss. Grün	Grüngelb		
Grüngelb	Weiss	wss. Grün	wss. Grün	Grün			
Grün	wss. Blau	Wass.Blau	Blaugrün				
Blaugrün	Wass.Blau	Wass.Blau					
Cyanblau	Indigblau						

Früher glaubte man, und diese Meinung ist noch heute sehr verbreitet, indem man sich durch das Resultat der Mischung von Malerfarben dazu verleiten liess, dass man aus Roth, Gelb und Blau alle Farben darstellen könnte. Dies ist jedoch keineswegs der Fall. Eher eignen sich dazu diejenigen drei Grundfarben: Roth, Grün und Violett, für welche nach Young's Theorie (s. o.) die dreierlei Fasern der Netzhaut beziehungsweise besonders empfindlich sind.

Mischung zweier Malerfarben gibt ein ganz anderes Resultat als Mischung zweier Farben des Spectrums. Nur bei letzteren findet eine wirkliche Combination statt. Bei ersterer absorbirt die Materie der einen Farbe Farbenstrahlen, die von der andern ausgehen und verhindert somit ihr Austreten. Es findet daher eine Art von Subtraction statt und die Mischfarbe ist keineswegs die Summe aller jeder Einzelfarbe zugehörigen Lichtstrahlen. In der That kann man z. B. auch mit den reinen Spectralfarben Gelb und Blau kein Grün erzeugen.

Stellt man mittelst eines Flintglasprismas, dessen brechender Winkel etwa 50^0 beträgt, auf welches man durch einen schmalen Spalt intensives Licht in senkrechter Richtung zu den Kanten des Prisma und im Winkel der kleinsten Ablenkung fallen lässt, ein lebhaftes Spectrum dar, sei es auf einer in einem dunkeln Zimmer aufgestellten weissen Tafel, oder in einem Fernrohre, so sieht man in demselben eine grosse Menge schwarzer, sehr schmaler, verticaler Streifen, welche in den einzelnen Farben sehr ungleich vertheilt und mehr oder weniger dunkel sind. Fraunhofer hat sieben Gruppen solcher Streifen, welche leichter als die übrigen wahrzunehmen und auf die Hauptfarben vertheilt sind, durch die Buchstaben B bis H bezeichnet und ihre Lage sehr genau

bestimmt. Indem er Prismen von verschiedenen Substanzen anwandte, fand er, dass die dunkeln Streifen in derselben Anzahl und Ordnung auf einander folgten und in derselben Farbe lagen, dass aber ihre gegenseitige Lagen merklich verschieden waren. Ferner fand er, dass das Licht der verschiedenen Planeten dieselben dunkeln Streifen gab, wie das Licht der Sonne, dass dagegen das Licht der Fixsterne und das künstlich leuchtender Körper dunkele Streifen darbietet, welche auf eine ganz verschiedene Weise vertheilt sind. Es ist bekannt, wie immens erfolgreich diese Fraunhofer'sche Entdeckung in neuester Zeit durch die sog. *„Spectralanalyse“* ausgebeutet wurde.

Der Scala der sieben einfachen Farben ist noch an ihren beiden äussersten Grenzen je eine unsichtbare, beziehungsweise unter den gewöhnlichen Umständen nicht sichtbare, Farbe zuzufügen, nämlich *Citra-roth* und *Ultra-violett.* Die Strahlen der ersteren, diesseits der unteren Grenzen befindlichen, können nur durch ihre Wärmewirkung wahrnehmbar gemacht werden (und zwar weil sie von Glas und Wasser stärker absorbirt werden, in ihrer ganzen Ausdehnung nur mittelst Steinsalzprismen und Steinsalzlinsen) und werden deshalb *dunkle Wärmestrahlen* genannt. Sie werden vom Auge unter keinen Umständen wahrgenommen, weil sie, wie desfallsige Versuche an frisch herausgenommenen Thieraugen beweisen, von den durchsichtigen Medien des Auges nicht durchgelassen werden. Die anderen (ultravioletten) wurden zuerst durch ihre chemische Wirkung erkannt und heissen deshalb auch *unsichtbare chemische Strahlen.* Sie erregen in der Netzhaut allerdings eine Empfindung, aber eine so schwache, dass sie gegen die von den sichtbaren Farben des Spectrums erzeugte verschwindet. Wenn man die letzteren aber von dem prismatischen Spectrum durch einen Schirm abblendet, indem man nur die ultravioletten Strahlen durch einen Spalt des Schirmes hindurchgehen lässt, so sieht man diese in indigblauer oder bei grösserer Intensität bläulich grauer Farbe (Lavendel).

Die Intensität der ultravioletten Farbe wird durch fluorescirende Flüssigkeiten mehr als 1200fach verstärkt, so dass z. B. das von einer schwefelsauren Chininlösung, auf welche ultraviolette Strahlen fallen, ausgesendete weissblaue Licht um 1200 Mal stärker ist, als das verschluckte ultraviolette. Man überzeugt sich davon leicht, wenn man ultraviolettes Licht erst auf ein weisses und dann auf ein mit einer fluorescirenden Flüssigkeit bestrichenes Papierblatt fallen lässt.

Stellt man mittelst eines Flintglasprismas und einer hinter demselben aufgestellten Convexlinse von mindestens $0{,}6^{m}$ Brennweite ein Spectrum auf einem weissen Papierblatte dar, so erkennt man kaum noch den Doppelstreifen H im Violett. Bringt man aber an die Stelle des weissen Papierblatts ein mit einer fluorescirenden Flüssigkeit gefärbtes, so sieht man noch Licht weit über H hinaus mit sehr vielen dunkeln Streifen.

Ersetzt man dieses Papier durch ein Glasgefäss mit parallelen Wänden, welches mit einer fluorescirenden Flüssigkeit angefüllt ist, so gehen die gewöhn-

lich sichtbaren Strahlen hindurch und man sieht fast ausschliesslich nur den ultravioletten Theil des Spectrums, dessen Farbennuancen um so tiefer in das Glas eindringen, je brechbarer sie sind. Bringt man aber das Glasgefäss zwischen den Spalt und das Prisma, so dass die Strahlen zuerst durch die fluorescirende Substanz und dann durch das Prisma gehen, so entsteht nur das gewöhnliche Spectrum, indem die ultravioletten Strahlen von der fluorescirenden Substanz verschluckt werden.

Die Brechungsverhältnisse, Wellenlängen und Schwingungszahlen (Anzahl der in 1 Sekunde statthabenden Aetherschwingungen) der verschiedenen Farben, präcisirt durch die Frauenhofer'schen Linien, sind in folgende Täfelchen zusammengestellt:

Fraunhofer'sche Linie.	Brechungsverhältniss in Flintglas.	Wellenlängen in Zehnmilliontel eines Millimeters.	Schwingungszahlen.	Farben. *)
A	—	7616	408 Billionen	Braun
B	1,6277	6878	452 „	Roth
C	1,6297	6564	474 „	Roth
D	1,6350	5888	528 „	Orange
E	1,6420	5260	591 „	Grün
F	1,6483	4848	641 „	Blau
G	1,6603	4291	724 „	Indigo
H	1,6711	3929	785 „	Violett

Dabei ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts zu 310880 Kilometer in 1 Sek. angenommen. Die bei D befindlichen Strahlen (Orange) haben z. B. mithin in Flintglas als Brechungsexponent die Zahl 1,6350, ihre Wellenlänge beträgt 0,0005888$^{mm.}$, und die respectiven Aethertheilchen machen in einer Sekunde 528 Billionen Schwingungen. Nach Listing**) soll allemal die Zunahme der Schwingungszahl um 48 Billionen den Uebergang von einer Farbe zur andern bedingen, so dass das physiologische Gesetz zu statuiren wäre: *„gleichen Unterschieden der Empfindungsqualitäten entsprechen gleiche Differenzen der Schwingungszahlen.“*

Ueber den mangelhaften und fehlenden Farbensinn (Farbenblindheit) theilen wir hier nach Rüte noch folgendes mit:

Der Fehler ist meistens angeboren, nicht selten erblich und mehreren Gliedern einer Familie gemeinsam, er kommt jedoch auch als Folge einer Krankheit, vorübergehend und periodisch vor.

Er ist häufiger, als man allgemein glaubt, Seebeck fand ihn unter einigen und vierzig Schülern der beiden oberen Klassen eines Gymnasiums fünfmal. Beim männlichen Geschlechte ist er weit häufiger, als beim weiblichen, welch' letzteres einen weit feineren Farbensinn besitzt. Er scheint fast ausschliesslich bei Personen mit robuster Constitution und melancholischem Temperamente vorzukommen.

*) Zwischen D und E liegt Gelb.

**) Poggendorf's Annalen Bd. CXXXI.

Man unterscheidet fünf Arten:

1) Die Achromatopsie. Sie begreift den Zustand, wobei das Individuum keine deutliche Idee von den Farben hat, wobei es weder Gelb, noch Roth, noch Blau zu unterscheiden vermag, wo alles grau erscheint (selten).

2) Akyanopsie nach Göthe. Die Wahrnehmung des Blauen fehlt entweder ganz oder ist doch sehr schwierig. Fast immer in Verbindung mit mangelnder Wahrnehmung des Rothen.

3) Anerythropsie (Daltonismus). Hier mangelt vorzugsweise die Wahrnehmung des Rothen, welches die betreffenden Personen für Aschgrau halten. Bei allen Farbennuancen, welche durch eine Beimischung von Roth modificirt sind, erkennen sie diese Modification durchaus nicht, es scheint ihnen, als wäre ein leichter Schleier über diese Farben geworfen, welche sie übrigens unterscheiden. (Ein neunzehnjähriger junger Mann hielt a) Roth und Braun für gleich; b) Blau, Blassroth, Indigo, Violett und Purpur übereins; c) desgleichen Grün und Orange. — Der Chemiker Dalton sagt von sich selbst: Carmoisin gleicht mir dem Blau, welchem man ein wenig Dunkelbraun beigemischt hat, Violett dem Blau. Die Rosen, die Veilchen, die Blume von Lichnis flos cuculi sehe ich Blau. Die frische Gesichtsfarbe eines jungen Mädchens erscheint mir wie ein Dintenfleck, das Blut gleicht dem Dunkelgrün der Flasche. Mit Blut und mit Koth befleckte Strümpfe bieten mir dieselbe Farbe dar. Roth und Scharlach erscheinen mir bei Tage aschgrau, bei Lampenlicht schön und glänzend, Carmoisin verliert sein Blau und verändert sich in gelbliches Roth. Violett, welches mir bei Tage blau erscheint, erscheint mir bei künstlicher Beleuchtung gelbroth. Einige Personen können Gelb bei Licht nicht unterscheiden; von diesem Fehler bin ich frei. Grün halte ich für Braun und Braun für Grün. Auch bei meinem Bruder und bei mehreren meiner Schüler habe ich diesen Gesichtsfehler gefunden, nie aber bei Weibern. Fast alle waren kurzsichtig.)

4) Chromatopseudopsie. Die damit Behafteten können verschiedene Farben nicht nur nicht unterscheiden, sondern sie verwechseln auch ganz heterogene Farben mit einander. Sie halten z. B. Hellbraun, saturirtes Grün und Dunkelroth für Nüancirungen einer Farbe; ebenso Carmoisin, Purpur, Lila, Ponceau; Orange, Hellbraun, Grün, Gelb, Violett halten sie für Nüancen von Roth, Blau halten sie für Roth, Grün für Braun; während sie Gelb und Schwarz von einander unterscheiden.

5) Chromatodysopsie. Hier hält die Farbenunterscheidung, welche übrigens möglich ist, schwer, bei Beurtheilung feiner Farbennüancen herrscht Unsicherheit.

(Bei Untersuchung des fehlerhaften Farbensinns darf man sich nicht blos die Namen der vorgelegten Farben sagen lassen, sondern muss den betreffenden Personen ein vollständiges Sortiment farbiger Gegenstände, Papiere, Gläser, vorlegen und ihnen aufgeben, sie nach ihrer Weise zu ordnen).

§. II. Von der Wirkung des Lichts und anderer Reize auf die Netzhaut und der dadurch bedingten Lichtempfindung.

In diesem §. handeln wir von der Erzeugung der Lichtempfindungen, von der Distinctionsfähigkeit der Netzhaut und von der Dauer der Lichtempfindung. Der Sehapparat hat nicht etwa den Endzweck, auf unsere Netzhaut ein Bildchen der äusseren Licht aussendenden Gegenstände zu entwerfen, welches von der Seele gleichsam abgelesen würde. Das Netzhautbildchen ist nur accidentell, der wesentliche Endzweck des Sehapparats besteht darin, die von den leuchtenden Punkten der äusseren Objecte divergent ausgehenden Strahlenkegel umzukehren, d. i. convergent zu machen und ihre Wiedervereinigungspunkte in die Netzhaut zu verlegen. Indem die Spitzen der durch das Doppelobjectiv unseres Auges umgekehrten Strahlenkegel sich in das Netzhautgewebe gleichsam einbohren, pflanzen sie in letzteres die Schwingungen des Lichtäthers möglichst energisch fort, so dass die hervorgerufenen Oscillationsbewegungen sich, wahrscheinlich als solche*), durch den Augennerv fortlaufend der Gehirnsubstanz selbst mittheilen und diejenige Sensation hervorrufen, welche *Sehen* genannt wird.**)

Dass die nervösen Endgebilde der beiden höheren Sinnesnerven eine eigenthümliche complicirte aber sehr regelmässige Structur besitzen (was nämlich auch bei der Endausbreitung des Gehörnerven der Fall ist) scheint darauf hinzudeuten, dass die respectiven Reizungen in diesen Gebilden nicht blos ein erweitertes Wirkungsgebiet dargeboten erhalten, sondern auch eine gewisse Verstärkung erfahren (gleich-

*) Die lebendige Kraft der Aethermolecule könnte sich z. B. möglicher Weise in dem Gewebe der Retina auch in Wärme umsetzen. — Da die Masse m eines Aethertheilchens im Vergleich zur Masse M eines Nervenelements sehr klein ist, so wird, obgleich seine Bewegung ungeheuer schnell ist, wenn sich seine lebendige Kraft $m v^2$ dem Nervenelemente mittheilt, so dass die lebendige Kraft des letzteren $MV^2 = m v^2$ ist, die Geschwindigkeit

$$V = v \sqrt{\frac{m}{M}}$$

des letzteren doch langsam genug ausfallen, um von demselben wirklich ausgeführt und weiter geleitet werden zu können.

**) Besässen wir keinen optischen Apparat, wie dies bei einigen niederen Thieren der Fall ist, so wäre keine Differenzirung und Localisirung der Lichteindrücke und somit kein Sehen, sondern blose Lichtperception möglich.

sam wie die einem Telegraphendrahte durch die sprechende Batterie zugetheilte Electricität durch die Hilfsbatterie der empfangenden Station verstärkt wird), bevor sie dem Gehirn zugeleitet werden.

Wir wollen hier die mikroscopische Anatomie der Retina, der zu einem eigenen die Gesichtsempfindung bedingenden Organe ausgebildeten Endausbreitung des Sehnerven, einschalten, indem wir uns hauptsächlich an die Beschreibung von Kölliker und Max Schultze*) halten.

Die Retina besteht zum grössten Theile aus sehr zarten nervösen Elementen und dem dieselben vor grösseren Locomotionen bewahrenden Stützapparate.

Die concentrischen Lagen der verschiedenen als nervös anzusehenden Retinaelemente sind der Reihenfolge von Innen nach Aussen nach folgende:

1) Die Schichte der Nervenfasern (1. Taf. III. Fig. 1.). Die Scheide des Sehnerven verliert sich in der Sclerotica, welche zum Durchgange des Nerven eine sich nach Innen trichterförmig verengernde Oeffnung hat. Auch das innere Neurilem endigt im Niveau der inneren Sclerotica-Oberfläche und lässt sich als eine siebförmig durchlöcherte Lamelle (lamina cribrosa) darstellen. Die Nervenröhren des Opticus allein dringen somit in's Innere des Auges ein. Innerhalb des Kanals der Sclerotica bis zur Papille ist der Opticus noch weiss und mit dünnwandigen Röhren versehen, von da an aber werden seine Elementarfasern ganz hell oder graulich durchscheinend und haben eine durchschnittliche Dicke von 0,0014—0,0018$^{mm.}$, während auch viel dünnere und dickere angetroffen werden. Axenfasern und Hüllen sind in den Retinafasern noch nicht dargestellt worden, doch spricht ihr chemisches Verhalten dafür, dass sie nicht blos aus Nervenmark bestehen. Die Nervenfasern der Retina strahlen von der Papille aus radienartig nach allen Seiten hin aus und bilden eine zusammenhängende hautige Ausbreitung, welche sich bis zur Ora serrata erstreckt und nur in der Gegend des gelben Flecks eine grössere Unterbrechung zeigt. Die Elementarfasern sind zu seitlich leicht comprimirbaren Bündeln von 0,026—0,027$^{mm.}$ Breite zusammengefasst, welche entweder unter sehr spitzen Winkeln mit einander anastomisiren oder auf lange Strecken mit einander parallel verlaufen. Am gelben Fleck fehlt eine zusammen-

*) Max Schultze's Archiv für mikroscopische Anatomie. Bd. II. u. III.

hängende Lage von Opticusfasern gänzlich und die zunächst folgende Schicht grenzt mithin an die membrana limitans interna (1, Fig. 1 u. 2.) unmittelbar an. (Ueber die radialen Nervenfasern s. w. u.)

2) Die Nervenzellenschicht (2, Fig. 1 u. 5). Dieselbe besteht aus grossen mit vielen Ausläufern versehenen, einen Kern enthaltenden Nervenzellen oder *Ganglienkugeln* (Fig. 3), die Ausläufer verfeinern sich immer mehr und senken sich nach Aussen in die folgende Schicht ein, während sie nach Innen mit den Nervenfasern in Verbindung stehen. Diese Schicht ist im gelben Fleck am dicksten, indem sie hier 8—10 Zellen hinter einander enthält.

3) Die moleculäre oder feingranulirte Schicht (3, Fig. 1 u. 5). Diese ist der grauen Hirnsubstanz ähnlich und wird von einem Gewirre feinster Nervenfasern in Verbindung mit dem spongiösen Bindegewebe gebildet.

4) Die innere Körnerschicht (4, Fig. 1 u. 5). Die inneren Körner sind länglich rund und stehen, ein jedes Korn in der Richtung der Dicke der Netzhaut nach Innen und Aussen mit einem feinen Nervenfaden in Verbindung, welcher in der Axenrichtung des Korns verläuft und sich in die folgende, respect. vorhergehende Schicht einsenkt.

5) Die Zwischenkörnerschicht (5, Fig. 1 u. 5). Sie ist ein unentwirrbares Geflecht feinster nervöser Fädchen, welche mit den zarten Fäden der äusseren und inneren Körner zusammenhängen.

6) Die äussere Körnerschicht (6, Fig. 1 u. 5). Die äusseren Körner sind etwas kleiner wie die inneren und auch unter sich verschieden. Die einen, welche etwas grösser als die andern sind, stehen mit den Zapfen (7) und die andern mit den Stäbchen (8) der folgenden Schicht in Verbindung. Man nennt sie deshalb auch *Zapfen- und Stäbchenkörner*.

7) Die Stäbchenschicht (7, 8 Fig. 1 u. 5, b, e Fig. 4). Von allen Netzhautschichten hatte sich diese zumeist der Aufmerksamkeit und des Studiums der Mikroscopiker und Physiologen zu erfreuen, zuerst wegen ihres auffallenden regelmässigen Baus, sodann durch Kölliker's Hypothese ihrer ausschliesslichen Perceptionsfähigkeit und endlich noch, weil sie mit dem Orte zusammentrifft, in welchem die Schatten der entoptisch wahrzunehmenden Netzhautgefässe nach H. Müller's Berechnung empfunden werden*).

*) H. Müller, die entoptische Wahrnehmung der Netzhautgefässe. Würzb. 1865.

Die neueste Schultze-Zenker'sche Theorie der Farbenperception veranlasst uns, bei Beschreibung dieser Schicht mehr in's Detail einzugehen.

Die Stäbchenschicht ist aus unzähligen das Licht stark reflectirenden stäbchen- u. zapfenförmigen Körperchen äusserst regelmässig zusammengesetzt. Die Anfänge der *Stäbchen* und *Zapfen* befinden sich in der inneren Körnerschichte. Aus dieser treten beide Elemente, indem sie die membrana limitans externa (f—f) siebförmig durchbrechen, in die in Rede stehende Schicht ein. Stäbchen sowohl als Zapfen besitzen ein Innen- und ein Aussenglied, welche wesentlich von einander verschieden sind. Die Innenglieder der Stäbchen weichen in ihrer Form sehr von denen der Zapfen ab, während die Aussenglieder beider Elemente einander sehr ähnlich sind.

Wir wollen mit der Beschreibung der Zapfen, deren Innenglieder tiefer als die Stäbchen in der vorhergehenden Schichte ihren Anfang nehmen, beginnen.

Die Zapfen haben die Gestalt einer Flasche, deren Körper die Innenglieder und deren Hals die Aussenglieder darstellen. Die Innenglieder haben bei den ausserhalb des gelben Flecks befindlichen Zapfen einen Durchmesser von 0,0045—0,0065$^{mm.}$, am Rande der Netzhautgrube beträgt derselbe aber nur 0,003, in einem kleinen Bezirke dieser Grube sogar nur 0,002$^{mm.}$ Die Aussenglieder sind lang und schmal, einem Stäbchen ähnlich, weshalb sie auch *Zapfenstäbchen* heissen, verjüngen sich jedoch nach Aussen ein wenig, so dass sie eine etwas conische Form annehmen.

Die im gelben Fleck, in welchem keine Stäbchen vorkommen, dicht gedrängt stehenden Zapfen sind daselbst nicht dicker als die Stäbchen und nehmen einen schiefen Verlauf an, indem sie mit ihren äusseren Enden gegen den durch die Netzhautgrube gehenden verticalen Netzhautmeridian convergiren. (Fig. 5.)

Die Zapfen sind nicht in von der fovea centralis ausgehenden sternförmigen Ebenen, sondern in bogenförmigen Reihen geordnet.

Die in der äusseren Körnerschicht verlaufenden Fasern der Zapfen (g, Fig. 4.) haben eine ansehnliche mitunter 0,002—0,005$^{mm.}$ betragende Dicke und lösen sich an der oberen Grenze der Zwischenkörnerschicht in feinste Fäserchen auf, welche sich in dieser Schicht verlieren.

Die Stäbchen sind Cylinder von 0,063 bis 0,081$^{mm.}$ Länge und 0,0018$^{mm.}$ Dicke, welche aus einer sehr stark lichtbrechenden Substanz bestehen. Sie stehen pallisadenartig neben einander. Ihr Aussenglied ist dem der Zapfen sehr ähnlich, jedoch von cylindrischer Form. In einem Meridionalschnitte der Retina befinden sich weit mehr Stäbchen als Zapfen, im gelben Fleck selbst aber fehlen die Stäbchen ganz. Die Vertheilung der Stäbchen und Zapfen bleibt von einer gewissen den gelben Fleck in geringer Entfernung umkreisenden Linie an bis zur Ora serrata genau dieselbe, so dass immer 3—4 Stäbchen in der kürzesten Entfernung zwischen zwei Zapfen liegen.

Die Aussenglieder der Stäbchen sind von den Innengliedern durch das verschiedene Lichtbrechungsvermögen der an einander gelagerten Substanzen scharf abgegrenzt.

Die in der äusseren Körnerschicht befindlichen Stäbchenfasern sind von kaum messbarer Dicke und haben in der Gegend der Zwischenkörnerschicht, in welcher sie sich verlieren, meistens ein kleines Knötchen.

Die Aussenglieder der Zapfen sowohl als der Stäbchen spalten sich, wenn sie möglichst frisch passend behandelt werden nach kurzer Zeit in eine Reihe planparalleler horizontaler Plättchen, äusserst kleiner Cylinderchen, deren Höhe von 0,0005 bis 0,0008$^{mm.}$ beträgt. Die Aussenglieder der Zapfen sind viel vergänglicher, zarter und deshalb schwieriger zu beobachten, als die der Stäbchen *).

Die *Müller*'schen Fasern. Sie durchsetzen sämmtliche Netzhautschichten in der Richtung ihrer Dicke, aber keineswegs in durchaus geraden Linien, wennschon sie auch *Radialfasern* (d. h. in den vom Mittelpunkt des Auges gezogenen Radien verlaufende Fasern) genannt werden. Sie unterscheiden sich wesentlich in radiale Stützfasern und radiale Nervenfasern. Obgleich noch keine Elementarfaser

*) Was die Thiere betrifft, so haben die, welche im Dunkeln zu leben vorziehen, wie Fledermaus, Igel, Maulwurf, Maus keine Zapfen. Die Vögel haben viel mehr Zapfen wie Stäbchen (mit Ausnahme der Eule, bei der nur zerstreute Zapfen vorkommen). Die Zapfen haben an der Spitze des Innengliedes eine stark lichtbrechende Kugel, welche meist gelb und mitunter auch roth gefärbt ist. Unter den Reptilien besitzen Eidechsen und Schlangen nur Zapfen. Die Amphibien (Frösche, Salamander etc.) haben gewaltig dicke Stäbchen, aber sehr kleine Zapfen, in denen sich eine hellgelb gefärbte Kugel an der Grenze des Innen- und Aussenglieds befindet. Die Knochenfische (mit Ausnahme der Rochen- und Haifische) besitzen Stäbchen und Zapfen wie die Säugethiere.

der Nervenfaserschicht sich im rechten Winkel umbiegend gesehen und durch die ganze Dicke der Netzhaut hindurch verfolgt werden konnte, so ist doch der Ursprung der nervösen Radialfasern von der Nervenfaserschicht und ihr continuirlicher Verlauf bis zur Stäbchenschicht eine physiologische Nothwendigkeit. In den beiden Körnerschichten können sie isolirt gesehen, aber durch das Fasergewirre der molecularen und Zwischenkörnerschicht können sie nicht verfolgt werden.

Der bindegewebige Stützapparat oder die bindegewebige Grundlage (Fig. 2.) der Netzhaut wird nach Innen von der Membrana limitans interna (1, Fig. 2.) begrenzt. Diese besteht aus einem Netzwerke von radialen Stützfasern und hängt mit der membrana hyaloidea meist sehr innig zusammen, so dass sie von Henle *Membrana limitans hyaloidea* genannt wird — Die Membrana limitans externa (7.) ist die Grenzschicht des Retinalbindegewebes nach Aussen und wird im Querschnitte repräsentirt durch die von H. Müller s. g. *Stäbchenkörnerlinie*. Sie wird von allen Stäbchen und Zapfen, welche sich durch sie hindurch nach Innen fortsetzen, durchbrochen. Den Beweis der Nothwendigkeit, sie als eine besondere Schicht zu unterscheiden, liefert die Untersuchung embryonaler Netzhäute. Sie bildet nämlich die innere Auskleidung der primitiven Augenblase. — Beide Grenzmembranen werden von den radialen Stützfasern und einem zwischen diesen ausgebildeten, bald gröberen bald feineren Netzwerke von Bindesubstanz unter einander verbunden. Die radialen, mit Kernen versehenen Stützfasern erheben sich wie Bäume mit ihren Wurzeln aus der Membrana limitans interna (2) und reichen zum Theile bis zur Membrana limitans externa, zum Theil hören sie in dem Geflechte der Zwischenkörnerschicht oder auch wohl schon früher auf. Sie stehen in meridionalen Reihen und bilden so gewissermassen meridional verlaufende Scheidewände, Blätter, zwischen denen die nervösen Bestandtheile der Retina sich einlagern. Diese Blätter stehen so dicht an einander, dass zwischen je zweien im Allgemeinen höchstens ein Zwischenraum von dem Durchmesser einer Ganglienzelle übrig bleibt. — Zur Bindesubstanz der Retina sind auch noch die Blutgefässe zu rechnen, welche sich beim Menschen in alle innern Schichten bis dicht an die Zwischenkörnerschicht erstrecken. Der Uebergang ihrer äusseren Wand in das reticuläre Bindegewebe kann namentlich bei den grösseren bei vorsichtiger Isolirung wahrgenommen werden.

In Bezug auf etwaige optische Vorgänge im Innern der Retina stellen wir nach Max Schultze folgende Resultate mikroscopischer Forschungen zusammen:

1) Die grossen Stäbchen des Froschs bieten auf einem Glimmer- oder Gypsplättchen, welches das Gesichtsfeld zwischen zwei Nicol'schen Prismen färbt, bei richtiger Orientirung das eigenthümliche Schauspiel, dass das Aussenglied eine vom Gesichtsfeld abweichende Färbung annimmt (z. B. gelb oder blau auf roth erster Ordnung), während das Innenglied die Farbe des Gesichtsfeldes beibehält. Die Doppelbrechung ist nicht sehr stark und bei den dünnen Stäbchen der Säugethiere minder auffallend. Präparate der ganz frischen Froschretina im Serum, bei welchen die Stäbchen in situ geblieben und alle aufrecht stehend der Beobachtung zugekehrt sind, genügen zur Constatirung der Thatsache, dass das Licht bei Durchstrahlung der Längsrichtung keine Doppelbrechung erleidet.

2) Die Verbindung von Aussen- und Innenglied der Stäbchen wird vermittelt durch eine dünne Schicht einer besonderen, schwach lichtbrechenden Substanz, welche man *Kittsubstanz* nennen kann. Das Innenglied erscheint gegen das glänzendere und demnach stärker lichtbrechende Aussenglied haarscharf abgesetzt.

3) Die Substanz des Innengliedes ist nicht bei allen Thieren durchaus homogen, in derselben scheidet sich vielmehr häufig eine hintere, dem Aussengliede zugewandte, anscheinend stärker lichtbrechende Abtheilung von halbkugeliger oder abgestutzt kegelförmiger Gestalt *(linsenförmiger Körper)* von der übrigen Masse deutlich ab.

4) Am Aussenglied der Stäbchen nimmt man häufig schon eine Andeutung von Querstreifen wahr. Verdünnung des Serum mit Wasser beschleunigt die Zerklüftung. Längere Maceration in Jodserum*) bringt meist ein vollständiges Aufblättern in Scheiben hervor. Diese Zerklüftung ist eine für die Aussenglieder der Stäbchen ganz charakteristische und für alle darauf untersuchte Wirbelthiere constante Erscheinung (Hannover hat sie zuerst abgebildet). Bei der allmäligen Zerklüftung findet eine bedeutende Verlängerung der Stäbchen, aber keine Verdickung statt. Ausgezeichnet schön treten die Stäbchen der Aussenglieder bei Behandlung mit durch Serum etwas verdünnter Essigsäure hervor (welche man am besten langsam an das Präparat herantreten lässt, um alle Stadien der Veränderung beobachten zu können). Unter geringer oder ohne Verlängerung der Stäbchen grenzen sich die Blätter so scharf von einander ab, dass stellenweise eine Zählung und Messung derselben möglich wird. (Da die Plättchen eines und desselben Aussenglieds für gewöhnlich Variationen in der Dicke nicht unterworfen zu sein scheinen, so zählt man am Besten die Plättchen und misst die Länge des ganzen unveränderten Aussenglieds und berechnet daraus die Dicke

*) M. Schultze benutzt dazu klares Amnioswasser von Wiederkäuer-Embryonen, dem er wiederholt so viel klare Jodtinctur zusetzt, dass die Farbe sich stets ein wenig jodgelb erhält. Blasst die unter Luftabschluss zu haltende Flüssigkeit ab, so wird wieder Jod zugesetzt. Auch kann man gleich nach dem ersten Jodzusatze einige Jodkrystalle in die Flüssigkeit werfen, die sich bei wiederholtem Umschütteln allmälig auflösen.

der einzelnen Stäbchen.) Max Schultze und Zenker erhielten so bei Frosch, Taube, Huhn eine Plättchendicke von 0,0005—0,0007mm.

5) Die Aussenglieder der Zapfen bieten nicht den starken Glanz der Stäbchenglieder dar, ihre Substanz scheint demnach ein geringeres Brechungsvermögen zu besitzen. (In Ueberosmiumsäure, 1/4—1% -lösung *), werden sie nicht schwarz wie die Stäbchen.) Ihre Verwandtschaft mit den Stäbchenaussengliedern gibt sich aber sofort zu erkennen durch ihre Neigung in planparallele Plättchen zu verfallen. (Diese ist so gross, dass es kaum gelingt bei noch so schneller Präparation in frischer Augenflüssigkeit ein Aussenglied ohne die Zerklüftung zu Gesicht zu bekommen.) Die Plättchendicke menschlicher Zapfenstäbchen der fovea centralis betrug 0,0005—0,0008mm.

6) Wie bei den Stäbchen (s. o.), so bemerkt man auch bei den Innengliedern der Zapfen einen linsenförmigen Körper (c, Fig. 4., Zapfen einer frisch in verdünnte Salpetersäure gelegten Retina eines Affen). Bei Amphibien, Reptilien und Vögeln liegt in vielen Zapfen ein kugeliges, einem Fetttropfen ähnliches, farbloses oder gefärbtes Gebilde an der Spitze des Innengliedes.

7) Hinsichtlich der Leitung optischer, an der Grenze der Innen- und Aussenglieder, oder innerhalb der letzteren stattfindenden Reizungen ist zu erwähnen, dass sich die Anzeichen mehren, welche darauf hindeuten, dass in den Innenglieder ein Axenfaden enthalten sei (von dem zuerst Ritter als eines die ganze Axe des Stäbchens durchziehenden Fadens Mittheilung machte, dessen Anwesenheit Krause dagegen auf die Innenglieder beschränkt wissen wollte). Durch die Quellungserscheinungen von Aussen- und Innengliedern ist zuerst M. Schultze bezüglich des Zusammenhangs beider zu der Ansicht gelangt, dass sie eine gemeinschaftliche schwach lichtbrechende Grundsubstanz haben, welche im Aussengliede durch die Einlagerung der zu Plättchen gruppirten stark- und doppelbrechenden Moleculen, im Innengliede durch andere minder auffallende körnige und vielleicht faserige Bildung ausgezeichnet sei, in der Kittsubstanz aber sich rein erhalten zeige. Ist diese Grundsubstanz, wie durchaus wahrscheinlich, Nervensubstanz, nimmt sonach auch das Aussenglied an der nervösen Natur der Zapfen und Stäbchen Theil, so können die complicirtesten Reflexionsphänomene in und zwischen den Plättchen eine Wirkung auf die Nervensubstanz ausüben, welche die erste Veranlassung zur Perception wird. Mit anderen Worten, die Bewegung des Lichts in den complicirt geschichteten Aussengliedern kann den specifischen Sinnesreiz abgeben zur Einleitung der Nervenleitung.

Ueber die optische Wirkung der Stäbchen und Zapfen bemerkt zunächst M. Schultze folgendes:

Die scharfe Abgrenzung, welche namentlich an den leicht zu beobachtenden Stäbchen die Innen- und Aussenglieder scheidet und durch das verschiedene Lichtbrechungsvermögen der an einander gelagerten verschiedenen Substanzen

*) Beim Gebrauche der Ueberosmiumsäure ist Vorsicht nöthig, namentlich bei Abwägungen der trockenen Säure, deren Ausdünstungen Conjunctivitis, Schnupfen und Kehlkopfkatarrh erzeugen.

bedingt ist, macht es unzweifelhaft, dass Lichtstrahlen, welche in schiefer Richtung die Grenzfläche des Aussenglieds gegen das Innenglied treffen, je nach der Grösse des Einfallswinkels und der Differenz im Brechungsindex total oder partial reflectirt werden. Die Constanz und eigenthümliche Regelmässigkeit der Plättchenstructur der Aussenglieder muss einen weiteren Beweis für die Bedeutung abgeben, welche die Aussenglieder als reflectirende Apparate besitzen. Denn ist die Structur der letzteren eine solche, wie oben ausgeführt worden, so muss jedes der durch minimale Mengen einer Zwischensubstanz geschiedenen Plättchen wieder wie ein Spiegel wirken, so dass bei dem Durchgange des Lichts durch das Aussenglied in einer Richtung, bei welcher nicht sofort an der ersten Grenzfläche totale Reflexion stattfindet, doch successiv alles Licht zur Reflexion gelangen kann. Es ist dasselbe Verhältniss, welches bedingt, dass ein Satz Glasplatten ein besserer Spiegel ist als eine einfache Platte*).

Um aber den gerade einfallenden und deshalb nur in geringerem Maasse zur Reflexion gelangenden Strahlen eine schiefe Richtung zu geben, bevor sie das spiegelnde Aussenglied erreichen, dazu erscheint der linsenförmige Körper geeignet, welcher in seiner Wirkung natürlich durch solche farbige oder farblose kugelige Körper, wie sie in den Zapfen der Frösche, Reptilien und Vögel vorkommen, noch bedeutend unterstützt wird.

Je länger die Aussenglieder entwickelt sind, um so mehr spiegelnde Platten werden sie enthalten können, um so vollständiger werden sie das Licht zur Reflexion bringen, resp. in stehende Wellen (s. w. u.) umwandeln. Hiermit stimmt überein, dass sehr lange Stäbchenaussenglieder vor allem bei Nachtthieren, namentlich den Eulen, vorkommen. An der menschlichen Retina aber finden sich die längsten Aussenglieder an den Zapfen der fovea centralis, an welcher Stelle eine sehr eigenthümliche Einrichtung (Verschmälerung der Zwischenkörnerschicht und dadurch Einbuchtung der M. limitans externa) die Verlängernung derselben ermöglicht (s. Fig. 5).

Hierauf stellt W. Zenker (Versuch einer Theorie der Farbenperception**) folgende Sätze auf:

1) Die aus H. Müller's Versuchen mit Purkinji's entoptischer Aderfigur (s. w. u. gegen das Ende dieses §.) abgeleitete Entfernung der percipirenden Schicht der Netzhaut von den vor dieser Haut verlaufenden Adern bezeichnet mit grosser Sicherheit die Stäbchenschicht als den Ort der Reizperception.

2) Durch Helmholtz's Theorie des Mitschwingens der Corti'schen Fasern bei den ihrer Schwingungszahl entsprechenden Tönen wurde mit einem Schlage verständlich, wie die Stösse der Schallwellen so unterscheidbare Wirkungen hervorbringen konnten je nach der Schnelligkeit ihrer Aufeinanderfolge; so wurde der Ton in Nervenreiz, in den Reiz eines bestimmten Nerven umgesetzt.

3) Durch die nachfolgende Theorie der Licht- und Farbenperception bleibt die Hauptschwierigkeit einer Erklärung dieser Vorgänge ungelöst, die Frage

*) Von der Modification, welche dieser Ausspruch dadurch erleidet, dass die Dicke der spiegelnden Plättchen von der Länge einer Lichtwelle nicht viel differiren, ist w. u. die Rede.

**) Max Schultze's Archiv für mikroscop. Anatomie. III. p. 248.

nämlich, wie Lichtwellen überhaupt im Stande sind, auf körperliche Molecule zu wirken. Wir kennen jedoch die Effecte strahlender Wärme, die mit denen des Lichts für identisch gelten müssen, oder wenigstens durch denselben Aether sich verbreiten. Analog ist ferner die chemische Wirkung der Lichtstrahlen auf Jodsilber und andere unorganische Körper. Das Wie dieser Vorgänge zu erörtern dürfte mehr in das Gebiet der Physik als der Physiologie gehören: hier aber wird die Annahme irgend einer Einwirkung des Lichtäthers auf körperliche, in specie nervöse Molecule keine Schwierigkeiten mehr finden.

4) Wenn wir uns auch bequemen, die Erregung des Nerven durch Licht überhaupt für möglich zu halten, wie wollen wir uns die Unterscheidung der unendlich verschiedenen Farben vorstellen? Das Problem wird durch die Hypothese der drei Roth, Grün und Violett (Young-Helmholtz) oder Roth, Gelb und Blau (Brewster) empfindenden Nervenfasern nicht gelöst.

5) Beim Menschen sind alle Theile der Netzhaut für alle Lichtstrahlen passirbar und es entsteht also die Frage: wie können innerhalb der percipirenden Elemente die molecularen Wirkungen der Lichtwellen so verschiedene Effecte, wie die drei Farben sind, hervorbringen? Soll der nervöse Apparat der Netzhaut unterscheiden können, ob in einer Secunde 667 Billionen Wellen ihn passiren oder nur 456 Billionen? Beim Gehörorgane empfindet der Nerv nur, dass die in Mitschwingung versetzte Faser erzittert, auch wie stark sie erzittert, aber nicht wie oft in einer Secunde sie erzittert. So auch vermag das percipirende Element der Netzhaut nicht die Anzahl der Stösse zu schätzen, und ist darauf nicht eingerichtet. Es wird die hindurch eilenden Wellen des Lichts immer nur als Lichtreiz empfinden, nicht aber unterscheiden können, welcher Farbe sie angehören. Es bringt daher auch hier, wie bei dem Gehörorgane, eine grössere Klarheit in den Vorgang der nervösen Erregung, sobald Einrichtungen gefunden werden, dieselbe stetig zu machen, und die Empfindung gewisser Lichtarten (Farben) auf bestimmte nervöse Molecule zu beschränken.

6) Die reflectirende Eigenschaft der Stäbchen und Zapfen, wenn auch die letztere in weit geringerem Grade, wird bei seitlicher Betrachtung unter dem Mikroscope sogleich klar durch das Spiegelbild der hellen Fenster, welches sich bei auffallendem Lichte an ihnen zeigt. Diese reflectirende Eigenschaft ist aber auch in der Richtung der Axe bekannt genug, denn auf ihr beruht beim Menschen das bekannte Leuchten der Augen. (S. 120.)

7) Wir können also die Elemente der Netzhaut als System von Flächen betrachten, an welche die kommenden Lichtwellen nahezu senkrecht anbranden und von denen sie daher auch nahezu senkrecht zurückgeworfen werden. Hierbei müssen stehende Wellen auftreten, diejenige besondere Form von Interferenzen, welche von einander begegnenden Wellensystemen hervorgebracht wird. Da wo die Lichtwellen des kommenden und des zurückkehrenden Strahles sich in gleicher Phase treffen, werden sie sich verstärken. Da wo die Phasen um $^1/_2$ Schwingungsdauer differiren, werden sie einander schwächen und bei gleichen Intensitäten aufheben. An diesen Punkten wird also Ruhe sein und die Lage dieser Ruhepunkte sowie die der Punkte grösster Schwingungsamplitude ist eine

unbewegliche und nur von der obigen Phasendifferenz abhängige. Für senkrecht einfallende Strahlen und unter der Annahme, dass dieselben an der spiegelnden Fläche einen Phasenverlust von einer halben Wellenlänge erleiden, müssen die Nullpunkte eine Distanz von $1/2$, 1, $1\,1/2$, ... Wellenlängen von derselben haben, die Maximumpunkte $1/4$, $3/4$, $5/4$, ... Wellenlänge. Die Wellenlänge ist nur abhängig von der Farbe des Strahles und von dem Refractionsindex der Substanz, in welcher sich der Lichtstrahl bewegt. Den letztern also vorläufig als constant angenommen, sehen wir, wie die Maximumpunkte der rothen Strahlen nicht mit denen der blauen zusammenfallen können, wie daher die Empfindung des rothen Lichts an andere Stellen stattfinden muss, als die des blauen.

8) Bei den Plättchensystemen der Stäbchen und Zapfen wechseln offenbar Schichten von höherem und niederem Refractionsindex mit einander ab, denn sonst wäre es unmöglich, dieselben von Aussen so leicht zu erkennen, da sie durchaus farblos sind. Ob hierbei die Kittsubstanz zwischen den Plättchen als von geringerem Brechungsindex als Ursache anzusehen ist, oder eine Abstufung des Index in der Längsrichtung der Aussenglieder muss dahin gestellt bleiben.

9) Ein Plättchensystem wird den von ihm reflectirten Strahl nur dann verstärken, wenn sich die von jeden einzelnen reflectirten Strahlen in derselben Schwingungsphase befinden. Dies ist, wenn man bei den Reflexionen einen Phasenverlust von $1/2$ Wellenlänge annimmt, der Fall, wenn die Distanz der spiegelnden Fläche $1/2$ oder ein Vielfaches von $1/2$ Wellenlänge beträgt. Betrüge sie $1/4$ oder ein Vielfaches von $1/4$, so müssten sich die reflectirten Strahlen auslöschen.

10) Nur in derselben Ebene schwingende Strahlen werden stehende Wellen bilden können. Angestellte Experimente berechtigen zu der Annahme, dass ein sehr grosser Theil des in's Auge fallenden Lichts in derselben Beschaffenheit, d. h. in derselben Ebene schwingend wieder zurückkehrt. In diesen Fällen ist aber die Bildung stehender Wellen eine Nothwendigkeit. Der einfallende Strahl wird zwar überwiegen, aber man kann sich die einfallende Lichtmenge in zwei Portionen zerlegt denken, die eine gleich dem zurückkehrenden Lichte, die andere gleich dem Ueberschuss. Die erstere Portion wird mit dem zurückkehrenden Lichte vollkommen stehende Wellen bilden, die letztere Portion wird alle Molecule der percipirenden Organe gleichmässig afficiren und einfach als Licht empfunden werden. Allein die stehenden Wellen allein vermögen die Empfindung der Farbe einzuleiten.

11) H. Müller's Versuch mit der Aderfigur weist auf die Aussenglieder als auf den Ort hin, in welchem die Empfindung der stehenden Wellen mit der meisten Wahrscheinlichkeit verlegt werden muss, wenigstens sind sie als die percipirenden Organe für Farben anzusehen, während Licht ohne Farbenunterscheidung möglicher Weise auch von den davor liegenden Theilen empfunden werden kann.

12) In demselben Thiere scheinen die Plättchen von ziemlich constanter Dicke zu sein.

13) Der Brechungsindex der Stäbchencylinder ist in der Axe geringer, als näher an der Mantelfläche. Dies zeigt ein Verfahren, dessen sich die Natur bedient hat, um mehrere Farben in demselben Retinaelemente wahrnehmbar zu machen. Wenn bei constantem Index die Stäbchen, und dasselbe gilt für die Zapfen, nur für eine Farbe oder einen sehr beschränkten Kreis perceptionsfähig erschienen, so sind sie es jetzt für alle diejenigen Farben, bei denen die Wellenlänge zwischen $\frac{pn}{a}$ und $\frac{pn_1}{a}$ liegt, wobei $\frac{p}{a}$ die Distanz der spiegelnden Flächen oder einen aliquoten Theil derselben bezeichnet, während n und n_1 die Grenzwerthe der Berechnungsindices sind. Die Plättchen haben eine Dicke*), welche die Länge von nicht einer, sondern von mehreren stehenden Wellen entspricht. Legt man die oben gegebenen Dickenmessungen mit dem Durchschnittswerthe von 0,00065mm zu Grunde und supponirt dazu als Brechungsindex 1,5, so repräsentirt diese Dicke einen Raum in der Luft = 0,000975mm. In diesem Raume haben ungefähr an stehenden Wellen Platz:

3 des Strahls C (laufende Wellen = 0,000564) an der Grenze von Roth und Orange,
4 „ „ F („ „ „ 0,000484) im Cyanblau,
5 „ „ H („ „ „ 0,000393) an der Grenze des Violett.

Eine kleine Erhöhung des Brechungsindex oder der Plättchendicke genügt, um diese einfachen Quotienten 3, 4, 5 von stehenden Wellen solcher Farben zu erhalten, die den in der Young-Helmholtz'schen Theorie angenommenen drei Grundfarben: Roth, Grün, Violett ziemlich genügend entsprechen. Es liegt nahe, hierin die physiologische Begründung dafür zu suchen, dass diese Farben als Grundfarben angesehen werden können. Werden nicht gerade diejenigen Farben am schärfsten unterschieden werden, die mit so einfachen Verhältnisszahlen sich dem Bau der nervösen Elemente anpassen? Werden nicht alle andern Wellensysteme den Eindruck von Mischfarben machen, indem ihre complicirten Wellensysteme sich bald dem Systeme der einen Grundfarbe bald dem einer andern nähern?

14) Jedenfalls wird man sich eher in eine etwas schwierige Berechnung der Oerter für die stehenden Wellen hineindenken, als in die Unterscheidung zwischen Hunderten von Billionen Impulsen in einer Secunde, die man bisher genöthigt war am Orte der Perception anzunehmen. Das Hauptresultat dieser Theorie besteht darin, dass in ihr die Farbenperception nicht mehr als eine Function der Zeit, sondern als eine Function des Orts betrachtet wird. Und zwar geschieht dies nicht auf Grund willkürlicher Annahmen, sondern auf Grund von Betrachtungen über die Vorgänge, welche beim Eintritte des Lichts in das Auge mit Nothwendigkeit stattfinden muss. —

Wir haben uns erlaubt, diese Sätze, welche im Original nicht in abrupter Form enthalten sind, ausführlich und grösstentheils wörtlich wiederzugeben, damit die Motive und das Wesen einer Theorie gehörig erkannt werden können, welche bei dem heutigen Stande der Wissenschaft kein geringes Ansehen

*) Unter »Dicke« der Plättchen wird hier immer die Höhe der Plättchencylinder verstanden.

geniesst, indem sie eine physiologische Fundamentalfrage auf Grund physikalischer Gesetze der Lösung näher zu bringen sucht. Wir haben darüber folgendes zu bemerken:

Die Cardinalthese der Lichtwellentheorie besagt, dass die Aethertheilchen sich immer nur normal zur Richtung der betreffenden Lichtstrahlen bewegen, und dass mithin durchaus keine Verdichtung oder Verdünnung des Aethers dabei stattfindet. Daraus folgt, dass stehende Lichtwellen nicht so wie stehende Tonwellen durch Interferenz ankommender Strahlen mit reflectirten erzeugt werden können. Es können nicht, wie bei den Tonwellen, zu einer Zeit alle in der Richtung eines Strahls befindlichen Aethertheilchen stille stehen mit momentanem Verlöschen des Strahls und dann sich wieder mit zu- und abnehmender Geschwindigkeit und Strahl-Helligkeit in Bewegung setzen.

Es können auch nur zwei von einer und derselben Lichtquelle ausgehenden Strahlen interferiren, und diese verstärken oder schwächen sich fortwährend dergestalt, dass bei einfachem Lichte in einer und derselben Richtung entweder immer Dunkelheit oder ein gewisser Grad von Lichtintensität statt hat, so lange ihre Interferenz andauert. Bei den Lichtwellen kann ein ankommender und ein reflectirter Strahl deshalb nicht interferiren, weil der Punkt, in welchen die Reflexion stattfindet, als eine zweite Lichtquelle anzusehen ist.

Bei den Plättchensystemen, um welche es sich hier handelt, kann wohl eine Interferenz stattfinden, aber nur bei den von den verschiedenen Oberflächen reflectirten Strahlen (nicht zwischen ankommenden und zurückkehrenden).

Sollen diese sich im Verhältnisse der Anzahl der Plättchen verstärken, so muss die Distanz je zweier Plättchen nicht $\frac{1}{2}\,l$, sondern nur $\frac{1}{4}\,l$, wenn l die Länge der Lichtwelle bedeutet, oder ein Multiplum von $\frac{1}{4}\,l$ sein.

Denn ist der Abstand der beiden Oberflächen eines Plättchens $= e$, so macht der Strahl, welcher von der n^{ten} Oberfläche reflectirt wird, einen um $2e + \frac{1}{2}\,l$*) längeren Weg als der von der $(n-1)$sten Oberfläche reflectirte. Hat man also $e = \frac{1}{4}\,l$, so ist die Wegdifferenz der zwei auf einander folgenden reflectirten Strahlen $= l$.

Wenn die Dicke der Plättchen $= \frac{1}{4}\,l,\ \frac{1}{2}\,l,\ \frac{3}{4}\,l, l,\ \frac{5}{4}\,l, \ldots$ ist, so müssen die reflectirten Strahlen mithin allerdings sich verstärken.

Es ist dabei nicht nöthig, dass die Aetherelemente nur in einer und derselben Ebene schwingen, d. h. dass der betreffende Strahl polarisirt ist.

Hätten die Plättchen nach dem Rande hin einen stärkeren Brechungsindex als in der Mitte, so könnten auch die Strahlen in der Nähe des Randes, wenn sie einer gewissen Farbe angehören, verstärkt werden, während die durch die Mitte der Plättchen gehenden Strahlen derselben Farbe geschwächt würden.

Wir können übrigens trotz aller oben angeführten Gründe nicht einsehen, was mit der Erzeugung stehender Wellen von verschiedener Länge, wenn sie möglich wäre, gewonnen würde. Sollten die concentrischen Ringe von verschie-

*) Durch eine senkrechte Reflexion wird nämlich die Phase des Strahls um $\frac{1}{2}\,l$ vermindert. Dies schliesst man aus dem Versuch zur Erzeugung der Newton'schen Farbenringe, bei welchen der Punkt, in welchem sich die ebene Spiegelfläche und die Oberfläche der Convexlinse berühren, dunkel erscheint.

denen Durchmessern je eines Plättchens, wenn dasselbe als nervöses Element wirklich angesehen werden darf, auch thatsächlich für die Eindrücke besonderer Farben disponirt sein, so müssten diese, um empfunden zu werden, doch noch dem Gehirn zugeleitet und mithin jedem solchen Ringe ein besonderer Nervenfaden vindicirt werden, welcher mit den übrigen zusammen in den dünnen in die Stäbchen und Zapfen ausmündenden Radialfasern enthalten sein müsste.

Es ist aber unserer Ansicht nach gar nicht nöthig, dass der nervöse Apparat der Netzhaut unterscheiden könne, ob ihn in einer Secunde 667 oder nur 456 Billionen Wellen passiren. Für unsere Begriffe ist allerdings die Masse eines Aethertheilchens im Vergleich zu der eines Retinatheilchens unendlich klein, dafür aber auch die Oscillationsgeschwindigkeit eines Aethertheilchens unendlich gross. Daraus folgt, vermöge der in der Note zu S. 143 angeführten Formel nach den Principien des Unendlichgrossen und Unendlichkleinen, dass durch die Einwirkung der Aetherschwingungen auf die Retinaelemente eine endliche Geschwindigkeit der letzteren erzeugt wird, welche möglicher Weise sehr gering sein und sich leicht bis zu den entsprechenden Gehirntheilchen fortpflanzen und die entsprechende Gesichtsempfindung erzeugen kann.

Dass die in einem Momente so unfasslich oft wiederholte Anprallung eines Aethertheilchens gegen ein Retinatheilchen eine Bewegung des letzteren erzeugt, erscheint uns nicht merkwürdiger, als dass die vereinte Wirkung der im Einzelnen eine sehr geringe bewegende Kraft besitzenden Dampfkügelchen, welche sich an dem Kolben eines Dampfmaschinen-Cylinders verdichten, eine ausserordentlich grosse mechanische Kraft hervorbringt. — Unsere psychische Thätigkeit allein bewirkt ja bedeutende materielle Veränderungen und beträchtliche endliche Kraftwirkungen.

Dass aber die in den Netzhautelementen erzeugte endliche Geschwindigkeit auch in 7 und mehr zwischen 1 und 1,5 liegenden Abstufungen verschieden empfunden werden kann, scheint uns relativ nicht allzu schwer zu begreifen.

Wir wollen übrigens die Mitwirkung des Spiegelplattensatzes der Aussenglieder der Stäbchen und Zapfen bei Erzielung der zur Perception erforderlichen Eindrücke keineswegs in Abrede stellen. Wenn, wie es annähernd der Fall zu sein scheint, die Ebene derselben eine normale Stellung gegen die vom mittleren Knotenpunkte des Auges aus gezogenen Radien hat, so wird die durch den brechenden Apparat unseres Auges hervorgebrachte concentrirte Wirkung auf das im hinteren Vereinigungspunkte eines Lichtstrahls befindliche Netzhautelement durch den Spiegelapparat wesentlich verstärkt werden, indem die Hauptstrahlen, deren Schwingungen noch nicht durch das Anprallen an jenem Netzhautelemente vollständig erschöpft sind, demselben nochmals zugeführt werden. Dies wird aber nicht blos den Elementen der Stäbchen und Zapfen, sondern auch den Körnern der Netzhaut, wenn sie percipirend sind und der Vereinigungspunkt der Strahlen in sie zu liegen kommt, zu gute kommen.

Wir haben oben die wesentliche Unterstützung der Lichtwirkung auf den Sehnerven, welche der Retina beizumessen ist, mit einer electrischen Hilfsbatterie verglichen. Der keineswegs geradlinige, sondern in dem Gewirre der Zwischen-

faserschicht und der moleculären Schicht sehr gewundene Verlauf der die stattgehabte Einwirkung weiterleitenden Nervenfäden bietet eine gewisse Analogie mit dem oft vielfach gewundenen electrischen Leitungsdrähten dar, welch' letztere freilich nur dann zur Verstärkung des electrischen Stromes beitragen, wenn dieser intermittirend ist und die Drahtleitung sich in der Wirkungssphäre eines periodisch magnetisch werdenden Eisenkerns befindet.

Die Fähigkeit der Netzhaut, die sie in Reizung versetzenden Gesichtsobjecte im Einzelnen zu unterscheiden, nimmt vom gelben Flecke nach allen Seiten hin ungefähr im Quadrat der seitlichen Entfernung ab, am schnellsten nach oben und unten, am langsamsten nach Aussen.*) Die Wahrnehmung des seitlich vom gelben Fleck die Netzhaut treffenden Lichts heisst *das indirecte Sehen*. Die Fasern der Sehnerven sind, sowie die jedes andern Nerven, für das auf sie einwirkende Licht unempfindlich. Die betreffendeStelle der Netzhaut, durch welche die Sehnervenfasern zur inneren Augenwand gelangen, heisst der *blinde Fleck*.**) Die Thatsache der Unempfindlichkeit des blinden Flecks gegen das sie treffende Licht wurde in der zweiten Hälfte des XVII. Jahrhunderts von Mariotte entdeckt und gab Anfangs Veranlassung zu dem Irrthum, die Function der Lichtempfindung nicht mehr der Retina, sondern der Chorioidea, welche an der Stelle des blinden Flecks defect ist, zuzuschreiben. Sie lässt sich leicht durch folgenden Versuch beweisen.

Fixirt man mit dem rechten Auge, während man das linke geschlossen hält, das Kreuz (Fig. 42) so, dass die Blicklinie senkrecht

Fig. 42.

auf die Papierebene gerichtet und die das Kreuz mit der schwarzen Kreisfläche verbindende Gerade ziemlich parallel mit der Verbindungslinie der beiden Augen ist, so verschwindet in ungefähr 10″ Entfernung der

*) Folgende Zahlenangaben Volkmann's geben hiervon eine genauere Vorstellung. Die kleinste wahrnehmbare Distanz zweier feinen Striche betrug am Endpunkte der Sehaxe 0.0029‴, bei einem Winkelabstande von 2⁰ von der Sehaxe 0,0091‴, von 4⁰, 6⁰, 8⁰ beziehungsweise 0,0153‴, 0,0383‴, 0.3186‴. Hiernach nähme die Empfindlichkeit der Netzhaut schon bei einem Winkelabstande von 8⁰ um mehr als das Hundertfache ab.

**) Der blinde Fleck entspricht der s. g. Papille, einer flach erhabenen, vom hinteren Augenpol nach Innen gelegenen Stelle, durch welche die Centralarterie und Venen der Retina ein- und austreten, und welche aus den durch die Sclera eintretenden Sehnervenfaser gebildet

ist. (S. 4.)

Papierebene vom Auge die schwarze Kreisfläche vollständig. Hält man das Papier näher oder ferner, oder lässt man die erwähnte Verbindungslinie einen beträchtlichen Winkel mit dem Niveau der beiden Augenaxen machen, so erscheint die schwarze Kreisfläche wieder. Der sich hieraus für die entsprechende unempfindliche Stelle der Netzhaut ergebende Ort entspricht genau der Eintrittsstelle des Sehnerven oder der *Papille.**) Der Sehnerv verhält sich also als blosser Leiter und die Lichtempfindung wird immer nur durch die Retina vermittelt. Es scheint, dass die Oscillationen des Aethers die Molecule des Sehnerven nicht unmittelbar in genügende Mitschwingung versetzen können, sondern dass dazu die Mitwirkung der Retina erforderlich ist. Bei stärkeren mechanischen Erschütterungen der Nervenfasern, wie bei Durchschneidung der Nerven findet eine Lichtempfindung statt, beiläufig gesagt aber kein Schmerz.

Jeder Reiz, welcher die Retina trifft, erregt, von welcher Art er auch sei, immer nur Lichtempfindung.

Uebt man z. B. mit einem Finger möglichst nahe am Rande der Augenhöhle einen mässigen Druck auf's Auge aus, so entsteht an der gedrückten Stelle eine Lichtempfindung, welche sich am Rande des Sehfelds auf der dem Drucke entgegengesetzten Seite nach Aussen hin projicirt, und positiv, d. h. hell ist im dunkeln Gesichtsfeld (bei geschlossenen Augen) und negativ, d. h. dunkel im hellen Gesichtsfeld (bei offenen Augen). Diese Lichterscheinung wird *Druckbild* oder *Phosphen* genannt. Dreht man das Auge stark nach einer Seite und drückt auf der entgegengesetzten mit dem Fingernagel, oder einem nicht zu spitzen Bleistifte den Augapfel möglichst weit nach hinten, so kann man die erwähnte Lichtempfindung etwas mehr in die Mitte des Gesichtsfeldes bringen.

Presst man den Augapfel möglichst gleichmässig von vornen nach hinten, so entstehen plötzlich durch einander schiessende Blitze und charakteristische Lichtfiguren, welche in regelmässig gezeichneten Muster von sternförmigen oder rosettenartigen hellen Figuren auf dunkelem Grunde überzugehen pflegen. Man soll auf diese Art auch die grossen Netzhautgefässe, ja sogar in einzelnen seltenen Fällen Capillarströmchen mit einzelnen Blutkügelchen wahrnehmen können.

---

*) Die die Unempfindlichkeit der Papille direct beweisenden Versuche von Donders und Coccius s. Helmholtz phys. Opt. S. 211.

Auch die electrischen Reize bringen im Auge Lichterscheinungen hervor. Man legt den einen Pol an der Stirne oder dem geschlossenen Augenlide, den anderen im Nacken an, oder hält ihn bei starken Strömen in der einen Hand. Rasche Stromschwankungen, Schliessen und Oeffnen einer galvanischen Kette, erzeugen starke Lichtblitze. Bei gleichmässig andauernden Strömen wird folgendes bemerkt. Wenn ein schwacher constanter Strom in aufsteigender Richtung (von der Retina nach dem Gehirne hin) durch den Sehnerven geleitet wird, so erscheint das dunkele Gesichtsfeld (bei geschlossenen Augen) hell und in weisslich violetter Färbung, während die der Eintrittsstelle des Sehnerven entsprechende Stelle im ersten Momente eine dunkle Scheibe darstellt, die Aufhellung nimmt jedoch schnell ab und verschwindet ganz beim Aufhören des Stroms, bei rascher Unterbrechung desselben mit einem Lichtblitze. Wird jedoch ein solcher Strom in absteigender Richtung durch's Auge geleitet, so wird das nur mit dem Eigenlichte der Netzhaut (s. u.) erfüllte Gesichtsfeld sofort dunkler als vorher, während die Eintrittsstelle des Sehnerven als eine helle Scheibe auf dunkelem Grunde erscheint. Auch Farbenerscheinungen treten hier auf bei Einwirkung starker Batterien.

Es ist leicht begreiflich, dass nicht blos äussere, sondern auch innere Reize, physiologische oder pathologische, Lichterscheinungen bewirken. Zu den letzteren gehören die bei verschiedenen Krankheiten der Ader- und Nervenhaut vorkommenden dunkeln und feurigen Erscheinungen von Figuren der verschiedensten Art, welche meist von Druck der überfüllten Blutgefässe auf die Retina herrühren, sodann sympathische Erscheinungen bei Reizung der Darm- und sonstigen Unterleibsnerven in Folge von Würmern, Hämorrhoidalstockungen u. s. w.

Zu den physiologischen Lichterscheinungen sind die bei gesunden Augen nicht selten vorkommende Licht- und Farbenerscheinungen und sodann das «Lichtchaos» oder «Eigenlicht der Retina» zu rechnen. Dieses, welches in der Theorie der Nachbilder eine nicht unwichtige Rolle spielt, nimmt man wahr, wenn man die Augen eine Zeit lang vollkommen geschlossen hält und das Gesichtsfeld aufmerksam beobachtet. Anfangs bemerkt man oft noch Nachbilder der zuletzt gesehenen Gegenstände, nachher sieht man ein schwach und von wechselnden lichten und farbigen Stellen erleuchtetes Feld, in welchem Manche auch Figuren wahrnehmen, die die Gestalt von Blättern, Stielchen oder auch verschiedenartigen Phantasmen haben.

Das Empfundenwerden des von äusseren Objecten ausgesandten Lichts oder ihre Sichtbarkeit hängt hauptsächlich von der Lichtintensität und dem Gesichtswinkel, unter welchem die Objecte dem Auge erscheinen, ab. Wir sehen bekanntlich die Fixsterne der ersten Klassen trotz ihres verschwindend kleinen Gesichtswinkels, vermöge ihrer enormen Lichtintensität sehr gut, während wir in der Dämmerung kleine Gegenstände nicht mehr, grössere dagegen noch deutlich wahrnehmen. Die Sichtbarkeit hängt aber auch von dem Bewegungszustande der Objecte ab. Bewegt sich ein nicht selbst leuchtender Körper allzu rasch, wie z. B. eine abgeschossene Flintenkugel, so bemerken wir ihn gar nicht.

Distinctionsvermögen wird die Fähigkeit genannt, zwei nahe, d. h. einen kleinen Gesichtswinkel bildende, Objecte getrennt zu sehen. Seine Feinheit ist höchst wahrscheinlich durch die gegenseitige Distanz der Retinaelemente bedingt. Da die Distanz der empfindlichsten dieser Elemente, der Zapfen, im gelben Fleck, wo sie gedrängt stehen, ungefähr ihrer Dicke mit $0{,}003^{mm}$ gleich ist, so können unter besonders günstigen Bedingungen, vollkommen normaler Reizbarkeit der Netzhaut und Perlucidität der Augenmedien, sowie entsprechender (nicht allzu starker) Lichtintensität, noch zwei feine Objecte distinct unterschieden werden, deren Gesichtswinkel 42″ beträgt*), wie dies auch mit den in dieser Hinsicht angestellten Versuchen ziemlich gut übereinstimmt.**)

Ausserhalb des gelben Flecks stehen die Zapfen viel weiter auseinander, indem ihr Innenglied beträchtlich dicker ist und 3—4 Stäbchen zwischen je zwei Zapfen stehen (S. S. 147), und damit übereinstimmend ist auch das Distinctionsvermögen in den um den gelben Fleck herum befindlichen Zonen bedeutend geringer.

Wenn man daher zwei Körper von verschiedener Farbe so fein pulvert, dass ihre einzelnen Theilchen in der Weite des deutlichen Sehens einen weniger als 1′ betragenden Gesichtswinkel haben, und sie innig mengt, so wird man sie nicht mehr von einander unterscheiden können und sie werden den Eindruck einer Mischfarbe darbieten.

*) Nimmt man nämlich die Entfernung der Netzhaut eines emmetropischen Auges von seinem hinteren Knotenpunkt = 14,8mm., so erhält man für den Winkel, dessen Tangente = $\frac{0{,}003}{14{,}8}$ ist, den Werth von 0° 0′ 42″.

**) S. Harding, das Mikroscop (übers. 1859) Tab. 3. S. 71.

Die distincte Empfindbarkeit zweier hellen Punkte von ziemlich gleicher Lichtstärke steht in directem Verhältniss der Distanz d beider Punkte, sowie ihrer Lichtintensität i, und im umgekehrten Verhältniss des Quadrats ihrer Entfernung e vom Auge (s. w. u.), so dass, wenn man die Grösse der Empfindbarkeit zweier distincten Punkte als solcher mit W bezeichnet, man für kleine Werthe von d die Gleichung annehmen kann:

$$W = C\frac{id}{e^2}, \quad (1.)$$

wo C eine unbestimmte Constante ist, oder, da $\frac{d}{e}$ sehr nahe der Werth des Gesichtswinkels φ ist:

$$W = C\frac{i\varphi}{e}. \quad (1'.)$$

Hier ist jedoch die Irradiation, nämlich die Eigenschaft des Auges, dass ihm helle Flächen auf dunkelem Grunde breiter erscheinen, als sie sind (s. §. III), wohl zu berücksichtigen. Damit durch sie der trennende Zwischenraum nicht verkleinert oder ganz zum Verschwinden gebracht wird, darf die Helligkeitsdifferenz der zu distinguirenden Linien und des zwischen ihnen befindlichen Grundes oder Hintergrundes nicht zu gross sein.

Der Factor C ist mithin nicht constant, sondern enthält noch eine veränderliche Grösse, welche mit dieser Helligkeitsdifferenz bis zu einem gewissen Grade desselben wächst, dann aber bei weiterer Zunahme jener Differenz wieder abnimmt.*)

Die Grösse der Lichtempfindlichkeit der Netzhaut für kleine Einzel-Objecte, oder ihrer Fähigkeit, von Körpern oder Flächen, deren Gesichtswinkel klein ist, afficirt zu werden, hängt von dem Gesichtswinkel, der Lichtintensität und der Entfernung in derselben Weise ab, wie das Distinctionsvermögen, und kann mithin auch durch die Formel (1') ausgedrückt werden. Der Factor C ist aber hier von der Helligkeitsdifferenz des Objects und seines Unter- oder Hintergrundes nicht in derselben Weise abhängig, wie dort, sondern ist, wenn letzterer unverändert bleibt, constant.

*) Auf dem nachtheiligen Einflusse der Irradiation auf die distincte Wahrnehmbarkeit zweier Objecte beruht es z. B., dass eine enge Schrift eines Transparents bei Tage noch in einer Entfernung gelesen werden kann, in welcher dies bei intensiver Beleuchtung Nachts nicht mehr möglich ist, indem alsdann die leuchtenden Buchstaben in einander überzufliessen scheinen.

Aus diesem Grunde kann der Gesichtswinkel eines Objects, welches ein scharfes Auge noch afficirt, viel kleiner sein als der kleinste Distinctionswinkel zweier Linien oder Punkte.

Es ist dieser Art von Lichtempfindlichkeit natürlich auch durch die Distanz der Netzhautelemente keine Grenze gesetzt.

Wenn es sich nur darum handelt, von einem Einzel-Objecte einen merklichen Lichteindruck zu erhalten, so können bei hinreichender Lichtintensität auch die beim Sehen in zunehmender Nähe immer grösser werdenden Diffusions- (Zerstreuungs-) Bildchen dieses ermöglichen. (Vgl. Harding, a. a. O. S. 55 u. ff.)

Beim Sehen in weite Entfernungen kommt die grössere oder geringere Klarheit der Atmosphäre sehr in Betracht. In der Provinz Quito konnte Humboldt den weissen Mantel eines Reiters in einer Entfernung von 26381 Meter noch mit blossem Auge sehen; der Gesichtswinkel betrug dabei 13″.

Von dem Vermögen W des Sehorgans, zwei Leuchtpunkte oder Linien distinct aufzufassen, ist das Vermögen U, die Verschiedenheit der Lichtstärke zweier Lichtquellen oder den Helligkeitsunterschied zweier beleuchteter Objecte zu empfinden, wohl zu unterscheiden.

Hier ist das 1834 von E. H. Weber entdeckte und später von Fechner verallgemeinerte psychophysische Gesetz massgebend.

Dieses besagt, dass der Unterschied der von zwei Reizen bewirkten Empfindungen zu dem Unterschiede der beiden Reize, dividirt durch das arithm. Mittel derselben, im geraden Verhältnisse steht. Hält Jemand z. B. ein Pfundgewicht in der Hand und muss ein Loth hinzugefügt werden, damit er einen Unterschied merkt, so werden bei zwei Pfund Gewicht zwei Loth hinzugefügt werden müssen, um einen Unterschied bemerkbar zu machen.

Drückt ΔE den Unterschied der Empfindung, i das arithmetische Mittel zweier (successive oder gleichzeitig) einwirkenden Reize und Δi den Unterschied ihrer Intensität aus, so ist die Formel, vermittelst welcher Fechner dieses Gesetz analytisch ausdrückt, folgende:

$$\Delta E = C\frac{\Delta i}{i}, \quad (2.)$$

wobei C einen constanten Factor bedeutet.

In obigem Beispiel wäre hiernach, das Pfund zu 32 Loth gerechnet,

$$\Delta E = C \frac{1}{\frac{1}{2}(32 + 33)} = C \frac{2}{\frac{1}{2}(64 + 66)}.$$

Setzt man den Empfindungsunterschied, welcher eben noch wahrgenommen wird, $= 1$, so hat man $1 = C \frac{1}{32{,}5}$, mithin $C = 32{,}5$, und die Formel (2.) wird mithin für diesen Fall $\Delta E = 32{,}5 \frac{\Delta i}{i}$.

Beträgt z. B. das in der Hand gehaltene Gewicht $42\frac{5}{8}$ Loth und wird ein Loth hinzugefügt, so dass $i = 43\frac{1}{8}$, $\Delta i = 1$ ist, so erhält man $\Delta E = \frac{3}{4}$. Dieser Unterschied der Empfindung wird noch nicht wahrgenommen, weil er kleiner als 1 ist, d. h. unter der angenommenen Grenze der Wahrnehmbarkeit liegt. Vermehrt man dagegen ein in der Hand gehaltenes Gewicht von 5 Loth um 1 Quentchen, so ist $\Delta E = 32{,}5 \times \frac{2}{41} = \frac{65}{41}$ d. i. nahe um 0,6 grösser als an der Grenze der Wahrnehmbarkeit.

Die Formel (2.) kann jedoch nur, was auch die Erfahrung bestätigt, für mittelgrosse Werthe von i gelten.

Wendet man sie auf's Auge an, so besagt sie, dass die Unterscheidbarkeit U der Intensitäten zweier Lichteindrücke wächst mit der Grösse der Differenz der Intensitäten und abnimmt mit dem Mittelwerthe beider Intensitäten.

Zufolge des oben Gesagten hat man nämlich $U = \Delta E$, mithin auch

$$U = C \frac{\Delta i}{i}. \quad (3.)$$

Bei geringen Lichtintensitäten kann man diese Formel noch etwas erweitern, wenn man das Eigenlicht der Netzhaut (s. o.) berücksichtigt, wodurch die Formel (3.) die Form erhält:

$$U = C \frac{\Delta i}{i + i_0}, \quad (4.)$$

wo i_0 das Eigenlicht der Netzhaut bedeutet.

Das Distinctionsvermögen, die Lichtempfindlichkeit und das Unterscheidungsvermögen für verschiedene Helligkeitsnuancen machen zusammen die *Sehschärfe* aus.

Die Vollkommenheit der Sehschärfe beruht ohne Zweifel, die vollständige Durchgängigkeit der Augenmedien für die Lichtstrahlen vorausgesetzt, auf der möglichst vollkommnen Reizbarkeit aller Elemente der Netzhaut. Wechselt z. B. immer ein gelähmtes Netzhautelement mit einem functionsfähigen ab, so ist klar, dass der Distinctionswinkel um's doppelte vergrössert, die Distinctionsfähigkeit mithin um die Hälfte ver-

mindert, und auch die Lichtempfindlichkeit und das Vermögen zur Unterscheidung der Helligkeitsnuancen um gleichviel herabgesetzt sein wird.

Die Sehschärfe sinkt nach Vroesom de Haan vom 25. bis 80. Lebensjahre in ziemlich stetiger Progression bis zur Hälfte herab. Die Ursache davon scheint in Verminderung der Perlucidität der Linse, in Verdickung des Chorioidealgewebes und Veränderung des Chorioidealepithels, sodann auch in Verminderung der Reizbarkeit der Netzhaut zu liegen.*)

Man bestimmt den Grad der Sehschärfe in neuerer Zeit meistens vermittelst der Snellen'schen Schriftproben, einer Sammlung stufenweise an Grösse wachsender Druckschriften und Buchstaben.

Dieses Verfahren beruht auf der Annahme, zu welcher man sich allgemein geeinigt hat, dass ein Auge, welches eine Druckschrift noch unter einem Gesichtswinkel von 5 Minuten gut lesen kann, als sich einer normalen Sehschärfe erfreuend angesehen werden darf, wenngleich scharfe jugendliche Augen auch unter einem Sehwinkel von 3′ noch lesen können.

Die Nummern der Snellen'schen Schriften oder Buchstaben drücken nämlich in pariser Fuss den Abstand aus, in welchem die Buchstaben unter einem Winkel von 5′ gelesen werden. Wird dieser Abstand mit D und mit d derjenige bezeichnet, in welchen die entsprechende Probeschrift gebracht werden muss, um gelesen zu werden, so hat man für die Sehschärfe S die Formel:

$$S = \frac{d}{D}.$$

Liest z. B. ein emmetropisches Auge die Nummer 20 anstatt in 20′, in 10′ Abstand, so ist dessen Sehschärfe $S = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Bei einem ametropischen Auge muss die Ametropie berücksichtigt werden, Wir haben im ersten Abschnitt gezeigt, dass durch eine passende Brille der von einem Objecte in Reizung versetzte Netzhautbezirk auf die normale Grösse gebracht wird. Ein mit einer passenden Brille bewaffnetes Auge kann mithin hinsichtlich der Sehschärfe mit einem emmetropischen verglichen werden.

Das Verfahren zur Bestimmung der Sehschärfe eines ametropischen Auges besteht sonach darin, dass man die Ametropie zuerst vermittelst einer entsprechenden Brille neutralisirt und sodann die Nummer der Schriftproben bestimmt, welche in der durch die Brille erzielten mittleren Sehweite gut gelesen wird.

Bei einer Sehschärfe von $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ etc. kann man sich vorstellen, dass die in demjenigen Netzhautbezirke, für welchen die Bestimmung gilt, gelegenen lichtempfindlichen Elemente zur Hälfte, zu Dreiviertel gelähmt sind, oder dass nur

*) Pathologisch wird die Sehschärfe am häufigsten durch Trübungen der Hornhaut (mehr oder weniger opake Flecken) und der Krystalllinse (grauer Staar in seinen verschiedenen Stadien) vermindert, indem in Folge der Schmälerung des in's Auge eindringenden Lichts die Intensität der Netzhautreizung verringert wird.

die halbe oder die viertels Quantität Licht zu denselben gelangt, und dass deshalb ein doppelt oder viermal so grosser Schwinkel nöthig ist, damit die erforderliche Reizung des Netzhautbezirks erzielt wird.

Die pathologische Verminderung der Sehschärfe kann in den verschiedenen Meridianen verschieden sein, und nicht selten sind einzelne Bezirke der Netzhaut ganz oder grösstentheils functionsunfähig, während die übrigen noch ziemlich intact sind, wobei ein mehr oder weniger grosser Defect im Sehfelde entsteht.

Die Stärke der Lichtempfindung, welche verschiedene Farben erregen, steht nicht in gleichem Verhältnisse zu der von denselben Farben erregten Wärme. Nach Melloni liegt nämlich das Maximum der von den Farben des Spectrums erzeugten Wärme diesseits des äussersten Roth, und nimmt von Roth bis Violett continuirlich ab, wogegen Gelb die stärkste Lichtempfindung erregt. (S. w. u.)

In neuerer Zeit hat Vierordt ein Instrument construirt, welches zur Beobachtung der minimalen Zeiten, während deren verschiedene Farben auf die Netzhaut einwirken müssen, um richtig erkannt zu werden, und auch zu andern ähnlichen Versuchen sehr zweckmässig ist*). Er besteht aus einem Pendel, dessen 1,36m. lange Stange unten einen 3mm. breiten, der Länge der Stange nach verlaufenden Schlitz hat, und der sich hinter einem Schirme bewegt, der gleichfalls eine schlitzförmige Oeffnung hat, die durch bewegliche Platten nach Art der Gravesand'schen Schneiden weiter und enger gemacht werden kann. Die Beleuchtung geschieht durch eine hinter dem Pendel angebrachte Lichtquelle. Der Ausschlag des Pendels wird an einem graduirten Bogen beobachtet. Vor dem Schirme ist eine Röhre von 19 Cent. M. Länge, durch welche der Beobachter nach dem einen Rande des Schlitzes des Schirmes sieht, so angebracht, dass das beobachtete Auge ungefähr 20 Cent. M. von der Schwingungsebene des Pendels entfernt ist. Das von der Lichtquelle ausgehende Licht ist möglichst vom Auge des Beobachters abgehalten und nur wenn die Schlitzöffnung des Pendels mit der des Schirms zusammentrifft, dringt das Licht durch die Röhre in's Auge. Wird mit farbigem Lichte experimentirt, so werden zwischen Lichtquelle und Pendel farbige Gläser angebracht.

Da der Hin- und Hergang eines jeden Pendels bei Excursionen von verschiedener Grösse immer annähernd gleiche Zeit braucht, so muss die Schnelligkeit, mit der das Pendel durch seine Gleichgewichtslage geht, um so grösser sein, je grösser die Excursion ist. Professor Neuman in Leipzig hat die folgende, allgemein interessante Formel berechnet:

Wenn der Bogen A die grösste Elevation (Ausschlag) und a die irgend einem Punkte der Bahn entsprechende Elevation des Pendels über seine Gleichgewichtslage, T die Dauer einer Viertels-Schwingung (von der grössten Elevation bis zur Gleichgewichtslage), t die dem Bogen a entsprechende Zeit bedeutet, und wenn

*) Pflüger's Archiv für Physiologie II. S. 121.

$$\sin \varphi = \frac{\sin \frac{a}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

ist, so hat man die Proportion (Formel):

$$t : T = F\left(\frac{A}{2},\ \varphi\right) : F\left(\frac{A}{2},\ 90^0\right),$$

wo F eine s. g. ellipt. Function der ersten Art bedeutet.

Hiermit wurden für die Zeit t des Vorübergangs der hinteren Spalte (des Pendels) die Werthe erhalten:

Pendelexcursion.	t	Absolute Zeit. *)
3^0	0,0277108 T	$\frac{1}{70}$ Secunde
6^0	0,013845 T	$\frac{1}{138}$ „
9^0	0,0092294 T	$\frac{1}{209}$ „
12^0	0,006919 T	$\frac{1}{266}$ „
15^0	0,0055339 T	$\frac{1}{349}$ „

Mit diesem Apparate machten nun Burckhardt und Faber eine Reihe sehr interessanter Versuche mit von verschiedenfarbigen Gläsern durchgelassenem Lichte, deren Resultate wir hier mittheilen.

Als Lichtquelle benutzten sie die möglichst starke Flamme einer Petroleumlampe, vor welcher sie eine über 1□′ grosse Tafel von Milchglas aufstellten, welche gleichmässig leuchtend wurde und ihr Licht durch die verschiedenen vor ihr angebrachten farbigen Gläser sandte.

Die erhaltenen Resultate sind folgende:

1) Die Empfindung der Farbenstärke bei der Einheit (Maximum) der angewandten Lichtintensität und der grössten Dauer der Lichteinwirkung ($\frac{1}{70}$ Sek.) war eine erhebliche. Mit Abnahme der Lichtstärke und Abnahme der Dauer des Eindrucks nahm die Intensität der Empfindung immer mehr ab; Fälle von falschen Urtheilen stellten sich dann immer häufiger ein, weiterhin kamen Fälle, wo blos noch ein allgemeiner Lichteindruck vorhanden war, der durch verschiedene Gradationen durchging bis zur Empfindung Null.

2) Nach dem Minimum der Beleuchtungsintensität und der Dauer der Lichteinwirkung, welche erforderlich waren, damit eben noch eine Farbenempfindung möglich wurde, ordnen sich die Farben folgendermaassen: bei B: Hellgelb, Gelb, Hellblau, Blau, Grün, Grasgrün, Violett, Roth, bei F: Hellgelb, Gelb, Blau, Grün, Grasgrün, Hellblau, Roth, Violett, wobei aber Hellgelb weit voransteht. Sie ziehen jedoch daraus keineswegs den Schluss, dass die Farbenempfindlichkeit der Netzhaut vom Gelben abwärts in dieser Reihenfolge abnehme, indem ja die Stärke des von den einzelnen Farbengläsern durchgelassenen Lichts unbekannt ist.

*) Der Schwerpunkt des Pendels kann nämlich durch ein an der Stange angebrachtes verschiebbares Gewicht beliebig erhöht und erniedrigt werden. Obige Zeiten beziehen sich natürlich auf eine und dieselbe Entfernung des Schwerpunkts vom Aufhängepunkt.

3) Die Intensitäten des von den farbigen Gläsern durchgelassenen Lichts sind bei einer und derselben Lichtquelle sehr verschieden. Gelb lässt das meiste Licht durch, Roth „ausserordentlich wenig", es bedarf einer 46 Mal stärkeren Beleuchtung als Helbgelb um noch percipirt zu werden.

4) Setzt man die Lichtstärke, welche nöthig ist, damit eine Farbe bei anhaltender Betrachtung (wenn die betrachteten Gläser dauernd beleuchtet sind)*) eben noch erkannt wird, = 1, so ist die bei blos temporärer Einwirkung nöthige Intensität aus folgender Tabelle zu ersehen:

Dauer der Einwirkung in Bruchtheilen einer Secunde	$\frac{1}{70}$,	$\frac{1}{138}$,	$\frac{1}{260}$,	$\frac{1}{266}$,	$\frac{1}{340}$.
Lichtintensität (B)	20	57	97	149	173
„ (F)	52	106	193	370	513

Um einen minimalen Farbeneindruck auszulösen, bedarf z. B. bei B ein $\frac{1}{349}$ Sek. dauernder Farbeneindruck einer 173mal grösseren Lichtstärke als beim anhaltenden Betrachten der Farbe.

5) Eine bestimmte Reizstärke verlangt eine bestimmte Dauer der Einwirkung des objectiven Reizes, wenn die Reizschwelle erreicht und dadurch eine minimale Farbenempfindung ausgelöst werden soll. Die zur Auslösung einer minimalen Farbenempfindung erforderliche Reizstärke nimmt jedoch nicht gleichmässig ab mit der Zunahme der objectiven Reizdauer. Trägt man die Dauerzeiten der Einwirkung als Abscissen und die zugehörigen Lichtstärken als Ordinaten auf, so erhält man eine Curve, deren Convexität gegen die Abscissenaxe gerichtet ist und welche Anfangs langsam, später rascher aufsteigt.

Wörnow**) experimentirte mit auffallendem Tageslichte vermittelst Streifen von einer zu untersuchenden Farbe, welche in der Richtung eines und desselben Radius mit kurzen Zwischenräumen auf einander folgend auf einer schwarzen in Rotation versetzten Scheibe angebracht waren nach Seite 171. Seine Resultate sind in nachfolgender Tabelle enthalten:

Farbe.	Bezeichnung der Farben nach den Frauenhoferschen Linien.	H	Die Grösse der erkennbaren Sectoren.	Absolute Helligkeit.
Weiss	—	1:735	0° 29′	1
Roth	In der Mitte zw. B u. C	1:450	0° 48′	0,61
Orange	Zweimal näher zu C als zu D	1:513	0° 42′	0,69
Gelb	In der Mitte zw. D u. E, etw. näher zu D	1:544	0° 40′	0,72
Grün	Ungefähr E	1:457	0° 47′	0,62
Blau	In der Mitte zw. F u. G	1:398	0° 54′	0,54
Bläuliches Violett	Zweimal näher zu G als zu H	1:272	1° 19′	0,37
Röthliches Violett	Etwa H	1:202	1° 47′	0,27
Purpur	—	1:412	0° 52′	0,56
Schwarz	—	—	—	0

*) Die Verfasser experimentirten nämlich auch vermittelst der Spalte des ruhenden Pendels hinsichtlich der Sichtbarkeitsgrenze der verschiedenen Farben bei entsprechenden Lichtintensitäten.

**) v. Graefe's Archiv XVI. 1. S. 251.

Hiernach ordnen sich die Farben hinsichtlich ihrer Helligkeit wie folgt: Gelb, Orange, Grün, Roth, Purpur, Blau, bläulich Violett, röthlich Violett.

Die von einer genügend starken Reizung herrührende Aenderung der kleinsten materiellen Theilchen der Netzhaut kann nach dem Gesetze der Trägheit nicht sofort nach Sistirung des Reizes wieder aufhören.

Ein heller Punkt, der sich in irgend welcher Bahn bewegt, wird als eine continuirliche Curve von der Gestalt der Bahn gesehen, z. B. der hell gelassene und noch passend erleuchtete Punkt einer geschwärzten Metallsaite, wenn sie in Schwingungen versetzt worden ist.

Erlischt die Bewegung allmälig, so ändert sich successive die Gestalt der Bahn und mithin auch die der Lichtcurve. Diese erscheint dabei desto heller, je langsamer die Bewegung wird. Sind gleichzeitig viele Punkte in Bewegung, so erscheint derjenige am hellsten, welcher sich am langsamsten bewegt.

Ein von einem einzelnen electrischen Funken beleuchteter in Bewegung befindlicher Körper scheint stille zu stehen. Geschieht aber die Beleuchtung durch sehr rasch auf einander folgende Funken eines intermittirenden electrischen Apparats, so erscheint der rasch bewegte Körper mehrfach, weil er an verschiedenen Stellen fast gleichzeitig gesehen wird. Ebenso erscheinen bei intermittirender Beleuchtung mehrfache Bilder eines ruhenden Objects, wenn sich das Auge bewegt, weil sein Bild successive auf andere Netzhautstellen fällt und die Ursache davon in einer Bewegung des Objects gesucht wird.

Ein von intermittirendem Licht beleuchtetes in einer in sich zurücklaufenden Curve sich bewegendes Körperchen, dessen ganze Bewegungsperiode in der Zeit von einem Funken zum andern abläuft, so dass es sich zur Zeit des Lichtblitzes immer wieder an der nämlichen Stelle befindet, scheint stille zu stehen.

Dasselbe gilt von einem Körper, dessen Gestalt sich periodisch verändert, wenn die ganze Periode der Veränderung oder gleicher Phasen derselben während der Zeit zwischen zwei Funken abläuft.*) Auf diese Art kann man z. B. einen Wasserstrahl in stille stehende Tropfen auflösen.

Stimmen die Zeitintervalle nicht ganz überein, so scheinen die Tropfen, wenn die Bewegung des Strahls schneller als die Aufeinander-

*) Bei den Inductionsapparaten kann man bekanntlich die Schnelligkeit, mit welcher die Funken auf einander folgen, beliebig verändern.

folge der Tropfen ist, langsam herabzusinken, wenn sie dagegen langsamer ist, so scheinen die Tropfen nach Oben zu steigen.

Fig. 42a.

Die Dauer der Nachwirkung des Lichtreizes lässt sich annähernd bestimmen

Man bedient sich dazu kreisförmiger, um ihren Mittelpunkt drehbarer Scheiben, deren Flächen man in eine kleine Anzahl abwechselnd weisser und schwarzer Sectoren von gleicher Breite eingetheilt hat. (Fig. 42a.) Ist das ruhig gehaltene Auge auf einen weissen Sector gerichtet, wenn die Scheibe sich zu drehen beginnt, so macht die Mitte des in der Netzhaut haftend gebliebenen Bilds («Nachbilds») einen, allmälig kleiner werdenden, Winkel mit der Mitte des immer weiter in die Blicklinie rückenden Netzhautbildes des nächsten schwarzen Sectors, bis beide auf einander fallen. Dreht sich nun die Scheibe so schnell, dass dies Aufeinanderfallen zu einer Zeit geschieht, wo das Nachbild des weissen Sectors noch lebhaft ist, so werden die Eindrücke beider Bilder, des weissen und des schwarzen, zur Empfindung von Grau verschmolzen, und, indem dieses Verschmelzen in allen um die Netzhautgrube herumliegenden Sectoren der Netzhaut stattfindet, wird die ganze Scheibe in gleichmässiger grauer Färbung gesehen.

Dreht sich aber die Scheibe nicht schnell genug, so wird noch ein Wechsel von weissen und schwarzen Sectoren wahrgenommen werden und dadurch ein *Flimmern* im Auge entstehen. Nach der Formel (1.) muss dieses Flimmern, wenn es in Folge verstärkter Umdrehungsgeschwindigkeit bereits aufgehört hat, durch stärkere Beleuchtung der Sectoren wieder hervorgerufen werden.

Macht man den Versuch bei einer bestimmten Lichtintensität, indem man die Scheibe allmälig in immer schnellere Drehung versetzt, bis alles Flimmern aufhört und ein gleichmässiges Grau erzeugt wird, so braucht man nur die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe zu bestimmen, um die Zeit berechnen zu können, während welcher die Nachempfindung gleichmässig fortdauert. Hat man z. B. acht Sectoren und muss die Scheibe zu dem beabsichtigten Zwecke drei Umdrehungen in der Secunde machen, so ist die gesuchte Dauer gleich $^1/_{24}$ Secunde.

Die auf diese Art gewonnenen Resultate können nicht ganz übereinstimmen, indem die Intensität der Beleuchtung und die individuelle Reizbarkeit der Netzhaut des Beobachters von wesentlichem Einflusse sind.

Deshalb können auch verschiedene Farben der Sectoren keine übereinstimmenden Resultate geben.

Plateau benutzte z. B. bei gewöhnlichem Tageslicht eine Scheibe mit 12 weissen, oder auch farbigen, und 12 schwarzen Sectoren. Die Dauer des Vorübergangs eines Sectors war mithin $^1/_{24}$ der Umlaufszeit der Scheibe. Wenn die Scheibe einen gleichmässigen Eindruck machte,

so betrug:	I.*) Die Dauer des Vorübergangs eines Sectors.	II. Die relative Umdrehungs-Geschwindigkeit der Scheibe.
für Weiss	0,191 Secunden	1,0000
„ Gelb	0,199 „	0,9598
„ Roth	0,232 „	0,8233
„ Blau	0,295 „	0,6475

Die Schnelligkeit, womit die Scheibe gedreht werden muss, bis alles Flimmern aufhört, steht in directem Verhältniss der distincten Empfindbarkeit zweier gleichfarbiger Sectoren, und diese steht nach Gleichung (1) im directen Verhältniss der relativen Intensität i der Farbe.

Die Intensität der Wirkung von Weiss und den in Plateau's Tabelle genannten drei Farben auf die Netzhaut wird mithin durch Columne II. ausgedrückt.**) Die Reihenfolge dieser Farben entspricht keineswegs der des Spectrums, welcher letzteren aber die Wärmeerzeugung der Strahlen proportional ist (s. o.). Hieraus folgt, dass die specifische Wirkung der Farben auf die Netzhaut ganz verschieden von der allgemeinen Wärme erzeugenden Wirkung der den verschiedenen Farben entsprechenden Modificationen des Lichts ist.

---

*) Helmholtz findet (S. 344. d. phys. Opt.) diese Zahlen auffallend gross. Er fand, dass bei stärkstem Lampenlicht, welches eine Scheibe mit gleichbreiten weissen und schwarzen Sectoren beleuchtet, der Vorübergang des Schwarz nur etwa $^1/_{48}$ Sekunde und auch bei sehr schwacher Beleuchtung nur $^1/_{20}$ Secunde dauern darf, wenn alles Flimmern aufhören soll.

Die Reihenfolge der Farben stimmt mit der Tabelle auf S. 167 überein.

**) Es kommt jedoch bei der Einwirkung der Farben auf die Netzhaut auch auf die Beleuchtung an; Blau wird noch beim schwächsten Licht gesehen, Gelb und Roth erst bei stärkerem.

Haben die Sectoren einer rotirenden Scheibe mit dem Spectrum die gleichen Farben in entsprechender Aufeinanderfolge und Breite, so erhält das beschauende Auge bei hinreichend schneller Rotation der Scheibe den Eindruck von Weiss. Durch verschiedene Verbindungen von Farben mit einander und mit Weiss kann man die verschiedensten Farbennuancen und Farbentöne durch rotirende Scheiben hervorbringen.

Auf dem Principe des während eines Zeittheilchens andauernden Fortbestehens der Netzhauteindrücke beruhen verschiedene sinnreiche Apparate, das Thaumatrop, die stroboscopischen Scheiben oder das Phänakistoscop, das Anorthoscop etc., welche theils lehrreiche, theils für den Uneingeweihten überraschende Gesichtseindrücke und Vorstellungen hervorbringen.

Die rotirenden Scheiben lassen sich auch dazu benutzen, die kleinsten Helligkeitsdifferenzen, welche noch empfunden werden können, sowie den Unterschied der Empfindungen, welche verschiedene Lichtstärken in der Retina hervorbringen, zu bestimmen.

Fig. 42b.

Macht man nämlich längs einer oder mehrerer Radien einer kreisförmigen weissen Scheibe eine Anzahl gleich langer und breiter Striche (a, b, c, ... Fig. 43. b.) und lässt die Scheibe so rasch umlaufen, dass man die Striche nicht mehr einzeln erkennen kann und auch kein Flimmern mehr stattfindet, so sieht man auf der weissen Scheibe eine entsprechende Anzahl grauer Kreise, welche um so lichter werden, je näher sie dem Rande der Scheibe liegen.

Ist nun die Scheibe und die Anzahl der Striche a, b, c, ... gross genug, so wird es immer einen äussersten grauen Kreis geben, welcher sich eben noch von dem angrenzenden weissen unterscheidet, während der von dem weiter nach Aussen gelegenen Striche herrührende Kreis nicht mehr unterschieden werden kann.

Ist d die Breite eines Strichs und r seine Entfernung vom Mittelpunkte der Scheibe, so ist $\frac{d}{2r\pi}$ die Quantität Schwarz, welche im Kreise $2r\pi$ enthalten ist, wenn 1 die Quantität Weiss ist, welche ein unmittelbar anliegender ganz weisser Kreis enthält. Die Lichtintensität beider Kreise ist mithin beziehungsweise $= 1 - \frac{d}{2r\pi}$ und 1. Ihr Unterschied ist $= \frac{d}{2r\pi}$ und ihr arithmet. Mittel $= \frac{1}{2}\left(2 - \frac{d}{2r\pi}\right)$..

Haben nun, wie aus verschiedenen Beobachtungen hervorgeht, für den äussersten grauen Kreis, welchen ein gutes Auge noch von dem benachbarten weissen unterscheiden kann, d und r solche Werthe, dass $\frac{d}{2r\pi} = \frac{1}{120}$ ist*), so wird in Formel (2.) (S. 162) $\Delta i = \frac{1}{120}$ und $i = \frac{1}{2}\left(2 - \frac{1}{120}\right)$. Man erhält mithin, wenn man $\frac{1}{120}$ gegen 2 vernachlässigt: $\Delta E = \frac{1}{120} C$. ($\alpha$.)

Wenn sich zwei Kreise von der Helligkeit 1, resp. $1_{\frac{1}{120}}$ eben noch unterscheiden lassen, so kann der Bruch $\frac{1}{120}$ als die geringste Helligkeitsdifferenz zweier Objecte, deren mittlere Helligkeit = 1 ist, angesehen werden, welche noch merklich ist. Setzt man die Empfindbarkeit ΔE dieser Helligkeitsdifferenz = 1, so gibt die Formel (α) C = 120 und die Formel (2) wird mithin:

$$\Delta E = 120 \frac{\Delta i}{i}. \quad (2'.)$$

Beleuchtet man z. B. ein Zimmer, in welchem zwei Kerzen brennen, noch mit einer gleich starken dritten, so ist der Empfindungsunterschied

$$\Delta E = 120 \frac{1}{\frac{1}{2}(2+3)} = 48,$$

d. h. das Auge empfindet die Zunahme der Beleuchtung 48 mal stärker als den kaum noch wahrnehmbaren Lichtzuwachs ($\frac{1}{120}$), für welches $\Delta E = 1$ ist.

Um die durch Annäherung einer Lichtquelle erzeugten Unterschiede der Empfindung zu berechnen, muss man berücksichtigen, dass sich die Lichtintensität verkehrt wie das Quadrat der Entfernung des Leuchtpunkts verhält. Ist die Entfernung eines Leuchtpunkts = 1 und beträgt seine Annäherung $\frac{1}{n}$ derselben, so findet man folgende Werthsysteme:**)

---

*) Helmholtz (phys. Opt. S. 315.) gibt dafür zwar noch kleinere Zahlen ($\frac{1}{130}$, sogar $\frac{1}{160}$), wir zogen es jedoch vor, obigen Minimalwerth eher etwas zu hoch als zu niedrig zu greifen.

**) Es ist nämlich für $i_1 = 1$, $i_2 = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{n}\right)^2} = \frac{n^2}{(n-1)^2}$

$$\Delta i = i_2 - i_1 = \frac{2n-1}{(n-1)^2}, \quad i = \tfrac{1}{2}(i_1 + i_2) = \frac{2n^2 - 2n + 1}{2(n-1)^2}.$$

Hiermit gibt die Gl. (2):

$$\Delta E = \frac{2C(2n-1)}{2n^2 - 2n + 1}.$$

Ordnet man nach Potenzen von n und löst die entstehende Gleichung auf, so ergibt sich, wenn man $\Delta E + 2C = \alpha$ setzt:

$$n = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha\Delta E}}{2\Delta E}.$$

ΔE	1	10	20	30	40	50	60
n	240,5	24,5	12,4	8,4	6,4	5,2	4,4
ΔE	70	80	90	100	150	200	240
n	3,8	3,4	3,1	2,8	1,9	1,4	1

Das Auge empfindet also eben noch einen Unterschied von $\frac{1}{240,5} = 0,0041$ der Entfernung der Lichtquelle. Gälte mithin die Formel (2.) auch für die höchsten und niedrigsten Werthe der Intensitäten, so würde der Unterschied der Empfindung, welchen ein in 10″ Entfernung befindliches Licht bei Annäherung um $\frac{1}{1,4} = 0,714\ldots$, d. i. um 7,14″ empfindet, 200 Mal stärker sein, als bei der eben noch merklichen Annäherung um $\frac{10}{240,5} = 0,04$″.

Man sieht aus obiger Tabelle, dass der relative Eindruck, welchen helle Körper aus verschiedenen Entfernungen auf den Gesichtssinn machen, nahe im einfachen umgekehrten Verhältnisse der Entfernung steht.

Die Schnelligkeit, welche ein nicht selbst leuchtender Körper bei seinem Vorübergange von einem Netzhautelemente nicht überschreiten darf, wenn er in diesen, mithin auch in den übrigen, eine Empfindung zu erregen im Stande sein soll, ist unseres Wissens bis jetzt noch nicht bestimmt worden. Sie muss sich jedenfalls durch Ermittelung derjenigen Schnelligkeit, bei welcher ein möglichst geradlinig sich bewegender Körper von einer gewissen Helligkeit und Grösse eben noch sichtbar ist, bestimmen lassen.

Damit ein bewegter, nicht selbst leuchtender Körper bei guter Beleuchtung wahrgenommen werde, muss die Dauer seines Vorübergangs vor einem Netzhautelemente eine bestimmte Grösse sein*).

Nennt man diese Grösse d und bezeichnet den durch Richtungslinien in das Sehfeld projicirten Sehwinkel eines Netzhautelements mit φ, den Durchmesser des Körpers mit δ und seine Entfernung vom Auge mit e, so ist der Weg, welchen der Körper zurücklegt, bis er den Winkel ganz passirt hat, $= e\varphi + \delta$, und der betreffende Körper muss, um diesen Weg zurückzulegen, mindestens eine Zeit = d brauchen, wenn er sichtbar sein soll. Ist die entsprechende Geschwindigkeit = v, d. h. ist v der Weg, den er höchstens in einer Sekunde zurücklegen darf, so hat man die Proportion

$$e\varphi + \delta : d = v : 1, \text{ woraus folgt } v = \frac{e\varphi + \delta}{d}. \quad (1.)$$

*) Diese Grösse ist eine Function der Beleuchtungsintensität, jedoch keine lineare (vgl. S. 167), indem bei rascherem Vorübergang eine verhältnissmässig grössere Lichtintensität zur Perception erforderlich ist. Ist s die Lichtstärke, d die entsprechende Dauer des Vorübergangs und f(d, s) = 0 die gehörige Relation zwischen s und d, so kann die Funktion f annähernd durch den Ast einer Hyperbel dargestellt werden.

Besitzt der Körper diejenige Dicke, bei welcher er in der gegebenen Entfernung im Ruhezustande eben noch sichtbar ist, so hat man $\delta = e\varphi$ und die Gl. (1.) wird: $v_1 = \frac{2e\varphi}{d}$. (2.)

Ist der Gesichtswinkel des Körpers grösser als 1°, so kann man ψ dagegen vernachlässigen und die Gl. (1.) wird in diesem Falle $v_2 = \frac{\delta}{d}$. (3.)

Nimmt man die erforderliche Dauer der Einwirkung eines Netzhauteindrucks zu $\frac{1}{25}$ Sekunde, mithin $d = 0{,}04$ und den Gesichtswinkel eines Netzhautelements $= 1'$, mithin $\varphi = 0{,}00029$ an, so erhält man für die Geschwindigkeit, womit sich ein in der Entfernung $e = 10^m$ befindlicher Körper von solchem Durchmesser, dass er im Ruhezustande gerade noch wahrgenommen werden kann, höchstens bewegen darf, nach Formel (2.): $v_1 = 0{,}217^m$, d. h. gegen 22 Centimeter in der Sekunde. Für die Geschwindigkeit, womit sich ein Körper, dessen Durchmesser $\delta = 0{,}1^m$ ist, in einer Entfernung $e = 10^m$ höchstens bewegen darf, wenn er noch sichtbar sein soll, erhält man nach Formel (3.): $v_2 = 2{,}5^m$. Der Werth von d ist ausser von der Helligkeit des Körpers von der Reinheit der Luft und der Sehschärfe abhängig.

Alle nach dem Aufhören des Lichtreizes in der Retina haftend gebliebenen Eindrücke kann man *„Nachbilder"* nennen. Man versteht jedoch unter *Nachbild* vorzugsweisse einen solchen Netzhauteindruck, welcher sich im dunkeln Sehfelde, bei geschlossenen oder in einem dunkeln Raume geöffneten und auf ein Papier von der contrastirenden Farbe blickenden Augen noch kürzere oder längere Zeit wahrnehmen lässt.

Dieser Art von Nachbildern, welche für die physiologische Optik von erheblichem Nutzen sind, ist eine sehr vielseitige Untersuchung zu Theil geworden.

Nachbilder, welche von intensiver Lichteinwirkung herrühren, z. B. von einem Blicke in die Sonne, bleiben ziemlich lange haften und *„klingen"* allmählich *„ab"*, indem sie verschiedene, oft sehr lebhafte Farben annehmen.

Man unterscheidet die Nachbilder in *positive* und *negative*. Bei den ersteren erscheinen die hellen Parthieen der Objecte ebenfalls hell, bei den letzteren dagegen erscheinen die hellen Parthieen der Objecte dunkler, die dunkelen heller.

Wir erlauben uns hier die Beschreibung des Verfahrens zur Erzeugung der positiven Nachbilder und ihres Verhaltens mit den Worten des auch in diesem Kapitel viel erfahrenen Autors des Handbuchs der physiologischen Optik wiederzugeben. (S. 359.)

«Während ihrer Erzeugung und Dauer muss man sorgfältig jede Bewegung des Auges und jede heftigere Bewegung des Körpers vermeiden, weil sie bei einer solchen stets für einige Zeit verschwinden. Nachdem man also genügende Zeit mit dicht bedeckten Augen gesessen hat, richte man unter den bedeckenden Händen die Augen nach der Richtung des Objects und bemühe sich, sie ganz unverrückt zu halten, während man die Hände schnell wegzieht, und ebenso schnell wieder überdeckt. Diese Bewegung der Hände muss aber leise und leicht, ohne starke Anstrengung und Erschütterung des Körpers ausgeführt werden. Wenn man dies Verfahren gut eingeübt hat, so gelingt es zuweilen, das positive Nachbild unter den bedeckenden Händen so scharf und hell zu sehen, dass es den Eindruck macht, als wären die Hände durchsichtig, und man sähe die wirklichen Objecte. Man hat Zeit genug, an diesen Nachbildern noch eine Menge einzelner Umstände zu bemerken, auf welche zu achten man während der wirklichen Betrachtung nicht Zeit hatte. Die lichtschwachen Flächen verschwinden am schnellsten, ohne ihre Farbe wesentlich zu verändern, die helleren bleiben längere Zeit stehen, wobei ihre Farbe durch bläuliche Töne in ein violettes Rosa, später Gelbroth übergeht.«

Sodann (S. 360.)

»Wenn das äussere Licht nur sehr kurze Zeit eingewirkt hatte, nicht blendend war, und das Gesichtsfeld ganz frei von allen Spuren äusseren Lichts gehalten wird, verschwindet das positive Bild gewöhnlich, ohne in ein negatives überzugehen. Wenn man aber, während das positive Nachbild noch besteht, oder auch etwas später, das Auge gegen gleichmässig beleuchtete Flächen kehrt, oder auch nur mit gsschlossenen Lidern sich nach einer hellen Umgebung wendet, erscheint ein negatives Nachbild. Je stärker das positive Nachbild ist, desto stärker muss auch das reagirende Licht gemacht werden, um es in ein negatives Bild zu verwandeln. Es gibt immer eine gewisse Stärke des reagirenden Lichts, bei welcher das positive Bild einfach verschwindet, ohne negativ zu werden. Ist das reagirende Licht stärker, so entsteht ein negatives Bild, ist es schwächer, so bleibt das Bild positiv und wird nur undeutlicher. Mit wachsender Stärke des reagirenden Lichts wächst übrigens auch die Deutlichkeit des Nachbildes, bis jene Lichtstärke den Grad überschreitet, der für Erkennung der Differenzen der Lichtstärke um kleine Bruchtheile am günstigsten ist, um dann wieder abzunehmen.« Helmholtz unterscheidet nämlich *primäres* und *reagirendes Licht.*

Primäres nennt er das, welches zuerst auf die Netzhaut eingewirkt und deren Reizempfänglichkeit verändert hat, *reagirendes* dagegen das, welches später auf die veränderte Netzhautstelle einwirkt, weil es gleichsam ein Reagens ist, um die Reizbarkeit der Netzhaut zu prüfen.

Aeusseres Licht von constanter Stärke bringt eine allmälig immer schwächer werdende Reizung der Netzhaut hervor, welche bei schwachem Lichte ganz unmerklich werden kann. Sieht man z. B. Abends auf einen kaum erkennbaren Gegenstand längere Zeit scharf hin, so verschwindet er bald (und taucht dafür bei veränderter Richtung des Blicks im negativen Nachbild wieder auf.)

Das positive Nachbild verschieden gefärbter Objecte gibt dieselben Anfangs genau in ihren natürlichen Farben wieder, diese gehen aber schliesslich in einen rosenrothen Schein und darauf in matte gelblich graue Töne über, womit das Nachbild erlischt oder in ein schwaches negatives übergeht. Die negativen Nachbilder erhält man am kräftigsten durch längere Fixation eines Objects. Legt man z. B. farbige Oblaten auf einen grauen Grund, fixirt einen bestimmten Punkt derselben längere Zeit ruhig und zieht sie dann, etwa mit einer Pincette, schnell weg, so sieht man auf dem grauen Grunde ein scharf gezeichnetes negatives Nachbild von complementärer Färbung, das Nachbild von Roth ist blaugrün, das von Gelb blau, das von Grün rosa, und umgekehrt.

Hat der Grund die Complementärfarbe der Oblate, oder eines Stückchens farbigen Papiers, so erscheint nach Wegnahme des farbigen Objects, die Stelle worauf es gelegen, viel gesättigter wie der übrige Grund. Auf diese Art kann man nachweisen, dass die gesättigsten Farben, die es gibt, die reinen Spectralfarben, in dem unermüdeten Auge nicht den Grad von Sättigung hervorrufen, welcher überhaupt möglich ist, und dass dieser erst erreicht wird, wenn man das Auge gegen die Complementärfarbe unempfindlich gemacht hat.

Die meisten Erscheinungen, welche bei den Nachbildern beobachtet werden, erklären sich durch die Annahme der bei fortdauerndem Reizungszustande verminderten Reizempfänglichkeit der Netzhaut. Zieht man z. B. zur Zeit, wo das positive Nachbild schon schwächer geworden ist, die Hand von dem mit den Lidern verschlossen bleibenden Auge weg, indem man dieses gegen einen hellen Grund wendet, so verwandelt sich das positive Nachbild in das negative, weil die das Retinabild umgebenden nicht ermüdeten Parthieen der Netzhaut von dem Lichtreize normal afficirt werden, während die Bildstelle für die Farben des positiven Bildes

abgestumpft, dagegen um so empfänglicher für die Complementärfarben geworden ist, welch' letztere in dem reagirenden weissen Lichte immer enthalten ist. Verdeckt man aber das Auge rasch wieder, so zeigt sich abermals das positive Nachbild, zum Beweise, dass an der betreffenden Netzhautstelle noch die von dem primären Lichte erregte Reizung fortbesteht. *)

Die schwachen negativen Nachbilder, welche ohne Einwirkung reagirenden Lichts beim Abklingen der positiven entstehen, lassen sich durch das, in derselben Art wie das äussere reagirende Licht einwirkende, Eigenlicht der Netzhaut erklären.

Wir wollen hier das Wichtigste vom Farben-Contraste anreihen.

Der Farben-Contrast ist die von zwei verschiedenen unmittelbar an einander grenzenden oder auf einander folgenden Farben hervorgebrachte Empfindung. Man unterscheidet hiernach den simultanen und den successiven Contrast.

Die Wirkungsart des simultanen Contrastes ist folgende:

Nennt man die eine Farbe A und die angrenzende B, so entsteht durch die Einwirkung von A in der Netzhaut eine Empfänglichkeit für die Complementärfarbe von A in dem Verhältniss als ihre Empfänglichkeit für A selbst bereits abgenommen hat. Nun kann die Farbe B, welche von A immer auffallend verschieden sein muss, stets als zum grösseren oder geringeren Theile die Complementärfarbe von A enthaltend betrachtet werden. Dieser Theil der Farbe B wird durch die von A der Netzhaut ertheilte Disposition verstärkt.

Ebenso wird der in A enthaltene zur Farbe B complementäre Theil durch die Einwirkung von B verstärkt.

Es wird hierbei vorausgesetzt, dass das Auge in der Regel nicht vollkommen ruhig ist, sondern der Blick stets, bewusst oder unbewusst, von einer Farbe zur andern wandert.

Sind mithin A und B Complementärfarben, so verstärken sie sich, sind sie dagegen verwandte Farben, so schwächen sie sich gegenseitig.

Aus dem bereits Gesagten geht hervor, dass die Contrastfarben mit den Complementärfarben (S. 138) übereinstimmen, nur kann man ersteren noch Weiss und Schwarz hinzufügen.

*) Eine den Nachbildern analoge Erscheinung soll bei Santoninvergiftung eintreten. Hierbei fände Anfangs Violettsehen, später Gelbsehen statt, was auf fortdauernde Reizung der Retina mit Lähmung der violettempfindenden Fasern zurückzuführen wäre. (Häfner.)

Die Wirkung des successiven Contrastes ist leicht auf dieselbe Art zu erklären.

Auch lassen beide Arten des Contrastes sich mittelst der negativen Nachbilder erklären.

Da diese nämlich die Complementärfarbe der Objecte haben, so ist es natürlich, dass die Ergänzungsfarbe des ersten Objects sich mit der Wirkung der Farbe des zweiten vereinigt, wenn das Auge vom ersten zum zweiten hinüberschwankt und umgekehrt.

Hierher gehören die s. g. farbigen Schatten. Man kann sie leicht beobachten, wenn man das Tageslicht ausschliessende Fensterläden hat. Beim Schlusse derselben lässt man eine schmale Oeffnung, durch welche Tageslicht fällt, klaffen, und stellt zur Seite des einfallenden Tageslichts eine brennende Kerze auf, sodann legt man in das Bereich des Tages- und Kerzenlichts ein Blatt weisses Papier und stellt darauf einen Schatten werfenden dünnen Körper, etwa ein Bleistift, oder den Finger, in der Weise, dass der Schatten des Kerzenlichts den vom Tageslicht herrührenden Lichtstreifen durchkreuzt. Der Schatten des Kerzenlichts, welcher vom Tageslicht beleuchtet ist, mithin weiss erscheinen sollte, erhält eine schöne blaue Farbe, während der vom Tageslicht nicht getroffene Theil des Blattes vom Kerzenlicht rothgelb beleuchtet wird.

Die Erklärung dieser auffallenden Erscheinung ist folgende: Das in dem dunkelen Zimmer empfindlich gewordene Auge wird durch die rothgelbe Färbung des Papiers für die Complementärfarbe sehr empfänglich. Diese ist in dem vom Kerzenlichte nicht getroffenen Streifen des Tageslichts reichlich vorhanden und wird von allen sieben dasselbe zusammensetzenden Farben allein wahrgenommen.

Wendet man gefärbtes Kerzenlicht an, so erhalten auch die Schatten eine andere Farbe, und zwar stets die complementäre. Die Wirkung des Contrastes hat man bei Zusammenstellung von Farben, mittelst welcher man einen angenehmen Eindruck hervorbringen will, sehr zu berücksichtigen. Die Farben müssen so geordnet werden, dass die benachbarten einander nicht (durch Verwandtschaft) schwächen, sondern vielmehr (durch Contrast) besser hervorheben. —

Die bei den farbigen Schatten sich darbietenden Contrasterscheinungen treten immer ein, wenn der grösste Theil des Gesichtsfeldes von einer vorwiegenden Farbe ausgefüllt ist.

Hält man ein Schnitzelchen grauweissen Papiers mit einer Pincette nahe vor ein Auge, indem man das andere schliesst und schiebt, während man es betrachtet, ziemlich nahe hinter demselben, einen Bogen farbigen Papiers vor, so sieht man alsbald das Schnitzelchen in der Complementärfarbe jenes Papierblatts. (Entfernt man letzteres, so erscheint das Schnitzelchen anfangs in der Farbe des Bogens.)

Der allgemeine Satz, welcher sich aus den Erscheinungen des Contrastes ableiten lässt, ist folgender: Herrscht in einem grossen Theile des Gesichtsfeldes eine bestimmte Farbe vor, so erscheint eine weissliche Abstufung dieser Farbe als weiss und wirkliches Weiss in der Complementärfarbe.

Merkwürdig ist dabei, wie schwach die herrschende Farbe sein kann, um doch intensiv gefärbte complementäre Farben aus Weiss hervorzurufen. Dies lehrt schon das Experiment der farbigen Schatten, aber mehr noch folgender Versuch Meyer's (Poggendorf's Annalen XCV. 170.):

Schneidet man ein Stück farbigen Papiers und ein gleich grosses Stück dünnen weissen Postpapiers aus und bringt zwischen beide wieder genau — das weisse zu oberst — auf einander gelegte Blätter ein Schnitzelchen dunkelgrauen Papiers, so schimmert die Farbe des unteren Blattes nur wenig merklich durch das weisse hindurch, das gleichfalls durchscheinende Papierschnitzelchen aber erscheint deutlich in der Complementärfarbe des unterliegenden Blattes. —

In zwei Fällen kann es vorkommen, dass die Färbung des reagirenden Feldes der des inducirenden gleichnamig ist, nämlich 1) wenn das inducirende Feld eine sehr grosse Lichtstärke hat, und 2) bei lang anhaltender Fixation desselben Punktes. (Helmholtz, physiol. Opt. S. 400, wo auch eine Erklärung gegeben ist.)

Sind im Gesichtsfelde verschiedene Farben vorhanden, so erscheinen dieselben nur im Anfange lebhaft, beim längeren Fixiren verlieren alle Farben an Helligkeit und werden einander mehr ähnlich. Fixirt man ein kleines rothes Feld auf breitem weissem Grunde, so nimmt dieser nach einiger Zeit eine röthliche Färbung an. —

Füllt die im Gesichtsfelde vorhandene Farbe nicht den grössten Theil desselben aus, so werden die Contrasterscheinungen weit unsicherer. *)

*) Eine constante Contrasterscheinung dieser Art ist der ziemlich breite und lebhafte grüne Saum am inneren, violetten Rand des Regenbogens.

Bei dem Versuche von Meyer strahlt die über dem grauen Papierschnitzelchen befindliche Stelle des oberen Blattes nur weisses Licht aus. Wenn man nun auf diese Stelle ein weisses oder weissgraues Papierschnitzelchen legt, so sollte man meinen, dass dies ebenfalls complementär gefärbt erscheinen müsse. Dies ist jedoch nicht der Fall.

Sobald bei diesen und ähnlichen Versuchen das obere Feld als ein selbständiger Körper erscheint, so verschwindet die Wirkung der inducirenden Farbe. Der Grund liegt darin, dass das Auge den Eindruck erhalten muss, als käme die inducirte Farbe, von einer hinter dem das untere Feld verdeckenden Papierstreifchen befindlichen complementären Farbe, z. B. Rosa, wenn der Grund grün ist, her. Liegt aber das weisse oder graue Streifchen oben auf, so dass es als solches erkannt wird, so ist diese Täuschung nicht möglich. —

Man hat noch verschiedene zur Erzielung lehrreicher Contrastwirkungen dienende Versuche, worunter namentlich der von Ragona Scina zu erwähnen ist, angestellt, hinsichtlich deren wir aber auf Helmholtz, physiol. Optik S. 405 u. f. verweisen.

Reizung der verschiedenen Netzhautschichten. Netzhautbild. Wir haben oben (S. 143) gesagt, dass sich die Spitzen der durch das brechende System des Auges umgekehrten Strahlenkegel gleichsam in das Netzhautgewebe einbohren, um die Schwingungen des Aethers mit möglichster Energie auf je einen Punkt der Netzhaut zu übertragen. Liegen aber die Punkte, von denen die Lichtkegel ausgehen, oder die äusseren Kegelspitzen, nicht in einer und derselben, die verlängerte Augenaxe senkrecht durchschneidenden, Ebene, so liegen auch die inneren Kegelspitzen nicht in einer und derselben Schichte der Netzhaut. Denn der Werth der Grösse f_2 in Gleichung (a) (S. 12), welcher, entwickelt, durch die Formel:

$$f_2 = \frac{f_1 F_2}{f_1 - F_2} \quad \text{(b.)}$$

ausgedrückt wird, hängt von dem Werthe von f_1 ab, und zwar in der Art, dass f_2 um so kleiner wird, je grösser f_1 ist. f_1 und f_2 bedeuten aber die vordere und hintere Vereinigungsweite oder die Entfernung der vorderen und hinteren Kegelspitze von der ersten, beziehungsweise zweiten Hauptebene.

Nun hat die Netzhaut einen aus parallelen verschiedenartigen Schichten bestehenden Bau, und es ist a priori wahrscheinlich, dass keine dieser Schichten ausser der blos leitenden Nervenfaserschicht (s. folgd. §.) für Lichtreizung unempfindlich ist.

Wir nehmen hiernach einstweilen an, dass die Reizung dieser verschiedenen Schichten eine differentiirte Sensation hervorbringt, welche eine unmittelbare Beurtheilung der Tiefendifferenz verschiedener äusserer, nicht in nahezu gleicher Entfernung vom Auge befindlicher Punkte ermöglicht.

Obige Formel (b.) zeigt, unter Berücksichtigung der vollkommenen Durchsichtigkeit der Netzhaut, dass das Netzhautbild alle Tiefenunterschiede des von ihm dargestellten Theils des Sehfelds in freilich sehr verkleinertem Massstabe darbieten muss.

Rechnet man die oben angegebenen Dicken der einzelnen eigentlichen Netzhautschichten (Note zu S. 4) zusammen, so erhält man dieselbe = 0,186 mm. Dieser Werth ist jedoch nach Kölliker keineswegs überall gleich, an den Seitentheilen nimmt er ab.

Wäre die Netzhaut in der ganzen Dicke von 0,186 mm für den Lichtreiz empfindlich, so würde, bei dem von Knapp gemessenen Auge des Joh. Sommer, diese Dimension hinreichen, um die hinteren Vereinigungspunkte aller Strahlenkegel, die von irgend welchem zwischen Unendlich und 1,358 Meter Abstand befindlichen Punkten ausgehen, bei unveränderter Accommodation (für Unendlich) aufzunehmen.

Nähme man dagegen an, dass das Accommodationsbereich für die Tiefendimension nur von Unendlich bis 12 Meter reichte (vgl. S. 49), so würde, wie sich leicht berechnen lässt (s. u.), eine Gesammt-Dicke der percipirenden Netzhautschichte von 0,038 mm dazu genügen, d. i. nur 0,008 mm mehr als die Dicke der Zapfen- und Stäbchenschicht beträgt.

Man ersieht hieraus, dass die Dicke der Netzhaut jedenfalls hinreicht, um beträchtliche Unterschiede der Tiefendimensionen **mit Hilfe der entsprechenden dritten*) Dimension des Netzhautbilds** wahrnehmbar zu machen.

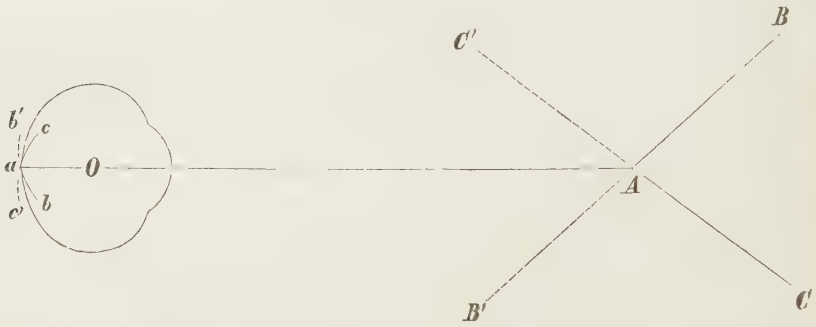
Das Netzhautbild ist auch in Bezug auf die Tiefendimensionen das getreue Abbild des Originals, nur muss man die Tiefendimensionen des Bilds, anstatt von einer die Netzhautgrube tangirenden Ebene, von der Netzhautkugelfläche aus nach Richtungslinien auftragen.

---

*) Die zwei ersten Dimensionen sind nämlich Länge und Breite und gehören der Fläche an, die dritte Dimension ist die Höhe oder Tiefe und gehört dem Raume an.

Nach den durch die Analysis leicht zu entwickelnden Formeln wird nämlich eine ebene Fläche des Sehfelds, welche dem Auge nicht allzu nahe gegenüber steht, durch das Doppelobjectiv des Auges als ein Rotationsellipsoid abgebildet, das nur wenig von der sphärischen Netzhautfläche abweicht. Ist jedoch die Entfernung der Ebene vom Knotenpunkt klein, so ist die Abweichung von der Netzhautkugelfläche von nicht unerheblichem Belange. (S. Coroll. zu diesem §.)

Fig. 43.



Zwei in einer vorspringenden Kante A (Fig. 43.), für welche das Auge accommodirt ist, sich schneidende ebene Seitenflächen A B, A C eines Gebäudes geben als Netzhautbilder zwei in der Netzhautgrube a sich schneidende ellipsoidische Flächen b a b′, c a c′ (alles im horizontalen Durchschnitt gezeichnet), welche ziemlich beträchtlich von der Netzhautkugelfläche abweichen, weil die Distanz vom Auge verhältnissmässig klein angenommen ist. Das Bild b a c von B A C liegt ganz in der Netzhaut, aber in verschiedenen Schichten derselben.

Ein von den Kanten A B′, A C′ gebildeter zurückspringender Winkel, für dessen Spitze accommodirt wird, gibt dagegen ein Bild, dessen ellipsoidische sich ebenfalls in a schneidende Flächen a b′, a c′ hinter die Netzhaut fallen. (Es ist daher natürlich, dass bei Fixation des Punktes A die Länge der Schenkel des Winkels C′ A B′ nicht so unmittelbar empfunden wird, wie die des vorspringenden Winkels B A C.)

Die Bildfläche einer convexen oder concaven Kugelfläche, durch deren Mittelpunkt die Richtung der Blicklinie verläuft ist eine resp. convexe oder concave ellipsoidische Fläche, welche begreiflicher Weise mehr von der Kugelfläche der Netzhaut abweicht, als die Bildfläche einer in gleicher Entfernung befindlichen Ebene. Ist jedoch eine Ebene dem

Auge ungewöhnlich nahe, so ist ihr Netzhautbild wenig von dem einer etwas entfernteren convexen Kugelfläche verschieden und kann mit demselben verwechselt werden. (S. d. Coroll. z. dies. §.)

Es scheint, dass die verschiedenen Körnerschichten der Netzhaut in Bezug auf ihr Perceptionsvermögen der Stäbchenschichte beträchtlich nachstehen und überhaupt nicht fein genug organisirt sind, um, ohne weitere Hilfsmittel oder ohne einen nicht allzu beschränkten Theil des Sehfelds im Zusammenhange vor sich zu haben, eine deutliche Empfindung der Tiefenunterschiede zu vermitteln.*) Hinsichtlich der monocularen Tiefenperception verweisen wir auf den folgenden §.

Nachbilder und Contrasterscheinungen. In der Darstellung dieser Erscheinungen und ihrer Erklärung, in so weit wir eine solche gegeben, haben wir uns hauptsächlich an das Einschlägige in Helmholtz physiol. Optik gehalten. Die Entstehung der Nachbilder schreibt Helmholtz mit Fechner theils einer noch fortbestehenden Reizung, theils einer verminderten Reizempfänglichkeit (Ermüdung) zu. Die bei dem simultanen Contraste in den Fällen, wo die inducirende Farbe nicht durch ihre Ausdehnung und Lichtstärke alle andern überwiegt, vorkommende Unzuverlässigkeit des Urtheils leitet er von einer gewissen Unsicherheit oder Breite des Zweifels über die Art der inducirten Farbe her, weil ein genauer Vergleich mit Weiss nicht ausführbar sei und deshalb unser Wahrnehmungsvermögen veranlasst werde, die betreffende Farbe bald an die eine bald an die andere Grenze des Intervalls zu verlegen, innerhalb dessen die Unsicherheit bestehe.

Die positiven Nachbilder haben in so lange, als sie noch vollkommen lebhaft sind, die natürliche Farbe der Objecte, wird die bedeckende Hand von den Augenlidern weggezogen und wirkt durch letztere hindurch weisses Licht ein, so wird dieses in zwei Componenten, nämlich in die Primär- und Complementärfarbe zerlegt. Die Primärfarbe wird nicht weiter empfunden, um so mehr dagegen die Complementärfarbe, weil für diese die Netzhaut am empfind-

*) W. Krause vindicirt der Stäbchenschicht nur eine katoptrische Wirkung. Er berichtet nämlich (Henle's Jahresber. in d. Zeitschr. f. rat. Med. XXXII.), dass nach Durchschneidung des n. opticus innerhalb der Augenhöhle bei einem Kaninchen die Circulation in der Retina ungestört bleibe und dass nach Tödtung des Thieres nach Verlauf mehrerer Wochen sich alle Theile des Auges und ebenso die meisten Schichten der Retina, nämlich die Aussen- und Innenglieder der Stäbchen und Zapfen, die äusseren Körner, die Radialfasern etc., unverändert zeigten, während die Nervenfasern, die Ganglienzellen und die inneren Körner fettig entartet erschienen, und zieht daraus den Schluss, dass in der Stäbchen- und Zapfenschicht sowie in den äusseren Körnerschichten keine Lichtperception stattfinde.

Hiernach gesteht er der Stäbchenschicht nur eine lichtreflectirende Wirkung zu. Wir entnehmen daraus, dass selbst eine Autorität wie Krause dem ausschliesslichen Perceptionsvermögen der Stäbchenschicht widerspricht. (Hensen sieht in diesem Experimente Krause's überhaupt durchaus nichts Beweisendes. M. Schultze's Archiv f. mikrosc. Anat. IV. p. 349.)

lichsten ist. — Bei dem simultanen Contraste verhält es sich ähnlich. Bei dem S. 179 erwähnten Meyer'schen Versuche z. B. sei A die Farbe des Grunds, so zerlegt sich das an der Stelle des Papierschnitzelchens befindliche Weiss in die beiden Componenten A und B, wenn B die Complementärfarbe ist, und besagte Stelle wird in der Farbe B gesehen.

Woher es rührt, dass bei einer im Sehfelde herrschenden Farbe A das einwirkende weisse Licht gerade in die Componenten A und B, wenn B die Complementärfarbe bedeutet, zerlegt wird, darüber liessen sich verschiedene Hypothesen aufstellen. Die natürlichste wäre wohl die, dass es deshalb geschähe, weil alsdann zu dem bereits bestehenden Schwingungsrhythmus nur noch Ein neuer hinzugefügt werde. Freilich sind im einwirkenden weissen Lichte alle Hauptfarben enthalten und es ist im Allgemeinen nicht einzusehen, warum das Auge nur von den zwei zu einander zu Weiss ergänzenden Farben A und B aus der Zahl derselben afficirt werden sollte. Es müsste hierbei noch vorausgesetzt werden, dass die Elementartheilchen der Netzhaut, wenn sie sich bereits in einer der Farbe A entsprechenden Schwingung befinden, nur noch von der Complementärfarbe B genügend sollicitirt werden könnten.

Corollarium zu §. II.

1) Die Intensität J des Contrasts zweier Farben oder das *Abstechen zweier Farben von einander* ist eine Function der respectiven Wellenlängen l, l_1, oder es ist $J = F(l, l_1)$. Die Function F muss so beschaffen sein, dass sie für $l = l_1$ gleich Null und für $l_1 = \lambda$ gleich 1 wird, wenn λ die Wellenlänge der Complementärfarbe derjenigen Farbe ist, welcher die Wellenlänge l zukommt. Mithin setzen wir:

$$J = \sin \frac{l - l_1}{l - \lambda} 90^0. \quad (8)$$

Nach Helmholtz, physiol. Optik S. 277, hat man:

Farbe.	Wellenlänge l.	Complementärfarbe.	Wellenlänge λ.	$l - \lambda$.
Roth	2425	Grünblau . . .	1818	607
Orange . . .	2244	Blau (a) . . .	1809	435
Goldgelb (a) .	2162	Blau (b) . . .	1793	369
Goldgelb (b) .	2120	Blau c) . . .	1781	339
Gelb (a) . . .	2095	Indigblau (a) .	1716	379
Gelb (b) . . .	2085	Indigblau (b) .	1706	379
Grüngelb. . .	2082	Violett . . .	von 1600 ab	482

Die Einheit der Wellenlängen ist hier ein Milliontheil eines pariser Zolles. (Die eingeklammerten Buchstaben neben den Farben haben wir der kürzeren Bezeichnung willen hinzugefügt.)

Für Roth hat man $1 = 2425$, $1 - \lambda = 607$, mithin für

Roth u. Orange	$l_1 = 2244$,	$J = \sin\ 26^0\ 50'\ 40'' = 0{,}4514$
Roth u. Goldgelb (a) . . .	$l_1 = 2162$,	$J = \sin\ 38^0\ 59'\ 42'' = 0{,}6292$
Roth u. Gelb (b)	$l_1 = 2085$,	$J = \sin\ 50^0\ 24'\ 32'' = 0{,}7704$
Roth u. Blau (b)	$l_1 = 1793$,	$J = \sin\ 93^0\ 42'\ 22'' = 0{,}9979$
Roth u. Violett	$l_1 = 1600$,	$J = \sin\ 122^0\ 28'\ 27'' = 0{,}8441.$

Für Orange hat man $1 = 2244$, $1 - \lambda = 435$, mithin für

Orange u. Goldgelb (b) .	$l_1 = 2120$,	$J = \sin\ 25^0\ 39'\ 19'' = 0{,}4330$
Orange u. Gelb (b) . . .	$l_1 = 2085$,	$J = \sin\ 32^0\ 53'\ 42'' = 0{,}5431$
Orange u. Blau (c) . . .	$l_1 = 1781$,	$J = \sin\ 95^0\ 47'\ 37'' = 0{,}9949$
Orange u. Violett	$l_1 = 1600$,	$J = \sin\ 133^0\ 14'\ 28'' = 0{,}7285.$

Für Goldgelb (a) hat man $1 = 2162$, $1 - \lambda = 369$, mithin für

Goldgelb (a) u. Grüngelb	$l_1 = 2082$,	$J = \sin\ 19^0\ 30'\ 43'' = 0{,}3339$
Goldgelb (a) u. Indigblau	$l_1 = 1716$,	$J = \sin\ 108^0\ 46'\ 58'' = 0{,}9467$
Goldgelb (a) u. Violett .	$l_1 = 1600$,	$J = \sin\ 137^0\ 4'\ 21'' = 0{,}7322.$

Für Gelb (a) hat man $1 = 2095$, $1 - \lambda = 379$, mithin für

Gelb (a) u. Grüngelb. . .	$l_1 = 2082$,	$J = \sin\ 3^0\ 5'\ 13'' = 0{,}0538$
Gelb (a) u. Grünblau. . .	$l_1 = 1818$,	$J = \sin\ 65^0\ 46'\ 39'' = 0{,}9119.$

Für Grüngelb hat man $1 = 2082$, $1 - \lambda = 482$, mithin für

Grüngelb u. Blau (b). . .	$l_1 = 1793$,	$J = \sin\ 53^0\ 57'\ 43'' = 0{,}8086.$

Hierbei ist die Intensität beider Farben $= 1$ angenommen. Wäre sie ungleich, so würde sich die Formel (8)*) wesentlich modificiren.

Den erhaltenen Werthen von J zufolge würden Roth und Orange noch nicht $1/2$, Roth und Gelb ca. $3/4$ Mal so stark contrastiren wie Roth und Grünblau etc.

Wird für je zwei Farben der unter dem Sinuszeichen stehende Winkel grösser als 90^0, in welchem Falle man man sie „übercontrastirende" nennen kann, so nimmt die Intensität des Contrasts, anfangs langsam, dann allmälig schneller, wieder ab.

2) Die Tiefendimension des Netzhautbilds.

Aus der oben angezogenen Gleichung folgt:

$$f_1 = \frac{f_2 F_1}{f_2 - F_2}\ (1.), \quad f_2 = \frac{f_1 F_2}{f_1 - F_1}\ (2.),$$

wo F_1, F_2 die vordere und hintere Hauptbrennweite und f_1. f_2 die conjugirten Vereinigungsweiten bedeuten.

Sind nun f_1', f_2'; f_1'', f_2'' zwei Paare conjugirter Vereinigungsweiten, so erhält man

$$f_2'' - f_2' = \frac{f_1'' F_2}{f_1'' - F_1} - \frac{f_1' F_2}{f_1' - F_1},$$

*) Diese Formel ist nur durch Induction erhalten, scheint aber die thatsächlichen Verhältnisse ziemlich entsprechend auszudrücken.

oder

$$f_2'' - f_2' = \frac{F_1 F_2 (f_1' - f_1'')}{(f_1'' - F_1)(f_1' - F_1)},$$

oder auch, wenn man F_1 sowohl gegen f_1'' wie gegen f_1' vernachlässigen kann:

$$\frac{f_2'' - f_2'}{f_1'' - f_1'} = -\frac{F_1 F_2}{f_1' f_1''}.$$

Hieraus folgt, dass bei gleichbleibendem gegenseitigem Abstande $f_1'' - f_1'$ zweier Objecte des Sehfelds der Tiefenunterschied $f_2'' = f_2'$ ihrer Netzhautbilder im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der mittleren geometrischen Proportionalen $\sqrt{f_1' f_1''}$ steht.

Die monoculare Unterscheidbarkeit der Tiefendifferenzen des Sehfelds nimmt mithin im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der mittleren geometrischen Entfernung ab.

Um nun zu berechnen, wie gross die der Netzhautdicke entsprechende Tiefendimension des Sehfeldes in den beiden extremen Accommodationszuständen ist, wenn die Netzhaut in allen ihren specifischen Schichten für lichtempfindlich angenommen wird, hat man für das Auge des J. S. die von Knapp bestimmten Werthe (s. o. S. 54):

Beim Nahesehen	Beim Fernesehen
$F_1 = 11{,}819$	10,696
$F_2 = 21{,}180$	19,759

wobei der zweite Hauptpunkt beim Nahesehen um 0,0539 nach hinten gerückt ist.

a) Setzt man in Formel (1.) $f_2 = F_2$, so wird $f_1 = \infty$. Nimmt man nun an, der Werth von $F_2 = 21{,}180^{mm}$ entspräche der vordersten Netzhautschichte und berechnet, die Dicke der Netzhaut zu $0{,}186^{mm}$ angenommen, den Werth von f_1, welcher der hintersten Schichte, wofür $f_2 = 21{,}180 + 0{,}186 = 21{,}366$ ist, entspricht, so erhält man $f_1 = 1358^{mm}$.

Hieraus folgt, dass die Netzhaut bei unverändert beibehaltener Accommodation ihrer vordersten Körnerschicht für Unendlich noch von den hinteren Kegelspitzen aller derjenigen Strahlen getroffen wird, deren vordere Kegelspitzen in einer Entfernung zwischen Unendlich und 1.358 Meter vom Auge sich befinden. Das Accommodationsbereich erstreckt sich demnach hier von 1,358 Meter bis Unendlich.

b) Nimmt man an, dass bei der Accommodation für die Nähe f_2 um die Grösse $\Delta = 0{,}0539$, um welche der zweite Hauptpunkt nach hinten gerückt ist, verringert werden, so hat man $f_2 = 21{,}126$, $F_1 = 10{,}696$, $F_2 = 19{,}759$, und die Formel (1.) gibt $f_1 = 165{,}3$. Für die hinterste Schicht der Netzhaut aber, wofür $f_2 = 21{,}126 + 0{,}186 = 21{,}312$, erhält man $f_1 = 146{,}8$.

Bei der Accommodation für die Nähe werden also blos die hinteren Kegelspitzen der von Punkten zwischen $165{,}3^{mm}$ bis $146{,}8^{mm}$ Entfernung ausgehenden

Strahlen die Netzhaut treffen. Die absolute Grösse des Accommodationsbereiches beträgt mithin hier blos 18,5 mm. Wenn wir nun alle Punkte der Netzhaut in ihren verschiedenen Schichten (die Nervenfasernschicht ausgenommen) als reizbar und distinctionsfähig annehmen, so ist klar, dass sie auch eine Empfindung aller derjenigen Objecte erhalten wird, welche sich in den berechneten Accommodationsbereichen befinden und Strahlen in das in den angenommenen Accommodationszuständen befindliche Auge senden.

Um nun auch für die von Helmholtz angenommenen Strecken, für welche das für Unendlich accommodirte Auge noch gleichzeitig accommodirt ist, und die wir (S. 49.) als die die Grösse des Accommodationsbereichs bestimmende Normalstrecke angenommen haben, nämlich für die Strecke zwischen Unendlich und 12 Meter, die erforderliche Dicke der Netzhaut zu berechnen, bestimmen wir vermittelst der Formel (2.) die Werthe von f_2, welche $f_1 = \infty$ und $f_1 = 12000$ entsprechen. Wir erhalten

$$\text{für } f_1 = \infty,\ f_2 = F_2 = 21{,}180$$
$$\text{„ } f_1 = 12000,\ f_2 = 21{,}218.$$

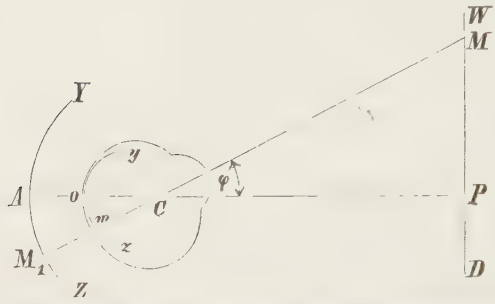
Die Differenz der beiden Werthe von f_2 ist $= 0{,}038$, wie wir oben angegeben haben.

Hinsichtlich der sich leicht aufdrängenden Einwendung, dass bei der Annahme, ausser der Stäbchenschichte seien auch die übrigen Schichten der Netzhaut mit Ausnahme der Nervenfasernschicht für die Lichtperception bestimmt, nicht blosse Lichtpunkte, sondern radiale Lichtstreifen, welche die Deutlichkeit der weiter vor- oder zurückgelegenen Bildpunkte störten, gesehen werden mussten, weil ja die Lichtkegel auch diejenigen Netzhautelemente, welche sich vor und hinter ihrem Vereinigungspunkte befänden, wenngleich weniger stark reizen würden, — erwiedern wir, dass selbst die in sehr geringer Entfernung von einem betreffenden Bildpunkte befindlichen Netzhautelemente die in Rede stehenden Reizungen nicht empfinden werden, weil ihre Intensität im Kubus der Entfernung vom Reizungsmittelpunkte, dem Kreuzungspunkte der Strahlen, abnimmt, und nach einem allgemeinen physiologischen Gesetze stärkere Reize die Wahrnehmung schwächerer verhindern.

Das Netzhautbild verhält sich ganz so, wie das in einem Fernrohre erzeugte Objectivbildchen, welches auch, bei geringer Tiefe, sämmtliche im Gesichtsfelde des Fernrohrs zwischen Unendlich und wenigen Fussen Entfernung liegenden Objectpunkte darstellt (und zwar in so concentrirtem Lichte, dass das Gesammtbild noch eine beträchtliche Vergrösserung mittelst des Oculars verträgt). Die Strahlen, welche vor und nach ihrer Kreuzung im entsprechenden Bildpunkte die vor und hinter diesem gelegenen Punkte des Bildchens durchsetzen, stören die Schärfe dieses Bildes nicht, weil sie gegen die concentrirte Wirkung des Lichts in den Bildpunkten zu schwach sind. A priori ist wenigstens nicht einzusehen, warum die in ihren verschiedenen Schichten als lichtempfindlich angenommene Netzhaut, wenn man sie an die Stelle des Objectivbildchens versetzen könnte und sie ist thatsächlich an die Stelle eines solchen versetzt, nicht auch für jeden Lichtpunkt eine distincte Empfindlichkeit sollte haben können. (Vgl. §. III.)

3) Gleichungen der einer ebenen und sphärischen Objectfläche entsprechenden Netzhaut-Bildfläche.

Fig. 44.



Es sei (Fig. 44.) WD der Durchschnitt einer auf der Papierebene senkrechten Wand, CP = D ihre Entfernung vom mittleren Knotenpunkt C des Auges und CM = R der Radiusvector, welcher mit CP den Winkel φ einschliesst, so hat man

$$R = D \sec. \varphi. \quad (3.)$$

Diese Gleichung ist, wenn man R als Function der veränderlichen φ betrachtet, die in *Polar-Coordinaten* ausgedrückte Gleichung der Ebene WD.

Für den Radiusvector Cm = r, gleich der Entfernung des hinteren Vereinigungspunkts der von M ausgegangenen Strahlen vom Knotenpunk C des Auges, hat man unter Berücksichtigung, dass die Distanz eines Knotenpunkts vom entsprechenden Hauptpunkte $= F_2 - F_1$ ist:

$$r = f_2 - F_2 + F_1, \quad (4.)$$

wo f_2, F_1, F_2 die obige Bedeutung haben, und

$$f_2 = \frac{R F_2}{R - F_1}. \quad (2').$$

ist. Substituirt man hierin für R seinen Werth (3.), so erhält man als Gleichung der Bildfläche:

$$r = \frac{D F_2}{D - F_1 \cos \varphi} - F_2 + F_1. \quad (5.)$$

Die Gleichung $r' = \frac{D F_2}{D - F_1 \cos \varphi}$ (6.)

drückt ein Rotationsellipsoid aus, dessen Krümmungshalbmesser im Scheitel A gleich $\frac{D F_2}{D + F_1}$ ist und dessen grosse und kleine Halb-Axen die respectiven Werthe haben:

$$a = \frac{D^2 F_2}{D^2 - F_1^2}, \; b = \frac{D F_2}{\sqrt{D^2 - F_1^2}} = \sqrt{a F_2}.$$

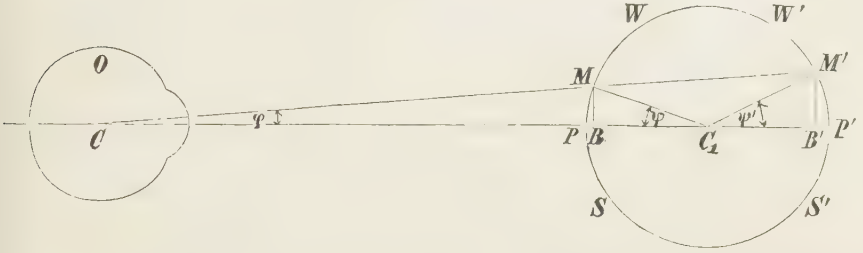
Ein Theil seines Durchschnitts ist durch die Curve YAZ dargestellt.

Kann man F_1 gegen D vernachlässigen, so erhält man $a = b = F_2$ und das Rotationsellipsoid geht in eine Kugelfläche vom Halbmesser F_2 über, d. h. die Bildfläche wird zu einer aus dem Mittelpunkte C mit dem Halbmesser $Ca = F_1$ construirten Kugelfläche.

Das Rotationsellipsoid (6.) kann nun leicht zur Construction der Bildfläche (5.) dienen. Hat man nämlich jenes Ellipsoid YAZ so construirt, dass sein am weitesten vom Scheitel A entfernter Brennpunkt im mittleren Knotenpunkt C des Auges und seine grosse Axe in der Verlängerung von CP liegt, so verkleinert man jeden vom Knotenpunkte C aus gezogenen Radiusvector CM' um die Grösse $M'm = F_2 - F_1$.

Da zufolge Gl. (5.) beide Axen des Ellipsoids nur wenig an Grösse differiren, so folgt, dass die Bildfläche yomz einer ebenen Wand WD nur wenig von der mit dem Halbmesser Ca construirten Kugelfläche abweicht.

Fig. 44a.



Ist (Fig. 44a.) das Auge O nach einer convexen oder concaven sphärischen Wand WS oder W'S' hin gerichtet, so erhält man die Gleichung der Bildfläche leicht auf folgende Art:

Verbindet man den Knotenpunkt C des Auges mit dem Mittelpunkt C_1 der Kugelfläche, deren Halbmesser $= R_1$ ist, und setzt $CC_1 = D$ und die Winkel $MCP = \varphi$, $MC_1P = \psi$, $M'C_1P' = \psi'$, so hat man:

$$CM = CB \sec. \varphi, \quad CM' = CB' \sec. \varphi,$$
$$CB = D - R_1 \cos. \psi, \quad CB' = D + R_1 \cos. \psi'. \quad (6.)$$

Nimmt man approximativ an: $(D - R_1)\,\varphi = R_1\,\psi$, $(D + R_1)\,\varphi = R_1\,\psi'$, so hat man

$$CB = D - R_1 \cos. \frac{D - R_1}{R_1}\,\varphi, \quad CB' = D + R_1 \cos. \frac{D + R_1}{R_1}\,\varphi, \quad (7.)$$

folglich auch, wenn man $CM = CM' = r_1$ setzt vermöge Gl. (6.) und (7.), für die Polar-Gleichung der Objectfläche:

$$r_1 = \left(D \mp R_1 \cos. \frac{D \mp R_1}{R_1}\,\varphi\right) \sec. \varphi, \quad (8.)$$

wo das obere Zeichen für convexe, das untere für concave sphärische Flächen gilt.

Substituirt man diesen Werth (8.) von r_1 anstatt R in die Gl. (2'.) (vor. S.). so erhält man den, irgend einem Werthe des Winkels φ entsprechenden, Werth von f_2, und vermittelst dieses Werthes von f_2, wenn man ihn in die Gl. (4.) setzt, die Gleichung der Bildfläche.

Man kann sie auf ähnliche Art construiren, wie die vorhergehende. Sie weicht etwas mehr wie diese von der Kugelform ab, und zwar bei convexer Objectfläche nach dem Glaskörper zu, bei concaver gegen die Sclera hin.

Ist $D = o$, so dass die Kugelschale ihren Mittelpunkt im Knotenpunkt des Auges hat, so geht die Gl. (8.) über in: $r_1 = R_1$, mithin wird f_2 constant und der Radiusvector der Bildfläche ebenfalls, so dass letztere zur Kugelfläche wird. Das Netzhautbild einer concaven Kugelfläche, welche ihren Mittelpunkt im mittleren Knotenpunkt des Auges hat, ist wieder eine Kugelfläche, die Concavitäten beider Kugelflächen sind einander zugewendet.

Setzt man in Gl. (8.), indem man die oberen Zeichen nimmt, so dass sie eine convexe Kugelfläche bedeutet, $D = d + R$, so dass $d = CP$ ist, so erhält man:

$$r_1 = \left(d + R_1 - R_1 \cos \frac{d\varphi}{R_1}\right) \sec. \varphi.$$

Wäre der eingeklammerte Factor $= D$, d. i.

$$d + R_1 - R_1 \cos. \frac{d\varphi}{R_1} = D, \quad (9.)$$

so fiele die entsprechende Bildfläche mit der Bildfläche (5.) der Ebene (3.) zusammen. Dies wird annähernd stattfinden, wenn $\frac{d\varphi}{R_1}$ immer ein kleiner Winkel ist und man dafür einen Mittelwerth w nimmt, welcher natürlich auch nur sehr klein sein kann und wodurch $d = D - R\,(1 - \cos. w)$ wird.

Hat im Falle einer ebenen Objectfläche der Abstand D derselben vom Auge einen so kleinen Werth, dass man F_1 nicht als verschwindend gegen D ansehen kann, so erhält die Bildfläche ungefähr dieselbe Gestalt, wie diejenige, welche von einer flach convexen sphärischen Objectfläche, welche dem Auge etwas näher ist, erzeugt wird. Befindet sich mithin das Auge einer ebenen Fläche sehr nahe, so wird es geneigt sein, dieselbe für eine convex sphärische von grossem Krümmungshalbmesser zu halten. Ein hierauf bezügliches Experiment enthält der nächste §.

Da übrigens allgemein einer Convexitat des Originals auch eine Convexität des Bilds entspricht, so muss, zumal bei der Vertiefung der Netzhautgrube, das Bild einer convexen Fläche oder das einer vorspringenden Kante nebst ihren Seitenflächen ganz in die Netzhaut fallen, während das Bild einer concaven Fläche, deren Krümmungshalbmesser kleiner als ihr Abstand vom Auge ist, oder das der Seitenflächen einer zurücktretenden Kante zum Theil hinter die Netzhaut fällt, vorausgesetzt, dass in beiden Fällen das Auge für die fixirte Kante accommodirt ist.

Bei dem Eindrucke, welchen diese beiden Bilder auf die Netzhaut machen, kommt jedoch die Beleuchtung sehr in Betracht, denn fällt in eine hohle Fläche oder Hohlkehle Licht, so trägt die Reflexion der Seitenflächen viel zur Beleuchtung der tieferen Theile bei, während diese im Gegentheile bei seitlicher Beleuchtung völlig beschattet werden.

§. III. Von der Gesichtswahrnehmung.

Die durch die Lichtempfindungen hervorgerufene Vorstellung der äusseren, dem Auge sich darbietenden Objecte wird *Gesichtswahrnehmung* oder *Sehen* genannt.

Wir werden in diesem §. das Wichtigste von der Entstehung und Entwicklung der Fähigkeit des Sehens, von den Hilfsmitteln, welche dem einzelnen Auge zu Gebote stehen, sowie von der Genauigkeit, Ungenauigkeit oder Täuschung der betreffenden Urtheile zusammenstellen, jedoch von den speciellen Beziehungen zwischen den Netzhautbildern und den Orten, in welche wir die entsprechenden Objecte versetzen, sowie von dem zweiäugigen Sehen, insoweit es im Gegensatze zum einäugigen steht, abstrahiren.

Die Vorbedingung jeder Gesichtswahrnehmung ist beim Kinde wie beim Erwachsenen ein gewisser Grad von *Aufmerksamkeit*, welche so lange als die empfangenen Netzhauteindrücke (Nachbilder) andauern, den Objecten auch noch nachträglich zugewendet werden kann. So lange als das Kind noch keine Aufmerksamkeit zeigt, macht es auch sicher keine Wahrnehmung und ist überhaupt die Geburt seines Geistes, welcher durch die Sinne, namentlich den Gesichtssinn, so zu sagen erst concipirt wird, noch nicht über das Vorbereitungsstadium hinaus.

Die Befähigung, der Aussenwelt wirklich entsprechende Gesichtswahrnehmungen zu machen, scheint nur in Hinsicht der Richtung, in welcher die Objecte liegen, angeboren zu sein. Alle Erfahrungen, welche über diesen Punkt gemacht werden, führen zu dem Schlusse, dass die Deutung der in der Netzhaut statthabenden Reizungen in Hinsicht auf die Lage des Objects, von welchem der Reiz herrührt, nach Richtungslinien geschieht. Die Definition der Richtungslinien, zu denen auch als die wichtigste die Blicklinie eines Auges gehört, haben wir bereits in der Note zu Seite 6 gegeben. Wir wissen, dass ein von irgend einem Punkte Z (Fig. 1. Taf. I.) des Sehfelds ausgehender Lichtstrahl einen Punkt ζ der Retina reizt, welcher in der Geraden $k_2\zeta$ liegt, die durch den zweiten Knotenpunkt k_2 parallel mit dem durch den ersten Knotenpunkt k_1 gehenden Strahle Zk_1 nach der Retina hin gezogen ist.

Die Richtungslinie, nach welcher wir nun den Punkt Z als Reizursache in den ausser uns befindlichen Raum verlegen, ist strenge genommen die Verlängerung der Linie ζk_2. Da jedoch in dem optischen Systeme des unbewaffneten Auges die Knotenpunkte sehr nahe beisammen liegen, so können wir, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, eine von ζ mitten zwischen den beiden Knotenpunkten k_1, k_2 hindurch geführte Gerade als Richtungslinie und überhaupt den mittleren Knotenpunkt als Kreuzungspunkt der Richtungslinien annehmen. Beim bewaffneten Auge liegen die beiden Knotenpunkte eines Auges oft weit auseinander (Vgl. S. 116). In diesem Falle geht die Richtungslinie (weil der Gesichtswinkel derselbe wie beim unbewaffneten Auge bleibt) durch den zweiten Knotenpunkt des combinirten Systems, also ist z. B. die Richtungslinie des Objectpunkts S (Fig. 38a S. 116) die Verlängerung der Geraden $t_2' k_2$ in das Gesichtsfeld hinaus.

Dass die Richtung, in welcher uns die Objecte zu liegen scheinen, identisch ist mit dem Gange der von den einzelnen Objectpunkten herkommenden Hauptstrahlen, welche deshalb auch *Richtungsstrahlen* heissen, scheint uns auf folgendem Sachverhalte zu beruhen.

Der von einem Objectpunkte nach dem mittleren Knotenpunkt des Auges gehende, mithin in der Richtungslinie verlaufende Strahl, der Hauptstrahl, kann als ungebrochen nach der Netzhaut fortgehend angesehen werden. Alle von ebendemselben Objectpunkte ausgehenden mit dem Hauptstrahl nahezu parallelen Strahlen sammeln sich in dem hinteren Vereinigungspunkte. Diejenigen von dem angenommenen Objectpunkte ausgehenden Strahlen aber, welche mehr divergent in die Pupille gelangen, sammeln sich vermöge der sphärischen Aberration in einem etwas vor jenem gelegenen Punkte. Die noch mehr divergent eindringenden Strahlen des nämlichen Objectpunkts sammeln sich in einem noch etwas vor letzterem gelegenen Punkte u. s. w. So entsteht eine ganze Reihe von hinten nach vornen zu immer lichtschwächer werdender sich einander unendlich nahe befindlicher Sammelpunkte, welche sämmtlich in der Richtungslinie liegen. (Vgl. Fig. 25. S. 69.) Da nun das Auge bei Fixation eines Punkts immer so accommodirt ist, dass das Bild auf die Stäbchenschichte fällt, so wird von einem jeden in gleicher Entfernung wie der Fixationspunkt liegenden indirect gesehenen Objectpunkte immer eine continuirliche Reihe von Lichtpunkten auf der Retina entwerfen, welche je einen Theil einer geraden Linie bilden, die mit der Richtungslinie identisch ist. Es ist nun leicht

zu begreifen, dass wir hierdurch auch genügend inducirt werden, die Objectpunkte als in ihrer wirklichen Richtung liegend anzusehen*).

Während mithin die Befähigung zur Erkenntniss der Richtung, in welcher die äusseren Objecte sich befinden, angeboren ist**), so müssen alle übrigen Gesichtswahrnehmungen, bevor sie uns über die Aussendinge richtige Belehrung ertheilen, erst durch lange fortgesetzte Beobachtungen und Reflexionen zu richtigen Vorstellungen cultivirt werden***)

Die Art, wie das Sehen sich allmählig beim Kinde entwickelt, lässt sich natürlich nicht vollständig constatiren und die bezüglichen Beobachtungen an Blindgeborenen und durch Operation sehend Gewordenen sind hier nicht maassgebend, weil sich bei diesen schon eine Reihe grossentheils falscher Vorstellungen gebildet hat, welche den Gang der Entwickelung wesentlich anders wie beim Kinde gestalten. Im Folgenden wollen wir diese Entwicklung so darzustellen versuchen, wie sie sich den vorhandenen Bedingungen zufolge wahrscheinlich gestaltet.

Sowie wir in der Kindheit die Namen und später auch die Prädicate der ausser uns existirenden Dinge vermittelst des Gehörsinns lernen, so lernen wir die Dinge selbst in ihren oberflächlichen Eigenschaften und ihrem äusseren Verhalten hauptsächlich durch den Tastsinn und den Gesichtssinn kennen.

Die erste Kenntniss von den ausser ihm existirenden Dingen, den *Aussendingen,* im Gegensatze zu seinem eigenen Leibe, oder die Unterscheidung seines Ich von den Aussendingen, gewinnt das Kind dadurch, dass es, wenn es einen Theil seines Körpers berührt, zwei Empfindungen

---

*) Bei dem Scheiner'schen Versuche ist dies nicht der Fall. Hier reicht die Gewohnheit, nach Richtungslinien zu sehen, allein für die Art der Deutung aus.

**) Die Vorstellung, dass ein Object in einer bestimmtem Richtung liegt, bedarf zu ihrer Entwicklung beim Kinde allerdings noch der Mitwirkung des Tastsinns.

***) Den Richtungslinien wurden von Helmholtz die von ihm mit dem Namen „*Visirlinien*“ belegten Geraden substituirt (s. physiol. Opt. S. 531). weil die durch den mittleren Knotenpunkt K (Fig. 20. S. 57) gehende Richtungslinie $O\omega$ die Zerstreuungskreise tz, t'z' nicht in ihren Mittelpunkten r, r' trifft.

Er nimmt nämlich an, dass nur die in einer solchen Richtung des Sehfelds liegenden Punkte sich zu decken scheinen, deren Zerstreuungskreise einander decken, und dass mithin die Verlängerung der Geraden CO, die Visirlinie, die Richtung sei, in welcher alle Punkte liegen müssten, die sich mit dem Punkte O deckten (wenn C der scheinbare Ort des Mittelpunkts der durch die Hornhaut und den hum. aq. gesehenen Pupille ist).

Uebrigens ist der Unterschied zwischen den Richtungslinien und den Helmholtz'schen Visirlinien in den allermeisten Fällen ohne Belang.

erhält, die eine an dem berührenden, die andere an dem berührten Körpertheile, bei Berührung eines Aussendings aber nur die erstere. Wenn es erst dahin gelangt ist, die Aussendinge unterscheiden zu können, und die erhaltenen Eindrücke sich zu consolidiren beginnen, prägt sich das Kind wohl gleichzeitig die äussere Form und den Namen derselben ein. Einbildungskraft und Gedächtniss werden bei ihm gleichzeitig in Anspruch genommen, unterstützen aber einander auch wechselseitig. Ist einmal eine richtige Vorstellung äusserer Objecte dem Gehirne gleichsam imprägnirt, so werden diese auch in verschiedenen Entfernungen wieder erkannt.

Alle bei dem Kinde ihm unbewusst sich entwickelnden Vorstellungen gehen aus den durch die sinnlichen Eindrücke bewirkten Empfindungen hervor.

Durch die Empfindung der Lageveränderung der Hand beim Betasten eines Körpers entwickelt sich eine dunkele Vorstellung der Raum- und Flächendimension, aus der sich erst später die der linearen Dimension differenzirt. Damit ist auch die Entwickelung des ersten Begriffs der wahren Grösse eines Objects, in so weit man von einer solchen überhaupt sprechen kann, verbunden.

Aus der Empfindung der verschiedenen Richtungen, welche der Arm einnehmen muss, damit die Hand von einem Punkte eines Gegenstandes zum andern gelange, entwickelt sich sodann die dunkele Vorstellung des von den verschiedenen Armrichtungen successive beschriebenen Winkels.

Später entwickelt sich in ähnlicher Weise aus der Empfindung der Bewegung, welche die Blicklinie machen muss, um sich von einem Objecte auf ein anderes zu richten, die dunkele Vorstellung des Seh- oder Gesichtswinkels. Damit geht zugleich auch die Entstehung des ersten Begriffs von der scheinbaren und relativen Grösse entfernter Objecte Hand in Hand.

Bald nach der Entwicklung der ersten dunkeln Vorstellung von der linearen Dimension verschiedener Punkte eines und desselben Objects wird sich auch eine solche von der Entfernung zweier verschiedener Körper zu entwickeln beginnen.

Es braucht jedoch längere Zeit, bis die Entfernungen einigermassen richtig geschätzt werden. Die ersten dunkeln Begriffe des Kindes hinsichtlich der Entfernung sind die des Erreichbaren und Unerreichbaren. Indem es aber nahe Gegenstände durch näheres oder weiteres

Ausstrecken des Armes erreicht, oder zu ihnen hingetragen wird, lernt es einen weiteren Unterschied in den Entfernungen kennen. Wenn es laufen kann, so erhält es durch die Weite des Weges zu den verschieden entfernten Gegenständen allmälig einen genaueren Begriff von der Entfernung, und wird es älter, so vervollkommnet sich derselbe, d. h. die Beurtheilung der Distanz, immer mehr, indem es für fernere Gegenstände die Anzahl der Schritte, für nahe die Anzahl der Armslängen gleichsam abschätzt. Bei dem Erwachsenen wird je nach der Beschäftigung und individuellen Anlage dieses Abschätzungsvermögen noch weiter vervollkommnet. Das Verfahren bleibt aber bei ihm das nämliche, wie beim Kinde. Er schätzt die Entfernungen nach Fussen, Schritten und Ellen, oder misst sie mit den dazu bestimmten Instrumenten.

Handelt es sich um die Bestimmung der Entfernung eines entlegenen Punkts auf einer nackten Ebene, so wird diese Bestimmung im Allgemeinen sehr ungenau ausfallen, wenn nicht (bei schon gut geübtem Augenmaasse) die ganze Distanz in eine entsprechende Anzahl unter sich gleicher Abtheilungen von genauer zu taxirender Länge in Gedanken eingetheilt und die Multiplication der Grösse einer Einheit mit der Anzahl der Einheiten vorgenommen wird. Befinden sich aber in der nach dem fraglichen Objecte hinziehenden geraden Linie in entsprechenden, wenn auch nicht gleichen, Zwischenräumen sichtbare Objecte, so wird die unmittelbar sich entwickelnde Vorstellung von der Entfernung um vieles genauer. In weiten Ebenen und auf dem Meere werden, namentlich von Solchen, welche in gebirgigen Gegenden wohnen, die Entfernungen zu gering geschätzt.

Der Mond erscheint am Horizont, wo viele Gegenstände von bekannter Grösse sich zwischen ihm und dem Beobachter befinden, grösser als im Meridian, woselbst doch sein Gesichtswinkel grösser ist als am Horizont.

Es entsteht hier die Frage: Welche Hilfsmittel concurriren, abgesehen von der Tiefenperception der Netzhaut, bei Beurtheilung der relativen Entfernungen und der s. g. dritten oder Tiefendimension?

Man hat als solche folgende vier zu betrachten:

1) den Gesichtswinkel der Objecte und ihre Helligkeit,
2) die Perspective,
3) die Augenbewegungen u. den parallaktischen Winkel,
4) die erforderliche Accommodationsanstrengung.

Zu 1. Um aus dem Gesichtswinkel eines Objects seine Entfernung beurtheilen zu können, muss die wahre Grösse desselben bekannt sein.

Den ersten Begriff von der wahren Grösse bekommt das Kind, wie bereits oben schon gesagt, durch Betasten. Seine Maasseinheiten sind die einzelnen Theile seiner Extremitäten: Finger, später Fingerglieder und Spannen, Hand, Ellenbogen, Fuss und Schritt. Diese Maasse werden auch von Erwachsenen beibehalten, als Zolle, Fusse, Ellen, und durch Unter- und Ueberabtheilungen vervollständigt *), durch einen künstlichen Maassstab ersetzt. Indem der natürliche und künstliche Maassstab zugleich auch zur Messung der Entfernungen benutzt wird, bildet sich eine geläufige Beziehung zwischen Grösse und Entfernung aus.

Mittelst dieser ist der Mensch im Stande, aus der bekannten Grösse eines in unbekannter Entfernung befindlichen Objects die Entfernung annähernd zu bestimmen, aber ebenso gut auch umgekehrt aus der bekannten Entfernung die unbekannte Grösse zu schätzen.

Das Urtheil wird hierbei jedoch vielfach von Nebenumständen beeinflusst, am allgemeinsten durch die Intensität der Beleuchtung. Da bei gleichmässiger Beleuchtung derjenige Gegenstand näher ist, welcher heller erscheint, so benutzen wir diese Erfahrung unwillkürlich mit zur Bestimmung unseres Urtheils, werden jedoch dadurch auch nicht selten getäuscht. Wir halten namentlich allgemein einen heller als gewöhnlich beleuchteten Gegenstand für näher als er wirklich ist**).

Objective Entfernungen oder Grössen gibt es für uns eben so wenig als objective Farben (s. o.). Wir messen und schätzen zwar die Dimensionen nach einer gewissen Maasseinheit, so dass die Grössenangaben in absoluten Zahlen von verschiedenen Personen übereinstimmen. Die Einheit selbst aber, sei sie Fuss oder Meter u. s. w.,

*) Bei Flüssigkeiten oder weichen breiartigen Substanzen wird auch der Unterkörper als Maass benutzt. Man sagt z. B. das Wasser reicht bis an den Knöchel, bis an den Leib, ist knietief etc.

**) Nach Seite 173 verhält sich der Unterschied der Empfindungen, welche zwei gleichhelle Objecte in einem Auge erzeugen, direct wie der Unterschied der Entfernung beider Objecte vom Auge. Somit erscheint es natürlich, dass auch umgekehrt von zwei in gleicher Entfernung befindlichen aber ungleich erleuchteten Objecten das hellere um so viel näher zu liegen scheint als es heller ist, vorausgesetzt, dass die Gleichheit der Entfernungen nicht aus irgend welchen Umständen erkennbar ist.

erscheint einem Jeden verschieden gross. Tiefen- und Flächendimensionen des Netzhautbilds geben dem der ersten Kindheit entwachsenen Menschen keinen unmittelbaren Begriff von den entsprechenden absoluten Raumdimensionen, sondern sie lösen nur die Reproduction von Vorstellungen aus, welche über die Dimensionen der verschiedenen Raumgrössen im Gehirne aufgestapelt sind. *)

Zu 2. Der wichtigste Lehrsatz der Perspective ist der, dass alle geraden Linien, welche unter sich und mit der horizontalen Medianlinie parallel verlaufen, sich in einem und demselben Punkte, dem im Horizonte liegenden Endpunkte der Medianlinie, welcher in gleicher Höhe mit unserem Auge liegt und *Augenpunkt* genannt wird, zu vereinigen scheinen.

*) Donders sagt (v. Graefe's Archiv XIII. 1. S. 32): „Die Erfahrung, dass Vorstellungen, welche Anfangs durch Urtheil und Schluss nur schwer aus den Empfindungen abgeleitet werden, schliesslich spontan entstehen, führt zu der Annahme, dass jeder Vorstellungsprocess im Vorstellungsorgan eine Modification hinterlässt, welche dasselbe in unmittelbare Verbindung bringt mit den Processen der directen Empfindung. So erklärt sich die Wirkung der Uebung.

Von der Festigkeit, mit welcher dem Gehirne in der Kindheit imprägnirte Vorstellungen inhärent bleiben, ist dem Vf. ein auffallendes Beispiel bekannt, welches er für interessant genug hält, um hier veröffentlicht werden zu dürfen.

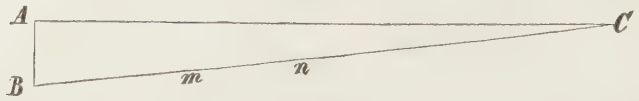
Ein sehr intelligenter Herr vermag sich kein Wort ohne eine dasselbe bekleidende Farbe zu denken. Diese Farbe ist nur mit dem Worte, nicht mit dem Begriffe verbunden, so dass verschiedenen Wörtern, welche eine und dieselbe Bedeutung haben, sehr verschiedene Farben zukommen. Kein Wort hat eine grelle schreiende Farbe, Weiss und Gelb erscheinen ihm am lebhaftesten, Blau kommt nur in Einem Worte »Preussen« vor. Die 20 ersten Zahlen haben der Reihenfolge nach folgende Farben: 1) Schwarz, 2) Weiss, 3) Schwarz, 4) Braunroth, 5) Gelb, 6) Grün, 7) Hellgelb, 8) Weiss mit schwarzen Tupfen, 9) Braunroth, 10) Gelb (anders wie 5. u. 7.), 11) Schwarz, 12) Desgleichen, 13) Braungelb, 14) ähnlich, 15) Dunkelgelb, 16) Dunkelgrün, 17) Gelb, 18) Weiss, 19) Braunroth, 20) Weiss. Ferner sind: Ich roth, Du dunkelbraun, Er schwarz, Sie weiss, Es gelb, Wir grau. Ihr desgleichen etc.

Mit diesem Herrn wurde der Versuch gemacht, dass für eine grosse Anzahl von Worten die von ihm angegebenen Farben notirt wurden und dass er nach einem Jahre wieder nach den Farben derselben Worte gefragt ward. Er fehlte auch nicht bei einem einzigen.

Dies lässt sich unserer Ansicht nach nicht anders erklären, als dass besagter Herr in seiner Kindheit die Worte unter Beihilfe seiner Einbildungskraft im Gewande gewisser Farben seinem Gedächtnisse einprägte.

Dieses Beispiel ist aber auch zugleich ein Beweis von der mächtigen Rolle, welche die Analogie in unserer geistigen Werkstätte spielt. Denn jener Herr mag ein ihm bis daher unbekannt gebliebenes Wort, aus welcher Sprache es auch entlehnt sei, hören, so ist er keinen Augenblick über dessen Farbe unsicher. Die Art, wie das Wort aus Selbst- und Mitlautern zusammengesetzt ist, inducirt ohne Zweifel bei ihm nach den Gesetzen der Analogie sofort die Einbildungskraft zur Hervorrufung der entsprechenden Farbe, und zwar jederzeit in derselben zwingenden Weise.

Fig. 45.



Stellt bei einer perspectivischen Zeichnung A (Fig. 45) den Ort des Auges und C den Augenpunkt dar, so repräsentirt BC eine in Wirklichkeit mit AC parallel verlaufende gerade Linie. Je näher die Punkte m, n, . . . derselben dem Augenpunkte liegen, d. h. je entfernter sie vom Auge sind, desto mehr nähern sie sich scheinbar der Linie AC. Ist z. B. BC die Richtung, in welcher eine gerade Chaussee einen in BA befindlichen Menschen, dessen Auge in A und dessen Füsse in B stehen, zu verlaufen scheint, so werden demselben die Punkte m, n, . . . höher als sein Standpunkt B, und der Punkt n höher als m zu liegen scheinen. Ist BC die Richtung einer Allee von Bäumen zur Seite eines in A Stehenden, so würde der in n befindliche Baum mehr nach Innen gelegen und kleiner zu sein scheinen, wie der in m befindliche. In der That weiss Jedermann, dass die Breite und Höhe einer Allee nach der Ferne zu immer mehr abzunehmen scheint.

Man begreift leicht, wie nützlich sich dieser Lehrsatz der Perspective für die Beurtheilung der relativen Entfernung erweist. Von zwei Bäumen von gleicher Höhe z. B. ist derjenige näher, welcher höher als der andere erscheint, sind sie von ungleicher Höhe und ist der Boden, auf welchem sie stehen, ziemlich eben und sichtbar, so ist derjenige weiter vom Auge entfernt, dessen Standort oder *Fusspunkt* höher erscheint. *)

Zu 3. Wichtig für die Beurtheilung der seitlichen Entfernungen, oder des Gesichtswinkels, welchen je zwei Objecte mit einander bilden, ist die Bewegung des betrachtenden Auges. Indem die Blicklinie nämlich von einem Objecte zum andern oder von einem Punkte zum anderen übergeht, geben die leichter zu schätzenden Zwischenwinkel durch ihre Summirung ein Mittel zur genaueren Schätzung des Gesichtswinkels weit seitlich von einander entfernter Objecte als bei blossem indirectem Sehen (s. S. 157) möglich ist, obgleich dieses auch wenigstens annähernd genau sein muss, weil sich sonst die Blicklinien nicht möglichst rasch von dem einen Punkte auf einen anderen entlegenen Punkt richten könnten. (S. folg. §.) Wahrscheinlich sind es auch die

*) Die Ursache des perspectivischen Sehens ist S. 205, wo von den Gesichtstäuschungen die Rede ist, näher erörtert.

Bewegungen, welche wir die optischen Axen unserer Augen machen lassen müssen, um sie auf die verschiedenen Theile naher Gegenstände successive von unten bis oben und von rechts nach links, oder umgekehrt zu richten, welche uns in Verbindung mit den tastenden Händen den ersten Aufschluss über die wirkliche Stellung der gesehenen Objecte, über Oben und Unten, Rechts und Links im Gegensatze zur verkehrten Stellung der Netzhautbilder geben.

Während die Bewegung der Blicklinie eines oder beider Augen ein wesentliches Hilfsmittel zur Beurtheilung der seitlichen Entfernung der Objecte von einander ist, gibt die verschiedene Convergenzstellung der Blicklinien bei binocularer Fixation ein Mittel an die Hand, die directe Entfernung der Objecte von unserem Standorte, oder, wie wir gewöhnlich sagen, die *Tiefendistanz* der Objecte zu beurtheilen.

Indess sind die auf diese Art ausschliesslich gewonnenen Urtheile in Hinsicht der absoluten Entfernungen nicht sehr genau.

Hier beruht die Beurtheilung der Entfernung des fixirten Punkts auf demselben Principe wie die trigonometrische Bestimmung der Lage eines Punkts als Spitze eines Dreiecks vermittelst seiner Grundlinie, eines anliegenden und eines gegenüberliegenden Winkels. Sie würde genauer ausfallen, wenn der gegenseitige Abstand der mittleren Knotenpunkte beider Augen beträchtlicher wäre.

Der Winkel, welchen die beiden Blicklinien im Fixationspunkte mit einander bilden, heisst der *Convergenzwinkel* oder der *parallaktische Winkel,* oder auch die *Parallaxe* *).

Von besonderer Wichtigkeit ist die Beurtheilung der Entfernungen vermittelst der Convergenzstellung der Blicklinien für den mit einer Brille bewaffneten Ametropen. Wenn derselbe die Entfernungen der Objecte statt dessen vermittelst des Gefühls der Accommodation für die scheinbaren Orte, von welchen die durch die Brille abgelenkten Strahlen herkommen, beurtheilte, so würde das betreffende Urtheil sehr von der Wirklichkeit differiren.

---

*) Er wird mitunter auch »Gesichtswinkel« genannt, welchen Ausdruck wir jedoch lediglich in der oben (S. 193, Note) angeführten Bedeutung gebrauchen, so dass der Gesichtswinkel immer derjenige Winkel ist, welchen die successive auf zwei verschiedene Objecte gerichteten Blicklinien eines und desselben Auges, oder die nach beiden Objecten gehenden Richtungslinien, miteinander bilden.

Der Ausdruck »Parallaxe«, »parallaktischer Winkel« ist aus der Astronomie entlehnt.

Einen ähnlichen Dienst wie die Bewegung eines Auges leistet bei Bestimmung der relativen Lage auch die Bewegung im ersten und zweiten Halswirbelgelenk.

Zu 4. Betrachtet man die Körner- und Nervenzellenschichten der Netzhaut als diejenigen, welche hauptsächlich die unmittelbare monoculare Perception der Tiefendimensionen des Netzhautbilds bewirken, so wird das Auge genau in der Richtung der Gesichtslinie keine Tiefendimension wahrnehmen können, indem in der Netzhautgrube jene Schichten fehlen. Wenn man daher unmittelbar nach einander zwei in verschiedener Entfernung befindliche Punkte fixirt, so wird man, um sie deutlich zu sehen, eine verschiedene Accommodation anwenden müssen. Es lässt sich a priori annehmen, dass auch durch das hierzu erforderliche Maass der Muskelkraft und durch das damit correspondirende Muskelgefühl (des m. ciliaris) ein Moment zur Beurtheilung des Entfernungs-Unterschieds gegeben sei. Allein verschiedene in dieser Beziehung angestellte Versuche haben dargethan, dass die Beurtheilung vermittelst dieses Hilfsmittels äusserst unvollkommen ist. (S. Helmholtz, physiol. Opt. S. 633.) *).

Die Beurtheilung des Bewegungszustandes eines Objects wird bei ruhender Blickhaltung von der Bewegung seines Bilds über die Netzhaut hergenommen. Folgt man dagegen einem bewegten Objecte mit dem Blicke, so leitet man die Geschwindigkeit und die Richtung der Bewegung von der Winkelgeschwindigkeit und Bewegungsrichtung der Gesichtslinie oder des Kopfs in den beiden ersten Halswirbelgelenken bei unbewegtem Auge ab.

Dass wir ein ruhendes Object, dessen Bild sich bei einer Bewegung des Auges oder des Kopfs über die Retina hinbewegt, für ruhend halten, beruht darauf, dass wir uns der Bewegung unseres Auges, resp. Kopfs bewusst sind. Erfolgt diese unbewusst, z. B. durch

*) Nach Wundt (Theorie der Sinneswahrnehmung S. 119) ist nur dann ein *Accommodationsgefühl* vorhanden, wenn von der Ferne für die Nähe accommodirt wird, aber nicht im umgekehrten Falle.

Dass wir bei Accommodation aus der Ferne in die Nähe eine deutlichere Empfindung der Distanz erhalten, ist bei Annahme der Perceptionsfähigkeit der vorderen Netzhautschichten leicht zu erklären. Denn bei Accommodation von einem ferneren zu einem näheren Objecte bleibt das Bild des ersteren noch in den vorderen Netzhautschichten und kann mithin mit den des zweiten verglichen werden, während bei Accommodation von der Nähe in die Ferne das Bild des nahen Objects sogleich hinter die Netzhaut fällt.

einen seitlichen Druck des Fingers gegen den Bulbus, so scheinen sich allerdings die ruhenden Objecte zu bewegen.

Die Annäherungs- und Entfernungsbewegung der Objecte nehmen wir in Folge der Vergrösserung, resp. Verkleinerung des Netzhautbilds wahr, wodurch in uns immer die Vorstellung der grösseren oder kleineren Entfernung der Objecte erzeugt wird. Eine ähnliche Wirkung bringen die Bilder der Zauberlaterne hervor. Wenn wir die auf der Wand entworfenen Figuren sich rasch vergrössern oder verkleinern lassen, so bringen wir in sehr täuschender Weise den Eindruck hervor, als näherten oder entfernten sie sich.

Was nun die Gestalt und Beschaffenheit der Oberflächen der körperlichen Objecte betrifft, so erkennen wir sie zunächst mittelst des Netzhautbilds, welches dieselben en miniature darstellt. Einen bedeutenden Einfluss hat aber dabei die Art der Beleuchtung oder Beschattung, und zwar in der Regel einen der Beurtheilung günstigen, nicht selten aber auch ungünstigen.

Die wichtigsten hier maassgebenden Sätze sind:

1) Die Flächen werden erleuchtet im Verhältnisse der Sinusse der Winkel, in welchem die Lichtstrahlen auf sie fallen, so dass das Maximum der Beleuchtung bei senkrechtem Auftreffen der Lichtstrahlen Statt hat, dagegen die Beleuchtung immer schwächer wird, je mehr die Richtung der Strahlen sich der Tangentialebene der Flächen nähert, und Null wird, wenn die Lichtstrahlen mit dieser Ebene parallel verlaufen.

2) Befindet sich auf einer Fläche eine Erhöhung, so wirft diese einen im Verhältnisse der Intensität der Beleuchtung mehr oder weniger dunkelen Schatten *(Schlagschatten)* nach der dem Lichte entgegengesetzten Seite der Fläche, dessen Länge von der Neigung der auffallenden Lichtstrahlen und der Höhe der Protuberanz abhängt.

Es ist leicht einzusehen, wie die aus diesen beiden Sätzen fliessenden Folgerungen, z. B.: convexe Stellen der Oberflächen sind auf der Seite des einfallenden Lichts erleuchtet, concave dagegen auf dieser Seite beschattet und auf der entgegengesetzten beleuchtet, für die Beurtheilung der oberflächlichen Beschaffenheit der Körper von grossem Einflusse sind.

Die Art, wie die Oberflächen der Körper sich unserer Wahrnehmung darbieten, wird noch wesentlich durch ihre Färbung bedingt. Diese dient oft als charakteristisches Erkennungs- und Unterscheidungszeichen.

Die Eigenschaft der meisten in der Natur vorkommenden Körper, dass ihre Oberfläche, entweder durchaus oder in mehr oder minder grosser Ausdehnung und Abwechslung, nur farbiges Licht in unsere Augen senden, ist überhaupt von grosser Wichtigkeit für's Sehen.

Ist eine Fläche durch contrastirende Farben (S. 177) in regelmässige Bezirke abgetheilt, so werden die einzelnen Felder dadurch viel kenntlicher (z. B. bei einem Schachbrett) und ihre Grenzen viel deutlicher. Man erkennt bekanntlich eine feine Schrift von schwarzer Tinte auf weissem Papier viel leichter als eine mit rother Tinte auf gelbem oder schwarzer auf blauem Papier.

Was die Art betrifft, wie wir beim gewöhnlichen Sehen verfahren, so ist darüber kurz folgendes zu bemerken.

1) Wenn wir einen Gegenstand genau in Hinsicht auf seine Lage und Beschaffenheit erkennen wollen, so pflegen wir zuerst den Kopf in die verticale Stellung zu bringen. Dies hat seinen Grund darin, dass wir uns gewöhnt haben, alle Dinge hinsichtlich ihrer Stellung auf horizontale und verticale Axen zu beziehen, und dass uns dies leichter fällt, wenn unser Körper, oder wenigstens der Kopf, eine verticale Stellung einnimmt.

2) Wenn wir, unseren Gedanken nachhängend oder in völliger Apathie, keinen absichtlichen Gebrauch von unserem Sehorgane machen, so sind unter normalen Verhältnissen die Blicklinien einander nahezu parallel und verlaufen in einer Ebene von ungefähr 45^0 Neigung gegen den Fussboden (Meissner's Primärstellung der Blicklinien), die Augen selbst sind dabei für ihren Fernepunkt accommodirt.

3) Sobald ein Gegenstand unsere Aufmerksamkeit erregt, so richten beide Augen ihre Blicklinien mit der Schnelligkeit, welche dem Worte «Augenblick» seine Entstehung gegeben, auf denselben und accommodiren sich für die Entfernung, in der er sich befindet.

Beide Blicklinien schneiden sich successive in den verschiedenen Punkten seiner Oberfläche, oder «fixiren» dieselben der Reihe nach, wobei die Aufmerksamkeit sich hauptsächlich den auffallenden und charakteristischen Stellen zuwendet.

Die Gewohnheit des Fixirens des Gegenstands, welcher unsere Aufmerksamkeit auf sich gezogen, hat ihren Grund einestheils darin, dass der gelbe Fleck, auf welchem der fixirte Punkt abgebildet wird,

am empfindlichsten für's Licht ist*), anderntheils darin, dass wir uns gewöhnt haben, die zur Fixation eines Objects erforderlichen Augenbewegungen zur Beurtheilung der Lage und Entfernung desselben mit zu benutzen.

Was die Genauigkeit unserer Wahrnehmungen mittelst indirecten Sehens betrifft, so ist im vorhergehenden §. bereits angeführt worden, dass die Feinheit des Perceptionsvermögens der Netzhaut ungefähr im Quadrate der Entfernung der einzelnen Stellen der Netzhaut vom gelben Fleck abnimmt. Dieses Factum beruht nicht in den Refractions-Verhältnissen des Auges, indem uns die indirect gesehenen Objecte nicht durch Zerstreuungskreise getrübt erscheinen, sondern lediglich in der nach den Seitentheilen hin abnehmenden Feinheit der Netzhautperception, vielleicht in Folge davon, dass wir uns nicht von Kindheit an in möglichst genauen indirecten Gesichtswahrnehmungen geübt haben. Interessant ist hierbei die von Aubert und Förster constatirte Thatsache, dass das indirecte Sehen für die Nähe schärfer als für die Ferne ist. Bei constantem Gesichtswinkel wurden nämlich kleine nahe Objecte besser erkannt als grössere ferne.

Auf das Sehen hat noch das Gedächtniss und die Erfahrung einen grossen Einfluss. In einer genau bekannten Räumlichkeit beurtheilt man z. B. auch in der Dämmerung, wo man an unbekannten Orten sehr der Täuschung ausgesetzt ist, noch die Grösse und Natur der Gegenstände ganz richtig.

Hat unsere Einbildungskraft einmal ein Bild von irgend welchem Gegenstand erlangt, so hält es ihr schwer, sich davon wieder loszumachen; so oft man das Original von neuem betrachtet, so oft sucht sich das erste Bild wieder geltend zu machen. Ist das vorgestellte Bild ein falsches, so kann es schliesslich doch noch durch das richtige verdrängt werden; hat man aber einmal die richtige Vorstellung erlangt, so kann man trotz aller Mühe in dem gesehenen Objecte das unrichtige Bild nicht wieder erkennen.

Unsere Befähigung zur Beurtheilung von Winkelgrössen und Distanzen wird *„Augenmaass“* genannt. Das Augenmaass beruht hauptsächlich auf Erfahrung und Uebung. Seine Genauigkeit ist bei verschiedenen

*) Die grösste Sensibilität scheint jedoch, wenigstens unter gewissen Umständen, nicht genau am hinteren Endpunkte der Blicklinie, sondern etwas davon entfernt in einem kleinen Kreise, der der Ausdehnung der Macula lutea entspricht, stattzuhaben. Blickt man nach einem Sterne, welcher einen kleinen kaum sichtbaren neben sich hat, so sieht man den letzteren deutlicher wie bei directer Fixation.

Menschen in hohem Grade verschieden. Die Thiere stehen in dieser Beziehung oft dem geübtesten Menschen nicht nach, wie die Sprünge einer Gemse auf einen schmalen Felsenvorsprung, oder der Satz oder Schlag eines Raubthieres nach seinem Opfer beweist.

Wir kommen nun zu den Täuschungen, welchen unsere Gesichtswahrnehmungen unterworfen sind.

Die trotz alltäglicher Uebung doch nicht ganz seltenen Gesichtstäuschungen entstehen häufig dadurch, dass wir die betreffenden Gegenstände unter andern Verhältnissen sehen als wir sie zu sehen gewohnt sind. Wir halten z. B. ein grosses Frauenzimmer in Herrenkleidern für klein oder mittelgross, weil wir den Maassstab eines grossen Mannes an dasselbe anlegen.

Häufig werden Täuschungen auch dadurch veranlasst, dass wir die Entfernungen des Gegenstandes nicht richtig beurtheilen. Halten wir nämlich ein Object für näher als es wirklich ist, so erscheint es uns kleiner, halten wir es für ferner, so gewinnt es in unserer Vorstellung an Grösse.

Dies beruht auf der Erfahrung, dass bei gleichbleibendem Gesichtswinkel ein Objekt wirklich um so kleiner ist, je näher und um so grösser, je ferner es ist.

Es kommt z. B. nicht selten vor, dass man eine sehr nahe am Auge vorüberfliegende Mücke für einen in grösserer Entfernung unser Gesichtsfeld durcheilenden grossen Vogel, oder auf der Jagd im Nebel einen entgegenkommenden Hasen für bedeutend grösser hält als er wirklich ist.

Lässt man die reihenweise wiederkehrenden Figuren einer Tapete sich durch stärkere Convergenz der Blicklinien über einander schieben (vgl. §. V), so erscheinen sie nach S. 199 genähert und desshalb kleiner.

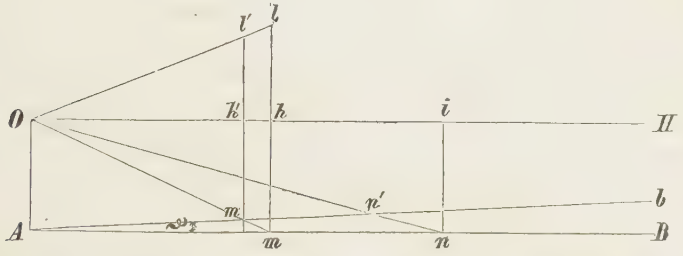
Hält man ein schwach brechendes Prisma mit dem brechenden Winkel nach Innen vor ein Auge, so muss man, um einfach zu sehen, die Blicklinien stärker convergiren lassen; in Folge hiervon sieht man die Objecte näher und kleiner.

Die allgemeinste Gesichtstäuschung ist die, dass wir alle Gesichtsobjecte für näher und kleiner halten als sie sind*).

*) Ausser der Bestätigung, welche dieser wichtige Satz durch die Perspective findet, wird er auch noch durch die Experimente Wundt's (a. a. O. S. 193) constatirt, wobei die geschätzten Entfernungen immer kleiner gefunden wurden als die gemessenen.

Auf dieser unseren Gesichtswahrnehmungen unzertrennlich inhärirenden Täuschung beruht das perspectivische Sehen.

Fig. 46.



Ist nämlich (Fig. 46) AB die horizontale Fussbodenlinie, O der Ort unseres Auges und Ab die perspectivische Richtung, in welcher AB zu verlaufen scheint, so sehen wir die Punkte m, n, . . . in m', n', . . ., und ein Object ml scheint uns die Grösse m'l' zu haben.

Wenn man fragt: Worin ist die Eigenschaft unseres Auges, die Gegenstände perspectivisch zu sehen, begründet? so ist man vielleicht schnell mit der Antwort da: Alle Parallellinien laufen in unendlicher Entfernung in Einen Punkt zusammen, folglich muss auch AB mit der ihr parallelen Gesichtslinie OH in unendlich fernem Horizonte zusammentreffen.

Wir sagen aber, gerade weil die Parallellinien in unendlicher Entfernung zusammentreffen, müssten sie eigentlich als parallele gesehen werden. Denn wäre der Winkel, welchen Ab mit AB machte, $= \vartheta$ und die Höhe AO des Auges über dem Boden $= h$, so hätte man, wenn AB in unendlicher Entfernung die Linie OH schnitte, für $AB = \infty$ die Gleichung

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{h}{\infty} = 0,$$

und es fiele mithin Ab mit AB zusammen.

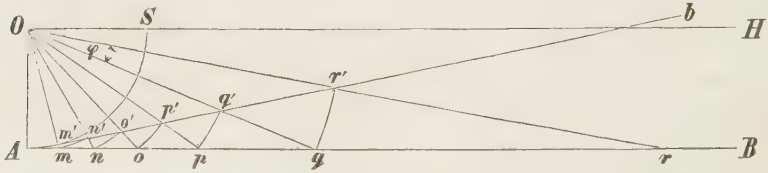
Wenn man aber die obige Frage dahin beantwortet, dass ni dem Auge kleiner als mh erscheinen müsse, weil der Gesichtswinkel nOH kleiner als der mOH, und in demselben Verhältniss auch das Retinabild von ni kleiner als das von mh sei, so wird diese Antwort vielleicht zutreffender erscheinen, da die Retinabilder von mh, ni, . . . gerade so allmälig abnehmen, bis sie für unendliche Entfernungen verschwindend klein werden, wie die Gesichtswinkel von hm, in, . . . Verlegten wir aber in unserem Vorstellungsorgane die Objecte, von denen die Retina-

bilder herrühren, an ihren wirklichen Ort, so müssten sie uns immer wieder in ihrer wirklichen Grösse erscheinen. Der alleinige Grund, auf welchem die Perspective beruht, bleibt immer der, dass wir die Objecte für näher halten als sie wirklich sind.

Was die Ursache dieser Täuschung betrifft, so scheint es uns sehr wahrscheinlich, dass sie auf der beschränkten Distinctionsfähigkeit der Netzhaut, namentlich hinsichtlich der Tiefendimension, beruht.

Es wird uns nicht schwer fallen, aus diesem Gesichtspunkte die in Rede stehende Täuschung zu begründen.

Fig. 47.



Indem wir die Blicklinie Op (Fig. 47) um den sehr klein gedachten Winkel φ nach Oq verschieben, rückt das Netzhautbild von p etwas seitlich, aber nicht merklich aus dem Niveau seines ersten Orts, welchen nun q einnimmt.

Wir setzen deshalb die Quelle beider Reizungen in die gleiche Entfernung.

Ebenso wird bei ruhendem Blicke bei entsprechender Kleinheit des Winkels φ der Punkt q nicht hinsichtlich seiner Entfernung von dem Punkte p unterschieden werden können.

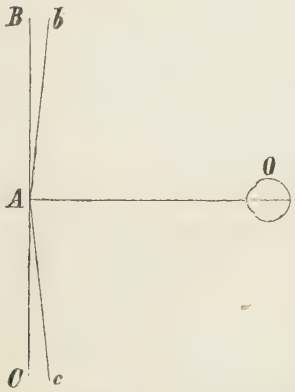
Ebenso wird bei ruhendem Blicke bei entsprechender Kleinheit des Winkels der Punkt q nicht hinsichtlich seiner Entfernung von dem Punkte p unterschieden werden können.

Bei ruhendem wie bei bewegtem Blicke wird mithin der Tiefenunterschied der beiden successiven Punkte p, q der geraden Linien AB, wenn der Winkel φ klein genug angenommen ist, nicht mehr wahrgenommen. Der Punkt r dagegen wird sich gegen p bei beiden Arten der Betrachtung nicht mehr indifferent verhalten. Es sei nun O der Ort des Auges und AB die Linie, welche perspectivisch gesehen wird. Zieht man aus dem Mittelpunkt O den Kreisbogen AS, theilt ihn in gleiche Theile von der Grösse φ, construirt sodann die Radienvectoren Am, An, Ao, ... und beschreibt von jedem Schnittpunkte dieser Radienvectoren mit der Geraden AB aus dem gemeinschaftlichen Mittel-

punkt O Kreisbögen m n′, n o′, o p′, . . . nach dem zunächst folgenden Radiusvector, so wird eine durch die Schnittpunkte n′, o′, p′, . . gelegte Linie A b mit Ausnahme des A zunächst gelegenen Theils eine Gerade sein, und zwar die Perspective von AB, wenn der Winkel φ, welcher von zwei benachbarten Secanten, z. B. O n, O a, gebildet wird, so klein ist, dass der Unterschied der Entfernung der Punkte n, o vom Knotenpunkt O des Auges vermöge der individuellen Distinctionsfähigkeit eben nicht mehr wahrgenommen werden kann.

Da sich die Bögen o p′, p q′ q r′, . . . wie die Radien O o, O p, O q, . . . verhalten, und da — bei einiger Entfernung der Punkte o, p, q, . . . von A — nahezu O o = A o, O p = A p, O q = A q, . . . ist, mithin die mit den Halbmessern A o, A p, A q, . . . zu ziehenden Bögen den vorhergehenden gleich sind, also sich auch die Bögen o p′, p q′, q r′, . . . wie A o, A p, A q, . . . verhalten, so muss auch die Linie o′b eine Gerade, das Stück A n′o′ dagegen, bei welchem jene Bedingung nicht Statt hat, eine gegen das Auge convexe Curve sein.

Fig. 48.



Hat die Blicklinie O A (Fig. 48) eine senkrechte Richtung gegen die Gerade B C oder gegen die ebene Wand, wovon sie einen Durchschnitt vorstellt, so sollten wir nach dem Vorhergehenden die beiden Hälften von B C in der Lage A b, A c, d. h. ihre Enden etwas gegen uns herangerückt, erblicken, so dass in A ein stumpfer Winkel bestände. Dies ist aber nicht der Fall, ohne Zweifel deshalb, weil wir wissen, dass B C eine gerade Linie ist, und diese Kenntniss auch durch die Art der Beleuchtung, welche im Falle eines stumpfen Winkels eine andere sein würde, unterstützt wird.

Ebenso nun, wie bei verschiedenen Individuen der der Grenze der Tiefendistinction entsprechende Winkel φ verschieden sein wird, so muss er auch bei einem und demselben Individuum mit abnehmender Sehschärfe grösser werden, folglich müssen auch in der regressiven Lebensperiode ferne Gegenstände näher gerückt und kleiner erscheinen.

Diese sich, wie bekannt, allgemein geltend machende Erfahrung beruht hiernach nicht blos auf der Verschiedenheit des im verschiedenen Lebensalter angelegten ideellen Maassstabs, sondern hat auch eine materielle, physiologische Begründung.

Vermindert man die Sehschärfe künstlich, indem man dunkel gefärbte Gläser vor ein Auge hält, während man das andere schliesst, so erscheinen die Gegenstände näher gerückt und kleiner.

Sehe ich mit Einem Auge, während ich das andere schliesse, durch ein dunkel purpurnes und ein dicht davor befindliches intensiv rothes Glas, so erscheinen mir die Scheiben meiner Fenster, sowie alle Gegenstände des Zimmers, bedeutend verkleinert, nehme ich das rothe Glas weg, so sehe ich sie etwas grösser, halte ich jetzt statt des einen, purpurnen, blos das rothe vor, so scheinen mir die Scheiben noch grösser geworden, aber erst, wenn ich auch dieses Glas entfernt habe, sehe ich sie, sowie die übrigen Gegenstände, wieder in natürlicher Grösse.

An die Gesichtstäuschung, auf welcher die Perspective beruht, reiht sich diejenige an, welche mit der s. g. «Luftperspective» verbunden ist und mit unserem letzten Satze in Widerspruch zu stehen scheint.

Die Luftperspective besteht nämlich darin, dass uns die fernen Gegenstände durch die Dunstschichten der niederen Atmosphäre hindurch wie verschleiert und, in Folge davon, weiter entfernt und vergrössert, auch mit einem veränderten Farbenton angethan, erscheinen. Hier ist das Verhältniss von jenem künstlich erzeugten wesentlich verschieden. Dort erfahren alle Gegenstände, fernere wie nähere, den gleichen lichtschwächenden Einfluss, hier erscheinen die näheren Gegenstände noch ganz in der natürlichen Beleuchtung, die ferneren dagegen verlieren um so mehr an Licht, je weiter sie vom Auge entfernt sind, d. h. je länger die zwischen diesem und den Objecten befindliche Dunstschichte ist*). Da wir nun bei ungleicher Beleuchtung die Objecte für um so näher halten, je heller sie sind, und auch das Umgekehrte stattfinden muss, so müssen uns hier die fernen Objecte ferner und mithin auch grösser erscheinen, als sie sind. Bei aussergewöhnlicher Reinheit der Luft findet auch das Gegentheil statt, weil dann die Luftperspective, an welche wir gewöhnt sind, fast ganz fehlt. Auch der Farbenton der Objecte wird durch die Dunstschichten verändert, in's Bläuliche, wenn sie dunkler, in Röthliche, wenn sie heller als die zwischenliegenden Luftschichten sind.

Auf folgende Gesichtstäuschung hat Helmholtz aufmerksam gemacht:

---

*) Der Dunst besteht nämlich aus kleinen Luftkügelchen, welche in eine dünne wässerige Hülle, die einen Theil des auffallenden Lichts zerstreut, eingeschlossen sind. Es ist natürlich, dass die Anzahl dieser Dunstkügelchen, mithin auch die Grösse ihrer lichtschwächenden Wirkung, im directen Verhältniss der Distanz steht.

Sucht man am gestirnten Himmel drei so genau als möglich in dem Bogen eines grössten Kreises befindlichen Sterne aus und beobachtet sie dann, indem man einen unter oder über diesem Bogen befindlichen Stern fixirt, vermittelst indirecten Sehens (s. o. S. 157), so findet man, dass dieselben immer in einem gegen den Fixationspunkt concaven Bogen (bei ruhig eingehaltener Blickstellung) zu liegen scheinen, mag dieser sich über oder unter ihnen befinden, und zwar so, dass die Concavität um desto stärker erscheint, je weiter darunter oder darüber der Fixationspunkt sich befindet.

Auch bei geraden in endlicher Entfernung vom Auge befindlichen Linien findet unter analogen Bedingungen dasselbe statt.

In Folge davon müssen Linien, welche gegen den Fixationspunkt eine convexe Krümmung haben, wenn diese Krümmung zu ihrer Entfernung vom Fixationspunkt im richtigen Verhältnisse steht, im indirecten Sehen als Gerade erscheinen.

Helmholtz und Wundt bringen diese Erscheinung in Verbindung mit den Directionscurven (s. folg. §.). Ersterer gibt als empirische Regel an, dass wenn man eine Tafel, auf welcher ähnliche Hyperbeln, wie in Fig. 66., die jedoch in einer der Entfernung, in welcher die Tafel vom Auge gebracht werden soll, entsprechenden, viel flacheren Krümmung zu construiren sind, vor sich stellt und den Mittelpunkt fixirt, die Curven als Gerade erscheinen.

Um dies noch besser hervortreten zu lassen, füllt er die quadratförmigen Felder alternirend mit Schwärze aus, so dass die ganze Figur einem Schachbrette ähnlich wird.

Unserer Ansicht nach ist die in Rede stehende Täuschung folgendermassen zu erklären:

Errichtet man auf der Mitte der indirect zu sehenden Geraden ein nach beiden Seiten unendliches Perpendikel, so muss der Fixationspunkt in demselben liegen, wenn die scheinbare Krümmung symmetrisch gegen die Mitte sein soll.

Die Entfernung des Fixationspunkts von der Mitte der Geraden ist mithin die kleinste, die von den beiden Endpunkten aber die grösste aller möglichen Entfernungen des Fixationspunkts von einem Punkte der Geraden. Erstere wird deshalb genauer und verhältnissmässig grösser geschätzt wie die letzteren, zumal da die Netzhautbilder der beiden Endtheile sehr excentrisch zu liegen kommen und mithin viel weniger lebhaft empfunden werden. (Vgl. S. 157.)

Eine eigenthümliche Gesichtstäuschung wird durch folgendes Experiment herbeigeführt.

Man schlägt in einen Querbalken drei lange Nägel horizontal in ungefähr je drei Zoll betragender Distanz, und hängt an dieselben mittelst verschiebbarer Schleifen lange schwarze Seidenfäden auf, welche man mittelst kleiner Gewichte spannt. Hinter den Fäden muss sich in einiger Entfernung eine gleichmässig gefärbte Wand befinden.

Sind nun diese drei Fäden in einer und derselben Ebene, so scheint der mittlere vor der Ebene der beiden anderen zu stehen, wenn man sich auf Armslänge so davor stellt, dass die Medianebene des Kopfs (d. h. diejenige Ebene, welche den Kopf in eine rechte und linke symmetrische Hälfte theilt) durch den mittleren Faden geht und zur Ebene der drei Fäden senkrecht ist. Man muss den mittleren Faden mehrere Millimeter zurückrücken, damit er mit den beiden anderen scheinbar in Eine Ebene zu liegen kommt. Nähert man sich noch mehr, so muss man, um dies zu erreichen, den mittleren Faden noch weiter znrückschieben.

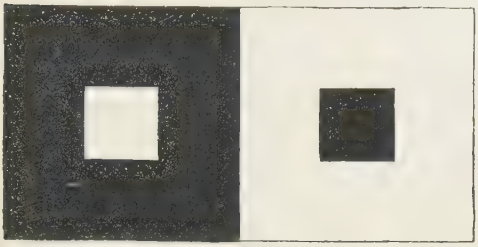
Helmholtz und Hering erklären diese Thatsache dadurch, dass man in dem Falle, wo man bei Beurtheilung der Distanzen lediglich auf das bei der grösseren oder geringeren Convergenz der Augenaxen sich geltend machende Muskelgefühl angewiesen ist, die Entfernung unsicher beurtheile. Uns scheint der Grund mehr darin zu liegen, dass bei der hier statthabenden Nähe der Ebene der drei Fäden das Netzhautbild dieser Ebene die ähnliche Gestalt hat, wie das von einer convexen Objectfläche herrührende. (S. S. 183,)

Eine wichtige Gesichtstäuschung wird durch die *Irradiation* erzeugt. Die Irradiation wird bereits schon in das Bereich der Physik gezogen, allein strenge genommen gehört sie der Physiologie an, denn sie hat mit der Natur und dem Gange des Lichts ausser dem Auge nichts zu thun.

Grenzt eine hell erleuchtete Objectfläche unmittelbar an eine dunkle an, so bringt erstere, wahrscheinlich in Folge davon, dass der von der hellen Fläche gereizte Netzhautbezirk etwas grösser ist als das optische Bild dieser Fläche, eine hinsichtlich der Flächenausdehnung übergreifende Wirkung hervor, d. h. wir sehen hell erleuchtete Oberflächen, welche von wenig oder nicht erleuchteten begrenzt sind, vergrössert. Diese Erscheinung wird «Irradiation» genannt.

In Folge der Irradiation greift z. B. die Mondsichel in den nicht erleuchteten Theil über, erscheint der Gesichtswinkel der Fixsterne vergrössert*) etc.

Fig. 49.



Vermittelst geeigneter schwarzer Fig. auf weissem Papiere lässt sich die Wirkung der Irradiation sehr gut zeigen.

In Fig. 49. haben die schwarzen und weissen Quadrate gleiche Grösse, dennoch scheint d. Fläche des kleinen weissen Quadrats erheblich vergrössert, auch erscheint der weisse Rand des schwarzen Quadrats breiter als der schwarze Rand des weissen.

Die auf der Irradiation beruhenden Gesichts-Täuschungen und Ungenauigkeiten sind sehr mannichfach.

Gerade Linien, z. B. die Kante eines Lineals, scheinen in Folge der Irradiation, wenn man sie zwischen das Auge und die Sonne oder eine helle Lichtflamme bringt in denjenigen Punkten, in welchen sich die gegen die Flamme gerichtete Blicklinie mit der Kante kreuzt, unterbrochen zu sein.

Vermöge der Irradiation fliessen einander nahe liegende weisse Flächen zusammen, z. B. bei einem aus weissen und schwarzen Quadraten bestehenden Schachbrette die Ecken der ersteren, so dass die schwarzen Felder nicht ganz zusammen zu stossen scheinen. — Hält man einen feinen Draht gegen die Sonne oder gegen eine helle Flamme, so wird er unsichtbar.

Wir wollen nun die Fehler und Täuschungen des Augenmaasses, in so weit sie von verschiedenen Forschern specieller ermittelt worden sind, besonders berücksichtigen.

Fechner und Volkmann haben die Genauigkeit unsres Urtheils in Bezug auf zwei mit einander zu vergleichende Distanzen durch Versuche zu ermitteln gesucht. Bei Entfernungen von 1, resp. 3 Fuss vom

*) Die Hauptursache der Sichtbarkeit der Fixsterne scheint uns jedoch nicht die Irradiation, sondern vielmehr die sphärische Aberration und der Astigmatismus, von welchem wohl kein Auge ganz frei ist, zu sein. (Vgl. S. 76, wo der Halbmesser des Zerstreuungskreises $= 0{,}1533^{mm}$. und S. 86, wo der Halbmesser des in der Mitte der Sturm'schen Brennstrecke liegenden Kreises, bei Astigm. von $^1/_{40}$, $= 0{,}3628^{mm}$. berechnet wurde.

Auge des Beobachters, ergab sich für feine Gegenstände (Zirkelspitzen, resp. verschiebbare Fäden) deren gegenseitiger Abstand a' einem gegebenen Abstande a (zwischen 10 bis 240 Millimeter) ähnlicher feiner Gegenstände nach dem Augenmaasse möglichst gleich gemacht wurde, als Quotient von a dividirt in $a - a' = \Delta a$:

$$\frac{a - a'}{a} = \frac{\Delta a}{a} = \frac{1}{62} \text{ (Fechner)}$$

$$= \frac{1}{88} \text{ (Volkmann)} = \frac{1}{101} \text{ (bei späteren Versuchen Volkmann's).}$$

Da diese Werthe des Verhältnisses $\frac{\Delta a}{a}$ für sehr verschiedene Werthe von a und a' sich immer nahezu gleich bleiben, so sieht man, dass dieses Resultat mit dem S. 162 erläuterten psychophysischen Gesetz übereinstimmt.

Bei sehr viel kleineren gegenseitigen Abständen von 0,2 bis 1,4 Millimeter traf diese Regel jedoch nicht mehr zu. Bezeichnet man aber mit v eine constante Zahl und mit n ein gewisses Bruchtheil des ganzen Abstands a, so erwies sich bei den verschiedenen Versuchen*) die Grösse von n ebenfalls als nahezu constant. Die betreffende Formel wird mithin, wenn Δa den Beobachtungsfehler bedeutet:

$$\Delta a = v + na. \quad (\alpha.)$$

Volkmann erhielt bei $340^{mm.}$ Sehweite folgende Mittelwerthe

für horizontale Abstände: $v = 0{,}008210^{mm.}$, $n = \frac{1}{79{,}1}$,

« verticale « $v = 0{,}007319^{mm.}$, $n = \frac{1}{45{,}1}$.

Man sieht, dass der Werth von v in Formel $(\alpha.)$ nur bei sehr kleinen Werthen von a in Betracht kommt. Für irgend erhebliche Werthe von a wird $n = \frac{\Delta a}{a}$ und erhält die weiter oben angeführten Werthe. Es geht daraus hervor, dass die Gl. (α) für gröbere und feinere Abstände a gilt, dass v aber erst von einer gewissen Feinheitsgrenze an einen merklichen

*) Der Distanz zweier paralleler feiner Silberfäden wurde die Distanz eines dritten parallelen, durch eine Mikrometerschraube hin- und herzubewegenden, Fadens möglichst gleich zu machen gesucht.

Werth erhält, der um so einflussreicher wird, je mehr a abnimmt, wobei alsdann auch n einen grösseren Werth als oben $\frac{\Delta a}{a}$ erhält.

Da der Werth von n und mithin auch von Δa für horizontale Abstände erheblich weniger beträgt als für verticale, so folgt, dass die Schätzung kleiner **horizontaler** Distanzen **genauer** als die verticaler ist.

Ungenauer als die Vergleichung der Distanzen zweier parallel gerichteter Linien ist die Vergleichung horizontaler Dimensionen mit verticalen, und es ergibt sich dabei als constanter Fehler, dass wir verticale Längen für grösser halten als gleich lange horizontale, was sich bei der Zeichnung von Quadraten erweist, indem wir dieselben in der Regel zu niedrig machen.

Ueberhaupt wird bei Vergleichung zweier Objecte mit einander ein Fehler des Augenmaasses um so leichter begangen, je weniger die zu vergleichenden Linien oder Flächen übereinstimmende Lagen haben.

Bei Schätzung des Verhältnisses zweier von unserer Medianebene nach verschiedenen Seiten hin gerichteten Distanzen ergibt sich nach Volkmann der constante Fehler, dass wir die linksliegenden für kleiner und die rechtsliegenden für grösser halten als sie sind. Will man eine Linie in eine linke und rechte Hälfte theilen, so fällt der linke Theil in der Regel zu gross, der rechte zu klein aus.*)

Wenn man eine Anzahl horizontaler und verticaler Linien auf dem Papier zieht und sie nach dem Augenmaasse möglichst genau halbirt, und nachher mittelst des Zirkels prüft, so findet man auch, dass der Fehler in der Halbirung verticaler Linien im Allgemeinen viel grösser als der horizontaler ist.

Ob zwei gerade Linien einander parallel sind oder nicht, können wir sehr genau unterscheiden, ebenso die Gleichheit zweier Winkel, deren Schenkel einander parallel sind.

Dass wir auch die Gleichheit zweier an einer und derselben Geraden liegenden Winkel, deren zweite Schenkel nicht parallel sind (des Einfalls- und Abschlagswinkels), genau beurtheilen können, zeigt die Virtuosität vieler Billardspieler.

*) Es war mir interessant, von dem tüchtigen Xylographen, aus dessen Atelier die vorliegenden Holzschnitte hervorgingen, die ohne directes Befragen gethane Aeusserung zu hören, dass er, wenn er eine horizontale Distanz nach dem Augenmaasse theile, gewöhnlich die linke Hälfte zu gross mache.

Fig. 50.

Trotz dem kommt bei den meisten Menschen beim anscheinend einfachsten Falle, der Beurtheilung rechtwinkliger Nebenwinkel, ein constanter Irrthum vor. Ist nämlich die eine der sich im rechten Winkel durchkreuzenden Linien horizontal, die andere vertical, so erscheinen in der Regel dem rechten Auge die rechts oben und links unten gelegenen Winkel stumpf, die beiden andern spitz, und das linke Auge erhält den entgegengesetzten Eindruck. «Dabei ist» nach Helmholtz (a. a. O. S. 546) «zu beachten, dass man beide Augen nach einander senkrecht gegen die Fläche der Zeichnung auf den Kreuzungspunkt der Linien einstellen muss. Versucht man nach dem Augenmaasse zu einer gegebenen Horizontallinie eine Verticale zu ziehen, so weicht deren oberer Theil um etwa 1° nach rechts ab, wenn man mit dem rechten Auge sehend die Zeichnung gemacht hat, und nach links, wenn es mit dem linken Auge geschah.»

Der allgemeinste Irrthum, welcher bei Beurtheilung von Winkeln überhaupt begangen wird, ist der, dass man die spitzen Winkel für grösser hält als sie sind.

Fig. 51.

Fig. 52.

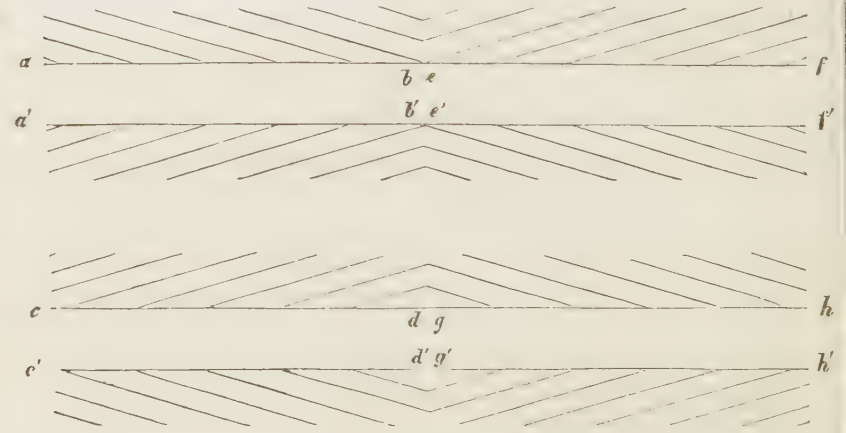


Fig. 53.

Hierauf beruhen die in den Figuren 52, 53 und 54 vorgeführten optischen Täuschungen. In Fig. 51 sieht man die beiden Stücke der durch den dicken Strich AB getrennten geraden Linie ab verschoben, so dass ac parallel mit bd, aber etwas höher gelegen erscheint. In der von Hering gegebenen Fig. 52 scheinen die geraden Linien af, a′f′, ch, c′h′ in der Mitte in einem stumpfen Winkel gebogen, so dass die Hälften ab, c′d′, e′f′, gh, deren Strichelchen einander parallel sind, einander parallel zu verlaufen scheinen, und ebenso die Hälften a′b′, cd, ef, g′h′, deren Strichelchen ebenfalls einander wirklich parallel sind. In dem Zöllner'schen Muster (Fig. 53), in welchem sämmtliche senkrechte Geraden einander wirklich parallel sind, scheinen die mit dem vorhergehenden gleichnamigen ab, c′d′, e′f′, gh, ... und ebenso a′b′, cd, g′h′ ..., deren kurzen Striche einander parallel sind, einander parallel zu verlaufen, während je zwei benachbarte in einen spitzen Winkel gegen einander geneigt erscheinen.

Sobald mithin eine gerade Linie durch eine Reihe paralleler Striche ziemlich schräg durchschnitten wird, so erscheinen die spitzen Scheitelwinkel vergrössert, und, während die Richtung der schrägen Striche richtig aufgefasst wird, erscheint die sie durchschneidende Gerade etwas gegen ihre wirkliche Lage geneigt.

Diese Täuschung bedarf übrigens zu ihrem Zustandekommen einiger Zeit, indem sie bei blos momentanem Anblicken oder bei Erleuchtung der betreffenden Figur durch einen elektrischen Funken ausbleibt.

Hinsichtlich der Ursache, warum die spitzen Winkel grösser erscheinen, als sie sind, liegt die Vermuthung nahe, dass diese Täuschung auf der Irradiation beruhe, indem diese die von den beiden Schenkeln eines spitzen Winkels begrenzte Fläche breiter, als sie wirklich ist, er-

Fig. 54.

scheinen lasse. Betrachten wir die Fig. 51, welche einen weissschenklichen spitzen Winkel auf schwarzem Grunde und einen ganz gleichen schwarzschenklichen auf weissem Grunde darstellt, aufmerksam, so erscheinen uns die Schenkel des ersteren länger und von der Spitze gegen die halbe Länge hin einander näher gerückt, während bei der zweiten das Entgegengesetzte stattzufinden scheint. Dieses Ergebniss ist jedoch nicht auffallend genug, um die in Rede stehende Täuschung auf diese Art genügend zu erklären. Eine befriedigende Erklärung bleibt späterer Forschung vorbehalten

Das Augenmaass erhält bei Schätzung kleinerer Distanzen durch markirte kleinere Zwischenräume ebenso gut einen erheblichen Succurs, wie das Sehen überhaupt bei Beurtheilung grösserer Entfernungen. (S. S. 195). Hierdurch kann aber auch zu Täuschungen Veranlassung gegeben werden.

Fig. 54a.

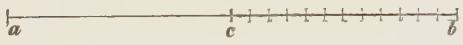
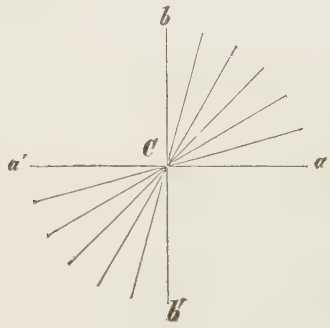


Fig. 54b.



Wir halten z. B. das Stück b c (Fig. 54a. u. b.) der Geraden a b für grösser als das Stück a c, und die Winkel b c a und a′ c′ b′ für grösser als die Winkel a′ c b und a c b′, weildie zwischen liegenden Theilstriche uns einen grösseren Begriff von den betreffenden Hälften, resp. Quadranten geben als die andern mit keinem Theilstriche versehenen Hälften, resp. Quadranten an und für sich geben können. (Bei Fig. 54 b. darf man nicht die Figur überhaupt betrachten, sondern muss je zwei benachbarte Felder mit einander vergleichen).

Eine interessante Täuschung des Augenmaasses ist noch folgende.

Bringen wir einen geraden Draht (etwa eine dünne Stricknadel) vor uns, in die Medianebene, und zwar in solcher Höhe, dass sein unteres

Ende im Niveau beider Augen, d. i. in der Primärlage der Blickebene, steht, und bemühen uns, denselben möglichst vertical zu halten, so erscheint er uns, wenn wir den Kopf vor- oder zurückbeugen, nicht mehr lothrecht, sondern wir müssen ihn, um ihn anscheinend lothrecht zu machen, mit seinem oberen Ende bei zurückgebeugtem Kopfe (abwärts gerichteten Blicklinien) gegen das Gesicht zu und bei gesenktem Kopfe (gehobenen Blicklinien) von dem Gesichte ab drehen.

Diese Täuschung, welche sich mit einem beweglich aufgehängten Drahte, den man mittelst eines andern zu sich heranziehen oder von sich entfernen kann, genauer constatiren lässt, beruht auf einer Eigenthümlichkeit des Sehens mit beiden Augen, welche erst im nächsten §. näher betrachtet werden kann.

Auf derselben Eigenthümlichkeit beruht auch folgende Täuschung.

Wenn man eine Anzahl concentrischer Kreise, durch welche ein Durchmesser gelegt ist, so vor sich hält, dass der Durchmesser aufrecht zu stehen kommt und den gemeinsamen Mittelpunkt mit erhobenem oder gesenktem Blicke fixirt, so erscheint das obere Ende des Durchmessers bei erhobenem Blicke dem Gesichte näher, bei gesenktem ferner als die Ebene der Kreise.

Die analytische Theorie dieser optischen Täuschungen ist im Coroll. des folgenden §. unter *Meridian-* und unter *Circularhoropter* enthalten.

Unter der Rubrik dieses §. haben wir noch Verschiedenes zu betrachten:

I. Die Wahrnehmung entoptischer Objecte.

Man versteht darunter die Wahrnehmung von physiologischen oder pathologischen Objecten und Vorgängen im inneren Raume der Camera obscura des eigenen Auges oder von in deren Doppelobjective vorkommenden Opacitäten. Die hier zu betrachtenden Phänomene, welche mit dem gemeinsamen Namen *Scotome* bezeichnet werden, unterscheiden sich a) in solche, die durch Lichteinwirkung und b) in solche, die von mechanischen Reizen hervorgerufen werden. Die Erzeugungsart der ersteren, welche die wichtigsten sind, ist wieder verschieden, je nachdem das einwirkende Licht durch die Pupille oder durch die transparente Scleralwand in's Auge gelangt.

Die unter a) gehörigen Wahrnehmungen zeichnen sich von den gewöhnlichen Gesichtswahrnehmungen dadurch aus, dass sie von auf der Netzhaut entworfenen Schattenbildern anstatt von Lichtbildern herrühren. Die entoptischen Objecte sind nämlich, wie auch die meisten äusseren Objecte an sich dunkel und vollkommen oder unvollkommen undurchsichtig (opak). Da sie nicht von hinten (von der Retinaseite) her beleuchtet werden, so können sie, auch davon abgesehen, dass der optische Apparat des Auges für sie von keinem Nutzen sein könnte, keinerlei Lichtreiz auf die Retina ausüben. Wird jedoch intensives Licht von einem in der Nähe des vorderen Brennpunkts des Auges befindlichen Leuchtpunkte in's Auge gesendet, so müssen sie einen ziemlich dichten Schatten auf die Retina werfen, welcher um so intensiver ist, je weniger durchscheinend (transparent) sie sind.

a) I. Entoptische Wahrnehmungen vermittelst durch die Pupille einfallenden Lichts.

α. Um kleine opake Stellen des Doppelobjectivs, oder im Innern der Camera obscura, in der Glaskörpersubstanz unseres Auges, befindliche Körperchen wahrnehmbar zu machen, bringt man am einfachsten ein etwas dickes dunkelfarbiges Papierblatt, welches in der Mitte eine kleine runde Oeffnung hat, nahe vor das Auge und blickt durch die Oeffnung nach einer hell erleuchteten Fläche*). Die in das Auge eindringenden Lichtstrahlen haben alsdann denselben Gang, als wenn sie von der sehr kleinen leuchtenden Scheibe der Schirmöffnung ausgingen, und erleuchten die Camera obscura des Auges und die Netzhaut so weit als die Pupillaröffnung gestattet. Eine innerhalb dieser erleuchteten Strecke befindliche Opacität wirft einen Schatten auf die Netzhaut, welcher um so schwärzer ist, je intensiveres Licht von der Schirmöffnung ausstrahlt. Der erleuchteten Polarzone der Netzhaut entspricht das erleuchtete Gesichtsfeld des Auges und der von der Opacität beschatteten Partie desselben entspricht der in das Gesichtsfeld sich projicirende Schattenriss der Opacität.

Man kann auch nach (Helmholtz,) um die Schattenrisse im Sehfelde noch deutlicher zu erhalten, eine Convexlinse von grossem Umfange und kleiner Brennweite in einiger Entfernung von einer Lichtflamme aufstellen und in ihrem Brennpunkte einen Schirm mit einer kleinen

*) Man kann auch den Reflex eines polirten Knopfs oder eines innen geschwärzten Uhrglases (wie bei den Schwerd'schen Beugungsversuchen) aus grosser Nähe in's Auge leiten.

Oeffnung so anbringen, dass das durch letztere blickende Auge die ganze Fläche der Linse gleichmässig erleuchtet sieht.

Bei diesen Versuchen nimmt man die Opacitäten innerhalb der das erleuchtete Sehfeld repräsentirenden Pupillaröffnung in ihrer natürlichen Grösse wahr, wenn die Schirmöffnung im ersten Hauptbrennpunkt des Auges sich befindet, verkleinert, resp. vergrössert, wenn die Schirmöffnung jenseits oder diesseits besagten Brennpunkts befindlich ist.

Fig. 56.

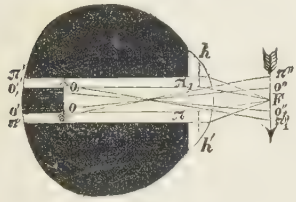


Fig. 57.

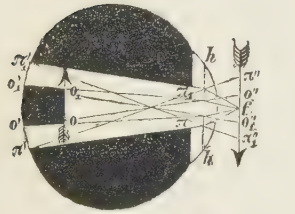
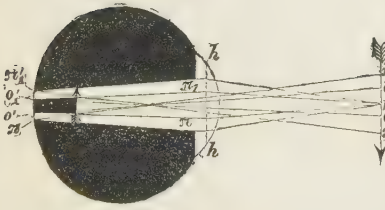


Fig. 58.



Befindet sich die Oeffnung des Schirms in dem ersten Hauptbrennpunkte F des Auges (Fig. 56), so werden alle von ihr ausgehenden, auf die mittlere Hauptebene hh treffenden Strahlen parallel mit der Augenaxe nach der Retina zu verlaufen. Ist nun $\pi_1\pi$ der Durchmesser der durch den humor aqueus hindurch gesehenen Pupille und o_1o ein entoptisches Partikelchen, so ist $\pi_1'\pi'$ der Durchmesser der beleuchteten Polarzone der Netzhaut und $o_1'o'$ der auf letztere von o_1o geworfene Schatten. Die Projection $o''o_1''$ dieses Schattens auf die Schirmebene wird unter dem der wirklichen Grösse der Opacität entsprechenden Gesichtswinkel $o''ko_1'' = oko_1$ aber in verkehrter Stellung gesehen.

Befindet sich (Fig. 57) die Schirmöffnung zwischen dem ersten Hauptprennpunkte und der Hornhaut in f, so ersieht man aus dem Gange der Strahlen, dass sowohl die Schattenbilder $\pi'\pi_1'$ und $o'o_1'$ des Irisrands $\pi\pi_1$ und des opaken Körpers oo_1, als ihre Projectionen $\pi''\pi_1''$ und $o''o_1''$ auf die Schirmebene unter vergrössertem Gesichtswinkel gesehen werden, dass mithin der Schattenriss der Opacität vergrössert und wie im vorigen Falle verkehrt erscheint.

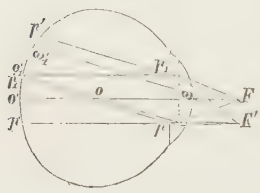
Ist dagegen die Schirmöffnung weiter als der erste Hauptbrennpunkt vom Auge entfernt (Fig. 58), so erscheinen die Netzhautschattenbilder $\pi_1'\pi'$ und $o_1'o'$ des Pupillenrands und der Opacität, sowie ihre Projectionen $\pi_1''\pi''$ und $o_1''o''$ auf die Schirmebene unter verkleinertem Gesichtswinkel. Die Opacität erscheint wieder umgekehrt aber verkleinert.

In allen Fällen wird auch der Schattenriss des Pupillarrands verkehrt gesehen.

Ob die Opacitäten vor oder hinter der Pupillarebene befindlich sind, unterscheidet man darnach, ob sie sich in gleichem oder entge-

gengesetztem Sinne nach dem Pupillarrande bewegen wie die hin- und her zu bewegende Schirmöffnung.

Fig. 59.



Sind z. B. (Fig. 59) ω und o zwei opake Punkte, so decken sich dieselben, da ihre Schatten in o' auf der Netzhaut zusammenfallen, in der Mitte des der Pupillaröffnung entsprechenden kleinen erleuchteten Sehfelds, wenn die leuchtende Schirmöffnung F in der Verlängerung der Augenaxe befindlich ist (in der Figur ist sie im Hauptbrennpunkte liegend angenommen), rückt aber die Lichtquelle nach F', oder wird die Blicklinie nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt, so fällt der Schatten o_1' von o nahe mit dem Schatten p_1' des Pupillenrands p zusammen, während der Schatten ω_1' von ω nahe beim Schatten p' des Pupillenrands p_1 liegt. Da aber die Netzhautbilder o_1', ω_1', sowie die Bildpunkte p', p_1', des Pupillarrands in sich kreuzenden Richtungslinien nach Aussen auf die Schirmebene projicirt werden, so nähert sich die vor der Pupille befindliche Opacität dem Rande des kleinen erleuchteten Gesichtsfeldes in derselben Richtung, in welcher sich die Lichtquelle bewegt, während die hinter der Pupille befindliche sich in entgegengesetzter Richtung dem Rande nähert.

Diese relative Bewegung der Schatten in dem entoptischen Sehfelde heisst die *relative entoptische Parallaxe* und kann dazu benutzt werden, den Ort der Opacitäten annähernd zu bestimmen.

Man kann auch zu diesem Zwecke nach Brewster und Donders auf folgende Art verfahren: Man lässt wie beim Scheiner'schen Versuche durch zwei gegen $1^1/_2{}^{\text{mm.}}$ von einander abstehende Löchelchen eines Kartenblattes, das in der Entfernung der vorderen Brennweite ($= 15^{\text{mm.}}$) von dem zu untersuchenden Auge gehalten wird, Licht einfallen. Alsdann wird die Opacität doppelt gesehen. Die Doppelbilder stehen um so weiter von einander ab, je weiter die Opacität von der Netzhaut entfernt ist. Die betreffende Construction ist einfach und man sieht auch leicht ein, wie man aus der bekannten gegenseitigen Entfernung der Löchelchen des Kartenblattes und der Mittelpunkte der Scotome den wirklichen Ort der Opacitäten construiren und berechnen kann.

Vermittelst der bei dem oben beschriebenen Verfahren auf der eigenen Netzhaut entworfenen Schattenbilder können nun die betreffenden Personen folgende entoptische Objecte, welche in so lange als sie das Sehen nicht beeinträchtigen, als physiologische anzusehen sind, wahrnehmen:

1) Von der Pupille herrührend: Einschnitte und Vorsprünge am Rande des erleuchteten Sehfelds. (Die Verengerung und Erweiterung seiner Pupille kann auf diese Art jeder wahrnehmen, und zwar im umgekehrten Schattenbilde, wenn er das freie Auge von Zeit zu Zeit öffnet und wieder verdeckt*).

*) Führt man zwischen Auge und Schirm eine Stecknadel von unten herauf durch das kleine erleuchtete Sehfeld, so sieht man die Nadel selbst freilich sehr undeutlich, ihre

2) Von der Hornhaut herrührend, und zwar a) unveränderliche Scotome: dunkele Flecken und Linien, Entzündungsproducte, zurückgebliebenen Pulverstaub u. dgl., b) veränderliche: wolkige Stellen, kleine Kreise mit dunkelem Rande und lichter Mitte, — sie werden von dem Secrete der Thränen und Augenliderdrüsen hervorgebracht und verändern sich durch Blinzeln, — wellige meist horizontale Streifen und Netze bildende Linien, welche von der durch Reibung und Druck fest zugekniffenen und dann wieder geöffneten Lider verursachten krausigen Beschaffenheit der Hornhautoberfläche herrühren und sich längere Zeit constant erhalten.

3) Von der Krystalllinse herrührend (nach Listing): a) Perlflecken, runde in ihrer Mitte lichte Scheibchen, bald Luftbläschen, bald Oeltropfen, bald Krystallen ähnlich, — b) dunkele Flecken ohne lichtes Centrum, von partiellen Verdunkelungen der Kapsel oder Linse bewirkt, — c) helle Streifen meist von der Form eines unregelmässigen Sternes mit wenig Ausläufern in der Mitte des Gesichtsfeldes, von Listing für auf der vorderen Kapseloberfläche zurückgebliebene Rudimente der im Fötalzustande der Hornhaut und Linsenkapsel verbindenden Substanz gehalten, — d) dunkele radiale Linien, welche als Andeutungen des strahligen Baus der Linsenschichten aufzufassen sind*).

4) Von im Glaskörper befindlichen beweglichen Partikelchen herrührend: die s. g. *fliegenden Mücken (mouches volantes)*, sie treten auf als Kreise mit lichtem Centrum, vereinzelt oder gruppirt, zu Perlschnüren an einander gereiht, auch als florartige Streifen oder Faltensehr feiner Membranen.

Die im Glaskörper vorhandenen Gebilde, welche die Erscheinung der fliegenden Mücken erzeugen, befinden sich zum Theil nahe bei der Netzhaut und werden alsdann oft ohne Hilfsmittel wahrgenommen**), weil der von ihnen herrührende Schatten genügende Dichte hat. Dass sie sich wirklich und nicht blos scheinbar bewegen, sieht man leicht, wenn man durch eine Fensterscheibe nach dem hellen Himmel oder nach

---

wirkliche Bewegung vollziehen, ihr schwarzes Schattenbild aber von oben herab steigen, d. i. die verkehrte Bewegung machen.

*) Sämmtliche von der Linse herrührenden Scotome sind, wie die unveränderlichen von der Hornhaut erzeugten, stabil.

**) Sie brechen das Licht wie ein Wassertropfen unter dem Mikroscop, der mit einem dunkeln Rande erscheint, während die Mitte erleuchtet ist. Dieser dunkle Rand wirft dann einen dunkeln Schatten auf die Retina, der bei manchen Scotomen auch einen dunkeln Mittelpunkt hat. Der Schatten ist um so dunkler, je geringer die Lichtstärke ist. (Rüte.)

dem beleuchteten Milchglase einer Lampe blickt und einen markirten Punkt der Scheibe oder des Schirmes fixirt; die Mücken scheinen dann langsam herabzusinken; senkt man den Blick und hebt ihn rasch wieder, so machen die Mücken diese Bewegung mit, steigen aber in der Regel etwas höher als der Blickpunkt und sinken dann bei ruhender Blickstellung wieder herab. Da die wirkliche Bewegung dieser Partikelchen die entgegengesetzte der scheinbaren ist, so folgt, dass dieselben specifisch leichter als die Glaskörperflüssigkeit sind. Bemerkenswerth dabei ist, dass diese Körperchen parallel mit der Netzhaut leicht fortschwimmen, dagegen sich in zur Netzhaut senkrechter Richtung nicht fortbewegen können, wie man leicht findet, wenn man sich auf den Rücken legt und nach dem Zenith des hellen Himmelgewölbes sieht, wobei die Partikelchen sich transversal bewegen, während sie ebenfalls herabzusinken scheinen müssten, wenn kein Hinderniss vorhanden wäre. Dieses Hinderniss scheint in jenen feinen concentrischen Membranen zu liegen, welche zuweilen als florartige Falten oder Streifen entoptisch wahrgenommen werden. *)

β) Bringt man ein etwas dickes, nicht transparentes Papierblatt von dunkeler Farbe, welches mitten eine kleine Oeffnung hat, vor das weit geöffnete Auge, während man das andere verdeckt hält, und blickt durch das Löchelchen nach einer in der mittleren Sehweite seines Auges befindlichen hellen Fensterscheibe, so bemerkt man im Blickfelde eine Menge kleiner Pünktchen und Reiserchen, welche sich meistens nach unten zu senken scheinen, wie unter α) bereits näher angegeben worden. Bewegt man alsdann das Papierblatt vor dem Auge hin und her, so nimmt man eine Menge verästelter dunkeler Linien wahr, welche die pendelartige Bewegung des Sehfeldes mitmachen und die man als die stark vergrösserten Blutgefässe der Netzhaut erkennt, indem deren Identität mit den Netzhautgefässen sofort unzweifelhaft erscheint, wenn man dieselben schon an einem lebenden Auge mittelst des Augenspiegels gesehen hat. Diese und die folgenden Methoden, die Centralgefässe der Retina nebst ihren Verzweigungen entoptisch sichtbar zu machen, rührt von Purkinje her, weshalb man das betreffende Phänomen die *Purkinje'sche Aderfigur* nennt. Man gewahrt dieselbe am

*) Die Mouches volantes unterscheiden sich von den von Lähmung einzelner Stellen der Retina herrührenden dunkelen Flecken dadurch, dass die letzteren keine selbstständige Bewegung haben, sondern sich nur mit den Augen zugleich bewegen können.

besten, wenn man das Auge vorher eine Zeit lang mit der Hand verdeckt gehalten hat, bis alle Nachbilder vollkommen erloschen sind. Alsdann bemerkt man auch in der im Blickpunkte befindlichen gefässlosen Stelle des Sehfeldes einen runden Schatten, welcher der Netzhautgrube entspricht, mithin immer den Fixationspunkt deckt und alle Bewegungen der Blicklinie mitmacht.

Bewegt man das Papierblatt horizontal, so sieht man mehr die vertical, bewegt man es vertical, mehr die horizontal verlaufenden Blutgefässe.

Der Erfolg dieses Versuchs sowie der noch weiter anzuführende beruht im Wesentlichen darauf, dass der Schatten der Netzhautgefässe wegen des itensiveren, von einem nahen Punkte ausstrahlenden Lichtes schwärzer werden und auf andere Netzhautstellen fallen wie bei der gewöhnlichen Lichteinwirkung.

γ) Blickt man auf einen dunkelen Hintergrund und bewegt seitlich oder unterhalb des Auges eine Kerzenflamme hin und her, so erhält man die gleiche Erscheinung.

Man sieht hierbei, seitlich von der Blicklinie nach der Flamme zu, sehr schön im schwach erleuchteten Sehfelde die tiefschwarz erscheinenden Aeste und Zweige der Netzhautgefässe.

Bei verticaler Bewegung des Lichtes sieht man mehr die horizontal, bei horizontaler mehr die vertical verlaufenden Gefässe, wie bei dem vorhergehenden Versuche*).

a) II. Entoptische Wahrnehmungen vermittelst durch die Scleralwand eindringenden Lichtes.

Am schönsten sieht man die Purkinje'sche Aderfigur, wenn man durch ein kleines Löchelchen in einem dunkelfarbigen steifen Papierblatte Sonnenlicht durch die Sclerotica eines nach Innen gewandten

*) »Beim gewöhnlichen Sehen mit im Auge convergenten Lichte sieht man, besonders beim Betrachten heller Flächen, z. B. des Schnees, Papiers oder des hellen Himmels, die Blutbewegung im eigenen Auge. Die Erscheinung besteht in einem undeutlichen Wirrwarr, in einem Durcheinanderfahren, Vorüberfahren, Springen von hellen Punkten, oder in einer unregelmässigen Bewegung von Dämpfen. Die Richtung der Bewegung ist meistens sehr unbestimmt und selten ist es mir gelungen, die Richtung der Bewegung einzelner lichter Punkte zu verfolgen. Viel bestimmter sind diese Erscheinungen bei Congestionen nach dem Kopfe, bei Vollblütigkeit, nach starkem Bücken, oder gar bei Entzündungen im Innern des Auges. Das Analogon davon in den Gefühlsnerven ist das Ameisenlaufen (J. Müller). Am auffallendsten bemerkt man diese Erscheinungen, wenn man durch ein oder mehrere recht dunkle blaue oder violette Gläser gegen den hellen Himmel schaut.« (Rüte.)

Auges eindringen lässt, dessen Blicklinie auf einen dunkelen oder blaurothen Schirm gerichtet ist.

Concentrirt man nach Helmholtz starkes Licht, am besten Sonnenlicht, durch eine Convexlinse von kleiner Brennweite auf einen Punkt der äusseren Scleralwand, möglichst weit von der Hornhaut entfernt, und blickt dabei auf eine dunkele Wand, so ist die Erscheinung noch deutlicher und man sieht die Netzhautgefässe im rothgelb erleuchteten Gesichtsfelde sehr prononcirt. Die dem Blickpunkte entsprechende gefässlose Stelle hat ein eigenthümliches Aussehen, welches Helmholtz mit chagrinirtem Leder vergleicht, und einen stärkeren Glanz wie der übrige, gleichmässig erleuchtete Grund.

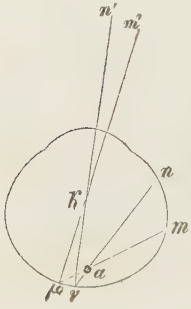
b) Entoptische von **Druckwirkung** herrührende Wahrnehmungen.

Die von mechanischen, das Auge treffenden und sich auf die Netzhaut fortpflanzenden Sollicitationen herrührenden Gesichtswahrnehmungen haben wir bereits S. 158 angeführt. Bei anhaltendem möglichst gleichmässigem Drucke kann man nach Vierordt und Leblain die Verästelungen der Netzhaut und Chorioidealgefässe, erstere mit bläulich silberglänzender Farbe, letztere als intensiv rothes Netz mit schwarzen Maschenräumen wahrnehmen.

Die hier zu Grunde liegende Netzhautreizung wird erzeugt durch die bei der gehemmten venösen Circulation entstehende Stauung und Klemmung der Blutkügelchen in den Gefässen der Retina und Chorioidea.

Die bei dem unter a) II. erwähnten Versuche, wenn man den Focus der Linse successive auf verschiedene Stellen der Sclerotica fallen lässt, sich geltend machende entoptische Parallaxe hat als hauptsächliche Stütze für die Annahme gedient, dass die Stäbchenschicht allein für die Lichtreize empfänglich sei.

Fig. 59a.



Lässt man nämlich den Focus der Linse vom Punkte m (Fig. 59) der Sclerotica nach n wandern, so wird der Schatten eines Netzhautgefässes a von μ nach ν rücken. Während man mithin den Schatten μ als von einem im Punkte m' des äusseren Sehfelds befindlichen Objecte herrührend auslegt, wird dieses Object bei der vorgenommenen Verlegung des Focus nach n' gerückt erscheinen. Der Bogen $\mu\nu$ wird um so grösser sein, je entfernter a von $\mu\nu$ ist und in demselben Verhältnisse auch der Winkel $\mu k \nu$ oder m'k n'.

Legt man das schematische Auge (s. S. 22) zu Grunde, so kennt man den Ort des mittleren Knotenpunktes k und kann aus dem gemessenen Bogen m′ n′ den Bogen $\mu\nu$ und vermittelst dessen und des gemessenen Bogens m n den Ort des Gefässes a berechnen.

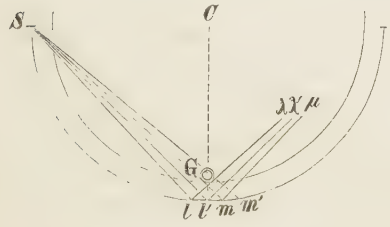
Auf solche Art hat H. Müller die Entfernung des Schattens von dem bezüglichen Gefässe zu 0,19 bis 0,32$^{mm.}$ gefunden.

Da das arithmetische Mittel dieser Werthe mit der Entfernung der Stäbchenschicht von den Netzhautgefässen, welche circa 0,2$^{mm.}$ beträgt, übereinstimmt, so gilt dieser Versuch noch heute als ein Hauptbeweis für die Theorie, nach welcher ausschliesslich der Stäbchenschicht eine Lichtperception zukommt.

Seitdem jedoch festgestellt worden, dass die in dem Auge statthabende nicht unbeträchtliche Reflexion, welche die Ursache des Augenleuchtens ist, in den Aussengliedern der beiden Elemente der Stäbchenschichte stattfindet (s. S. 152), kann das Müller'sche Versuchsresultat in der angegebenen Richtung durchaus nicht mehr als beweisend angesehen werden.

Das bei dem betreffenden Experimente in's Auge eindringende Licht wird nämlich von den Aussengliedern der Stäbchen und Zapfen der Netzhaut bis zur Ora serrata nach den verschiedensten Richtungen reflectirt.

Fig. 59 b.



Diejenigen Strahlen nun, welche an dem schattenwerfenden Gefässe G (Fig. 59 b.) auf der Seite der Lichtquelle vorübergehen, wie S l, S l′, S m, werden so reflectirt, nach λ, λ', μ, dass sie durch sämmtliche zwischen dem Gefässe und der Stäbchenschicht befindlichen Netzhautschichten hindurch gehen und mithin alle in denselben liegenden Elemente, namentlich auch die in dem Schattenkegel m G m′ der von S ausgehenden directen Strahlen befindlichen, erleuchten. (Dieselben können mithin an der Perception des Schattens keinen Theil haben). Die in diesem Schattenkegel befindlichen Aussenglieder selbst werden dagegen von dem reflectirten Lichte wenig oder nichts erhalten, weil die Strahlen an ihnen nach dem Innern des Auges zu vorübergehen, und müssen somit hier allein die percipirenden sein.

An die im Vorhergehenden geschilderten entoptischen Erscheinungen, an deren Bildung die Seele nur insofern Antheil hat, als sie dieselben zum Bewusstsein bringt und nach Aussen projicirt reihen sich

Die phantastischen Gesichtserscheinungen*), an denen die Seele einen viel regeren Antheil nimmt, indem sie entweder die in der Retina, vom Drucke des in den Netzhautgefässen circulirenden Bluts erzeugten Bilder, oder zurückgebliebene Nachbilder etc., zu Phantasmen mit den verschiedensten Farben und Gestalten steigert *(Illusionen)*, oder indem sie die Producte ihrer eigenen Thätigkeit**) auf den Gesichtssinn überträgt und zu scheinbar selbstständigen Objecten des Gesichtsfeldes gestaltet *(Hallucinationen)*.

Ueber Illusionen sagt J. Müller: (Ueber die phantastischen Gesichtserscheinungen §. 52): „Ich habe oft bemerkt, wie mir bei geschlossenen Augen aus den im Sehfelde haftenden Lichtflecken und Nebeln besondere Gestalten wurden. Unter diesen Umständen war aber der Lichtflecken, indem die Einbildung bald eine Wolke, bald ein Thier sah, zuletzt doch haftend, er verschwand nicht bei allem Wechsel des Eingebildeten."

Die Illusionen werden in der Regel durch jede Reflexion verscheucht, während die sie bedingenden Licht- und Farbenflecken zurückbleiben, pflegen aber nach dem Aufhören bewusster Seelenthätigkeit wiederzukehren. Treten sie vor dem Einschlafen ein, so ragen sie oft in das Traumleben hinein und bedingen die Gestalten des Traumes. Umgekehrt ragen die Traumgestalten mitunter auch in das Wachen hinein und verharren in der Gestalt, die sie während des Schlafes hatten.

Manche besitzen die Gabe, bei geschlossenen Augen sich die Erscheinung beliebiger Gestaltungen sichtbar zu machen. Göthe sagt: „Ich habe die Gabe, wenn ich die Augen schliesse und mit niedergesenktem Haupte mir in die Mitte des Sehorgans eine Blume denke, so verharrt sie nicht einen Augenblick in ihrer ersten Gestalt, sondern sie legt sich auseinander und aus ihrem Innern entfalten sich wieder neue Blumen aus farbigen, auch wohl grünen Blättern; es sind keine natürlichen Blumen, sondern phantastische, jedoch regelmässig wie die Rosetten der Bildhauer. Es ist unmöglich die hervorsprossende Schöpfung zu fixiren, hingegen dauert sie so lange als mir beliebt, ermattet nicht und verstärkt sich nicht, dasselbe kann ich hervorbringen, wenn ich mir den Zierrath einer buntgemalten Scheibe denke, welche dann ebenfalls aus der Mitte gegen die Peripherie sich immerfort verändert, völlig wie die Kaleidoscope."

(Eine sehr schöne Beschreibung der „Erscheinungen vor den geschlossenen Augen bei dem Einschlafen" gibt J. Hoppe in Betz, Memorabilien, XIV. 5. S. 105).

Die Hallucinationen kommen vorzugsweise bei Geisteskranken, aber auch bei Geistesgesunden, insbesondere auch bei Erblindeten vor.

Sowie die Illusionen bedingt oder wenigstens begünstigt werden durch eine erhöhte Sensibilität der Retina (z. B. nach anhaltendem Gebrauche der Augen), so werden die Hallucinationen bedingt durch eine krankhaft gesteigerte Sensibilität des Sehnerven und seiner Endeausbreitung (Retina) und eine krankhafte

*) Wir geben die Beschreibung dieser Erscheinungen nach Rüte, Lehrb. der Ophthalmologie, 2. Aufl., I. S. 191.

**) Diese Productionen werden jedoch in der Regel durch Reizzustände in dem Verlaufe des Sehnerven oder der mit diesem in Verbindung stehenden Gehirnprovinz hervorgerufen.

Gereiztheit des Gehirns. Sie sind desshalb meistens Vorboten oder Symptome von Gehirnaffectionen oder Folgen intensiver entzündlicher Affection des Sehnerven und seines Ursprungs im Gehirne. So wurde in mehreren Fällen von exquisiten Hallucinationen, wobei die fremdartigsten Dinge, sowie Personen in leibhaftiger Gestalt gesehen wurden, nach dem Tode Atrophie der Sehnerven und Erweichung der Thalami gefunden. — „Was die Geisterseherei betrifft, so können von Natur phantastische Menschen es durch ein sich Hingeben an Lesen ascetischer Schriften u. dgl. dahin bringen, ihre *Visionen* mit Willkür hervorzurufen. Auf diese Weise war es, dass ein so gelehrter Mann als Swedenborg in die Geisterseherei verfiel, auf diese Weise hatte die Kranke des Dr. Kerner, die Seherin von Prevost, ihre Erscheinungen und Beide glaubten auf das Festeste an die Wirklichkeit und Objectivität einer Wahrnehmung, welche doch nur subjectiv sein konnte."

II. Die monoculare Tiefenwahrnehmung*). In wie weit die a priori wahrscheinliche Annahme der Tiefenperception der Netzhaut durch wirkliche Wahrnehmung der Tiefenunterschiede des Sehfelds bestätigt wird, wollen wir auf folgende Art zu ermitteln suchen. In dem oberen Querstücke des Rahmens einer Verbindungsthüre zwischen Zimmer und Kabinet befestigen wir ein in der Mitte seiner Länge mit einem Loche versehenes eisernes ungefähr einen halben Meter langes Stäbchen vermittelst eines Drahtstifts so, dass es wagrecht nach allen Richtungen gedreht werden kann. An dieses Stäbchen hängen wir vermittelst weiter Schleifen drei, durch an ihren unteren Enden angebrachte kleine Gewichte gespannte, gleichdicke Fäden von schwarzer Seide so auf, dass der mittlere dem Drehungspunkte möglichst nahe, die beiden anderen aber gleichweit von diesem entfernt sind, und sowohl von den Fenstern des Zimmers als den seitlichen des Cabinets mit Tageslicht gleichmässig beleuchtet werden.

Wir stellen uns im Zimmer in verschiedenen Entfernungen von den Fäden so auf, dass die durch den mittleren Faden gehende Blicklinie ungefähr senkrecht auf die mit einer gleichmässigen gelben oder hellgrauen Tapete bekleidete Wand des Cabinets gerichtet ist.

Vermittelst des kleinen eisernen Wagbälkchens können den beiden äussersten Fäden (der mittlere im Drehungspunkt befindliche bleibt un-

*) Eine möglichst vielseitige Ventilation der Frage, ob nicht das Netzhautbild, welches factisch mit drei Dimensionen durch die verschiedenen Netzhautschichten sich erstreckend vermittelst concentrirter Lichtpunkte erzeugt wird und das bei inactiver Accommodation ohne die Nervenfaserschicht zu rechnen das ganze sphärische Sehfeld mit Ausnahme einer um den mittleren Knotenpunkt des Auges gedachten Kugel von nur 1,36 Meter Halbmesser — repräsentirt (S. 186), zur Erkennung und Beurtheilung der räumlichen Verhältnisse des Sehfelds beitrage, bedarf sicher keiner Entschuldigung.

verändert) beliebig solche Stellungen gegeben werden, dass bald der vordere bald der hintere rechts oder links liegt.

Nachdem nun von einem Gehilfen, während der Beobachter die Augen geschlossen hält, den Fäden eine dem Letzteren unbekannte Stellung gegeben wird, sieht dieser mit einem Auge durch eine innen schwarze Röhre nach denselben, indem er für den mittleren Faden accommodirt, und bestimmt, ob der rechte oder linke der beiden äussersten Fäden vornen liegt. (Die drei Fäden müssen sich dabei immer zugleich im Gesichtsfelde der Röhre befinden).

Vermittelst dieser Versuche ergab sich, dass es nicht möglich ist, auf solche Art mit Sicherheit zu bestimmen, welcher Faden vornen oder hinten liegt. Wurde indess für den mittleren Faden gut accommodirt, so war in der grossen Mehrzahl der Fälle das Urtheil ein richtiges. Es wurden hierbei noch folgende, wie es uns scheint, wichtige Bemerkungen gemacht:

1) Bei Accommodation für den mittleren Faden schien dieser immer aus der Ebene der beiden anderen herausgerückt, und zwar um so mehr, je geneigter die Ebene der drei Fäden gegen die Blicklinie gestellt war.

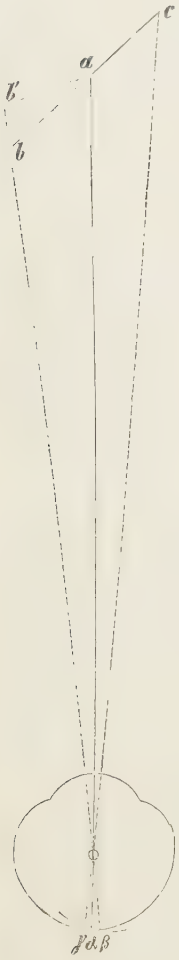
2) Wurde für den hintersten Faden accommodirt, so rückten die drei Fäden nahezu in eine auf der Blicklinie senkrechte Ebene, und dies war noch genauer der Fall, wenn für die hintere Wand (des Cabinets) accommodirt wurde.

3) War einmal durch Accommodation für den hintersten Faden oder für die Hinterwand die Vorstellung der gleichen Entfernung der drei Fäden von der Antlitzfläche erweckt worden, so gelang es nur schwer durch Accommodation für den vorderen Faden sich derselben zu entschlagen.

Wir glauben diese Resultate in folgender Weise naturgemäss zu interpretiren:

Nimmt man an, dass bei genauer Accommodation eines Auges für einen in der Blicklinie αa (Fig. 59c.) liegenden Punkt a die Spitze des gebrochenen Strahlenkegels in die Stäbchenschicht der Netzhautgrube α fällt, so wird die Spitze des gebrochenen Strahlenkegels eines dem Auge näheren Punktes b hinter die Stäbchenschichten, in β, und die eines ferneren Punktes c in die Körnerschichte der Retina in γ fallen. Der Niveauunterschied von a und b wird hiernach nicht gehörig wahrgenommen werden, da ihre beiden Bilder (b etwas diffundirt, mithin nicht ganz scharf) in einer und derselben Netzhautschichte liegen. Der Punkt b

Fig 59c.



wird mithin weiter zurückliegend, etwa in b', gesehen und a tritt in Folge hiervon aus der Flucht der beiden äussersten Fäden hervor.

Auf dieselbe Art erklärt es sich, unserer Ansicht nach, dass bei Accommodation für die Hinterwand die drei Fäden in nahe gleichem Niveau (d. i. zur Blicklinie senkrecht) gesehen werden. Deshalb ist es auch bei Anstellung obigen Versuchs, wenn ein Resultat aus der Anzahl der positiven und negativen Ergebnisse gewonnen werden soll, durchaus nöthig, wo möglich sogleich nach Eröffnung des Auges für den mittleren Faden zu accommodiren. Man muss übrigens in Rücksicht auf erwähnte Unsicherheit bedenken, dass das Auge nicht dazu bestimmt und auch nicht darauf eingeübt ist, den Unterschied der Entfernung vereinzelter Punkte oder Linien im Sehfelde zu beurtheilen, und dass das Distinctionsvermögen der inneren Netzhautschichten höchst wahrscheinlich dem der Stäbchenschicht der Netzhaut beträchtlich nachsteht. Desshalb aber den ersteren alles Perceptionsvermögen abzusprechen, erscheint uns gerade so, als wenn man den, einen weitläufigen Bestandtheil des Gehörgangs bildenden, häutigen Bogenröhren, weil sie nicht so fein, wie das membranöse Spiralblatt der Schnecke organisirt sind, alle akustische Bedeutung absprechen wollte *).

Die Reizung der Stäbchen- und Körnerschichten der Retina, welche in qualitativer, quantitativer und localer Hinsicht genau dem Netzhautbilde in seinen drei Dimensionen entspricht, scheint uns die Urquelle

*) Die gegenwärtig allgemein acceptirte Hypothese, dass die Zapfen und Stäbchen die allein Licht empfindenden Elemente der Netzhaut seien, rührt von Kölliker her (s. Hdb. d. Gewebelehre 1852, S. 607) und beruht hauptsächlich wohl auf demselben Grunde, welchen der genannte Autor dafür anführt, dass den Opticusfasern in der Nervenfasernausbreitung der Retina keine Lichtempfindung zukomme (was aus andern Gründen an sich nicht bezweifelt werden kann). Als solchen führt er nämlich an, »dass die Opticusfasern fast überall in der Retina und vor allem in der Nähe der Macula lutea in solcher Menge über einander lägen, dass sie unmöglich Licht empfinden könnten, indem jeder Lichteindruck, weil die Fasern durchsichtig sind, immer viele Fasern treffen und so nothwendig ganz verworrene Sensationen erzeugen müsste«.

unserer Gesichtswahrnehmungen, in so weit sie mit einem Auge möglich sind, zu sein, aber allerdings nicht das alleinige Moment, indem die durch Erlernen und Einüben von Kindheit an erworbene und bei uns meist unbewusst zur Geltung kommende Erfahrung dabei, wie oben auseinandergesetzt, eine wichtige Rolle spielt.

Hinsichtlich der Deutung der dem Netzhautbilde in seinen drei Dimensionen entsprechenden Reizung ist es wesentlich, dass wir bei Fixation eines Objects immer so accommodiren, dass das Bild des fixirten Punktes in die Netzhautgrube, und mithin in die hinterste Netzhautschicht fällt. Denn wäre dem nicht so, so würde die Beurtheilung der verschiedenen Entfernungen der Objecte von unserem Standorte einer festen Basis ermangeln.

Stellen wir die Gründe zusammen, welche für die Tiefenperception der Netzhaut und die darauf beruhende Wahrnehmung des Sehfelds sprechen, so sind es folgende:

1) Aus dem Hering-Helmholtz'schen Experimente (S. 210) ergibt sich, dass wir eine dem Auge sehr nahe Ebene als eine convexe Cylinderfläche sehen, und wir haben oben (S. 182) gezeigt, dass das Netzhautbild einer dem Auge sehr nahen Ebene eine ähnliche Form hat wie das einer entfernteren convexen Cylinderfläche (eigentlich Kugelfläche).

2) Bei dem vorhin (S. 227) beschriebenem Experimente lässt sich das scheinbare Zurücktreten des dem Auge zunächst befindlichen Fadens annähernd in das Niveau des mittleren, sowie auch das scheinbare In's-Niveautreten der drei Fäden bei Accommodation für die Ferne nicht wohl ungezwungener als oben geschehen erklären.

3) Die angeborene Art des Sehens nach Richtungslinien erklärt sich am leichtesten so wie auf S. 192 geschehen, unter Voraussetzung der Tiefenperception der Netzhaut*).

---

*) Wäre die Netzhautempfindung eine rein flächenhafte, so müsste der angeborene Modus des Sehens nach Richtungslinien in einer der Stäbchenschicht der Netzhaut inhärirenden angeborenen oder erworbenen Eigenthümlichkeit, die empfangenen Reizungen auf in der Richtung durch den mittleren Knotenpunkt nach Aussen hin gelegene Objecte zu deuten, beruhen. Wenn alsdann aber durch Wirkung einer Brille der zweite Knotenpunkt des combinirten Systems von k_2 (Fig. 38 a.) nach k'_2 verlegt würde (s. S. 116), so müsste das Auge die vom Objectpunkt S in t'_2 empfangene Reizung zwischen k_2 und k_1 hindurch nach S'' versetzen, mithin S in anderer Richtung sehen als ohne Brille. Nach unserer über den Grund des Sehens nach Richtungslinien aufgestellten Theorie wird hier eine Reihe von, vom hinteren Vereinigungspunkte nach vornen zu gelegenen, an Intensität abnehmender Sammelpunkte den Anfang der Richtungslinie $t'_2 k'_2$ bilden, so dass das Object AS in demselben Gesichtswinkel $t'_2 k'_2 P = t_2 k_2 P$ gesehen wird, wie ohne Brille. (Vgl. S. 117.)

4) Es widerspricht der Oekonomie der Natur, den weitaus grössten Theil der Nervenhaut des Auges ohne irgend welche specifische Functionen zu belassen. (S. 229.)

5) Eine Verwirrung der durch die Netzhauteindrücke entstehenden Sensationen ist so wenig bei Annahme der Lichtperception der Körnerschichten zu befürchten, wie eine Unklarheit des ebenfalls nach drei Dimensionen sich erstreckenden von dem Objective eines Mikroscops erzeugten Bilds durch die vor oder hinter ihrem Kreuzungspunkte dasselbe durchsetzenden Lichtstrahlen. (S. 187.) Das von der Camera obscura des Auges in der Retina entworfene Bild ist die Summe unendlich vieler, aneinander grenzenden Vereinigungs- oder Sammelpunkte. Ist das Bild rein, so müssen es auch die demselben entsprechenden Netzhauteindrücke sein. Denn die Netzhauteindrücke sind nichts anders als die in den Sammelpunkten der Lichtstrahlen von diesen letzteren bewirkten Netzhautreizungen.

III. Das monoculare und binoculare Sehfeld. In der Note zu S. 6 haben wir das „*Sehfeld*“ als denjenigen Theil des *Gesichtsfeldes*, d. i. des mit beiden Augen bei aufrechter ruhiger Kopfhaltung zu übersehenden Raumes, definirt, welchen ein Auge bei irgend einer angenommenen Stellung wahrnimmt*). Während das Gesichtsfeld von links nach rechts einen Raum von mehr als zwei rechten Winkeln umfasst, nach oben aber durch das Dach der Augenhöhlen erheblich beschnitten wird, am meisten in der Gegend der Nasenwurzel**), ist das monoculare Sehfeld auch nach Innen beträchtlich beschnitten durch die Nase, oder, genauer gesagt, durch eine fächerartige Fläche, welche vom Knotenpunkte des einen Auges ausgehend und den Nasenrücken tangirend in den Raum ausstrahlt. Dadurch bleibt ein beträchtlicher seitlicher Theil des Gesichtsfelds dem Sehfelde je eines Auges ausschliesslich reservirt. Man nennt denselben *monoculares Sehfeld*.

Der beiden Augen gemeinschaftliche Theil des Gesichtsfelds, welcher *binoculares* oder *gemeinschaftliches Sehfeld* genannt wird, macht jedoch immer noch den grössten Theil des Gesichtsfelds aus.

Ein der mittleren Sehweite des eigenen Auges entsprechender Querschnitt des von dem blinden Flecke der Netzhaut herrührenden

*) Wir verstehen mithin unter Sehfeld keine blosse kugelförmige Fläche, sondern den ganzen von dem betreffenden Auge zu übersehenden Raum.

**) Der Umfang des Blickfelds für das directe Sehen, in welchem die Blicklinie bei unbewegtem Kopfe nach allen Richtungen herumgeführt werden kann, fasst 120°. (Rüte, Ophthalm. I. S. 150.)

Defects des Sehfelds lässt sich leicht auf folgende Art construiren.

Man stützt, um sein Auge unverrückt zu erhalten, die Stirne in einer seiner mittleren Sehweite gleichen Höhe über einer weissen Papierfläche auf eine feste Unterlage auf, so dass die Blicklinie senkrecht auf jene Fläche gerichtet ist. Nun macht man auf das Papier ein Kreuz

Fig. 59b.

F als Fixationspunkt und führt eine Feder von der Mitte C der Projection des blinden Flecks nach Aussen hin so weit fort, bis die Spitze der Feder in μ, ν, D, ... sichtbar wird. Dies thut man nach beliebig vielen Richtungen und bestimmt so eine zur Zeichnung des Umfangs genügende Anzahl Punkte. Hierdurch erhält man die Umfangslinie der Projection des blinden Flecks auf die Papierebene.

Der Umriss vorstehender Figur ist von Helmholtz für eine Entfernung von 16 Centimeter des Auges vom Papier in natürlicher Grösse entworfen*).

Ist diese Entfernung AO, wenn man sich den mittleren Knotenpunkt O des Auges senkrecht über A denkt, $= d$, die Entfernung OC des Knotenpunkts vom Mittelpunkte C der Projection $= e$ und $AC = a$, so hat man $e^2 = a^2 + d^2$. Wenn ferner $BC = CD = b$ und die Gesichtswinkel $AOC = \varphi$, $BOC = \psi'$ und $COD = \psi''$ sind, so ist $a = d \operatorname{tg} \varphi$ und $b \cos \varphi (e - b \sin \varphi) \operatorname{tg} \psi' = (e - b \sin \varphi) \operatorname{tg} \psi''$, und man hat mithin:

$$e = \sqrt{a^2 + d^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{d}, \quad \operatorname{tg} \psi' = \frac{b \cos \varphi}{e - b \sin \varphi}, \quad \operatorname{tg} \psi'' = \frac{b \cos \varphi}{e + b \sin \varphi},$$

woraus der Winkelabstand φ der Mitte der Projection des blinden Flecks

*) Die drei kurzen Aeste bedeuten die Anfänge der grösseren Gefässe der Retina im sichtbaren Theile des Sehfelds. Dieselben können öfter noch weiter verfolgt werden. (Helmholtz, physiol. Opt. S. 212.)

Bei den S. 203 erwähnten Versuchen, welche Aubert und Förster zur Ermittlung der Sehschärfe beim indirecten Sehen anstellten, fanden beide Beobachter öfter kleine blinde Flecken, wo einer oder auch beide Punkte des [illegible] plötzlich verschwanden. Ausser solchen Stellen, wo nur eine vorübergehende Blendung stattzufinden schien, waren auch constante [illegible] (H., phys. Opt. S. 221.)

vom Fixationspunkte, sowie der Gesichtswinkel $\psi' + \psi''$ der Projection leicht berechnet werden können.

Als Werth des Winkels AOB fanden Helmholtz und Listing resp. $12^0 25'$ und $12^0 37'$ und als Werth des Winkels AOD beziehungsweise $18^0 55'$ und $18^0 33'$.

Aus den Mittelwerthen der Helmholtz'schen und Listing'schen Beobachtungsresultate, nämlich resp. $12^0 31'$ und $18^0 44'$ erhält man den Gesichtswinkel des Abstands des Mittelpunkts des blinden Flecks vom Fixationspunkte $\varphi = 15^0 40'$ und den Gesichtswinkel der horizontalen Breite BD des blinden Flecks $\psi' + \psi'' = 6^0 13'$, so dass derselbe 11mal grösser als der des Monds ist.

Alle bei irgend einer eingehaltenen Augenstellung, bei welcher die Blicklinie nach F gerichtet ist, innerhalb eines Kegels, dessen Spitze im Knotenpunkt des Auges liegt und dessen Kanten durch den Umfang obiger Figur gehen, befindliche Objecte werden mithin absolut nicht gesehen.

Wir werden deshalb ein in denselben fallendes Object, dessen Existenz und Ort uns bekannt ist, nothwendigerweise vermissen, aber die beträchtliche Lücke des Sehfelds nehmen wir nicht wahr.

Es scheint sehr merkwürdig, dass wir bei vollkommen ruhiger Blickrichtung eines Auges im Sehfelde die Lücke nicht bemerken, sondern dass dieselbe, wenn ihre Umgebung einen gleichmässig gefärbten Grund darstellt, durch die Farbe dieses Grundes ausgefüllt ist.

Klebt man drei Reihen von je drei rothen Oblaten auf eine dunkle ebene Fläche parallel, beziehungsweise vertical unter einander, jede von den benachbarten gleich weit (einen, zwei oder mehr Zoll entfernt, je nach der mittleren Sehweite des Auges, weil bei diesem Versuche keine Brillen angewandt werden dürfen), und fixirt mit einem Auge, während man das andere geschlossen hält, einen bestimmten Punkt so, dass die mittlere Oblate verschwindet, so sieht man das zwischen den acht den äusseren Rahmen bildenden Oblaten liegende mittlere Feld in der gleichmässigen Farbe des Grundes und ohne dass die Stelle der Oblate irgendwie gekennzeichnet ist, in der Regel auch von unveränderter Grösse. (Verschiedene Autoren berichten dagegen, dass ihnen dasselbe in der Art etwas eingeengt erschiene, dass die äusseren horizontalen und verticalen Reihen nach der Mitte zu convexe Bögen bildeten.

Zieht man zwischen den die horizontale und verticale mittlere Reihe bildenden Oblaten auf dem dunklen Grunde weisse Kreidestriche,

so scheinen Anfangs die weissen Linien continuirlich durch die Mitte zu verlaufen. Man kann aber in der Regel bald erkennen, dass dieselben in der Mitte unterbrochen sind, oder dass wenigstens hinsichtlich ihres Verlaufs in der Gegend der mittleren Oblate eine gewisse Unbestimmtheit herrscht. Dem Verfasser erscheint in Uebereinstimmung mit den Dimensionen der Fig. 59 b. die verticale Linie in ihrer Mitte in grösserer Ausdehnung durch den schwarzen Grund unterbrochen, als die horizontale.

Mit dem in Rede stehenden Sehfeld-Defect verhält es sich ähnlich wie mit dem in unserem Rücken gelegenen Theile des Raumes. Wir haben von ihm weder die Vorstellung des Hellen noch des Dunkeln, weil wir ihn überhaupt nicht sehen. Es finden aber bei beiden Defecten des uns umgebenden Raums, von der Grössendifferenz abgesehen, zwei wesentliche Unterschiede statt: 1) weiss Jedermann, dass er das, was in seinem Rücken liegt, nicht sehen kann, während nur Wenige von dem durch den blinden Fleck bewirkten Defecte etwas wissen und sich, wenn sie auch von demselben Kenntniss haben, nur schwer von der aus frühester Kindheit herstammenden Ueberzeugung, dass man nach allen Richtungen hin mit jedem Auge sehen könne, loszumachen vermögen, — und 2) haben wir Kenntniss von dem physischen Hindernisse, welches der Wahrnehmung des hinter unserem Rücken befindlichen Raums entgegensteht, während wir von einem solchen Hindernisse im Auge nichts wissen.

Da wir von einem Hindernisse der Wahrnehmung eines Theils des Gesichtsfeldes kein auf physikalischen Gründen beruhendes Bewusstsein haben, so glauben wir auch da etwas sehen zu müssen, wo wir absolut nichts, weder hell noch dunkel, sehen können. Denn es erscheint uns ebenso paradox dass wir, des gesunden Zustands unserer Augen bewusst, in irgend einem Theile des erhellten Sehfelds nichts sollten sehen können, als wenn es einmal gar kein Wetter geben sollte. Wir können uns das Nichtssehen beim Sehen eben nicht vorstellen.

Aus dieser Ursache ist es eine psychische Nothwendigkeit, dass wir die Lücke des Sehfelds irgendwie ausfüllen und dies geschieht am natürlichsten mit der Farbe des den Defect umgebenden Grundes, weil wir die benachbarten Räume des Sehfelds, in welchen wir keine Objecte wahrnehmen, damit ausgefüllt sehen.

Ist die Umgebung der Sehfeldlücke mit vielen kleinen einander sehr nahen Objecten ausgefüllt, so erscheint uns die Lücke mit ähnlichen

kleinen Gegenständen, z. B. bei einem gedruckten Blatte mit kleinen Buchstaben, ausgefüllt, suchen wir aber dieselben zu erkennen, so nehmen wir die auch bei ihnen herrschende Unbestimmtheit und Unbestimmbarkeit sofort wahr.

§. IV. Von den Augenbewegungen.

Aus dem im vorhergehenden §. Gesagten erhellt zur Genüge, wie wichtig die Augenbewegungen an und für sich und in Verbindung mit den Kopfbewegungen in den beiden ersten Halswirbelgelenken für das Sehen und die Beurtheilung des Gesehenen im Allgemeinen sind.

Hier handelt es sich hauptsächlich darum, zu entscheiden, ob die Gesichtslinie eines Auges aus irgend einer Stellung in eine beliebige andere auf dem kürzesten Wege, d. i. durch Bewegung in einer Ebene, indem sie auf der Kugel des Sehfelds einen grössten Kreis*) beschreibt, oder auf andere Art übergeführt wird, sodann darum, ob bei einer gegebenen Stellung der Gesichtslinie alle seitlich von der Netzhautgrube gelegenen Punkte der Netzhaut eine beliebige, zufällige, oder aber ganz bestimmte Lage haben, und in letzterem Falle darum, das betreffende Gesetz zu bestimmen.

Dieses in der That bestehende Gesetz ist besonders für das indirecte Sehen von grösster Wichtigkeit.

Bevor wir jedoch dasselbe näher erörtern, müssen wir die Art und Weise in Betracht ziehen, in welcher der Bulbus von einer Stellung in eine andere gebracht werden kann, d. i. die Mechanik der Augenbewegungen.

*) Denkt man sich um den Drehungspunkt eines Auges eine Kugel von beliebig grossem Halbmesser construirt, so sind *grösste Kreise* auf der Oberfläche dieser Kugel solche, deren Ebenen durch den Drehungspunkt gehen und deren Mittelpunkt also mit dem Mittelpunkte der Kugel zusammenfallen. (Auf einem Globus sind der Aequator, die Ecliptik, die Meridiane grösste Kreise, dagegen sind die Parallelkreise, den Aequator ausgenommen, keine solche.) Die Blicklinie beschreibt nur dann einen grössten Kreis, wenn sie sich in einer Ebene bewegt. Wird ein Kugelradius in dem zugehörigen Parallelkreise so herumgeführt, dass sein Anfangspunkt immer im Kugel-Mittelpunkte bleibt, so beschreibt er eine Kegelfläche.

Um diese gehörig erklären zu können, haben wir vorerst die einschlägigen anatomischen Details, namentlich die sechs Bewegungsmuskeln des Auges in Berücksichtigung zu ziehen.

Die knöcherne Augenhöhle stellt eine vierseitige Pyramide dar, deren Spitze nach hinten gerichtet ist. Der Zwischenraum zwischen ihr und dem Augapfel wird durch sehr fettreiches Bindegewebe ausgefüllt, in welchen die Muskeln, Nerven und Gefässe des Auges verlaufen. Das durch dieses Fettpolster gebildete Lager des Augapfels, welcher sich darin dreht ähnlich wie der Oberschenkelkopf in der Pfanne, ist nicht ganz unnachgiebig, sondern drückt sich bei starken Seitenwendungen des Bulbus etwas zusammen (S. w. u.).

Der Augapfel ist in seiner Lage durch die Bindehaut und die Augenmuskeln so befestigt, dass er nur Rotationsbewegungen machen kann. Die Bindehaut ist ein dünnes durchsichtiges Häutchen, welches die innere Fläche der Augenlider und den mit der Luft in Berührung stehenden Theil der Oberfläche des Augapfels überzieht.

Die Anzahl der Augenmuskeln, deren Hauptfunction in Besorgung der Drehbewegungen des Bulbus besteht, ist sechs.

Die vier geraden Augenmuskeln (m. recti) entspringen sehnig am Umfange des foramen opticum, d. i. an der nach hinten gelegenen, von den Nerven und Gefässen des Auges durchbohrten Spitze der pyramidalen Augenhöhle. Jeder von ihnen verläuft an einer der vier Seiten des Auges, wonach sie resp. *äusserer, innerer, oberer* und *unterer* gerader Augenmuskel heissen, und heften sich mit einer breiten und dünnen Sehne, etwa $7^{mm.}$ vom Hornhautrande entfernt, an die Sclerotica an. *)

Der äussere und innere gerade Augenmuskel bewegen das Auge um eine verticale, der obere und untere um eine horizontale Axe, welch' letztere von der Nasenseite und etwas nach vornen nach der Schläfenseite und etwas nach hinten gerichtet ist.

Erstere beide bewirken also, wenn jeder allein für sich in Contraction versetzt wird, eine Drehung des Auges gerade nach Aussen oder nach Innen, letztere beide nach Oben oder nach Unten und dabei etwas nach Innen **).

*) Die Drehungsaxen der drei Muskelpaare schneiden sich in dem *Drehungspunkte* des Auges.

**) Denkt man sich die optische Axe des Auges gerade nach vornen gerichtet und lässt nun in Gedanken den Bulbus um die Axe des oberen und unteren geraden Augenmuskels, welche

Zwei den Bulbus um eine und dieselbe Axe drehende Muskeln (z. B. der Rectus internus und externus) heissen *zusammengehörige* und constituiren ein *Muskelpaar*.

Wenn zwei zusammengehörige Muskeln mit gleicher Kraft wirken, so erzeugen sie keine Drehbewegung, sondern blos einen Druck des Bulbus gegen sein Lager (m. recti) oder einen Zug desselben in entgegengesetzter Richtung (m. obliqui).

Wenn zwei verschiedenen Paaren angehörende gerade Augenmuskel zusammenwirken, so ist die Axe der resultirenden Drehung die Diagonale des mit den Axen der Einzeldrehungen nach Art des Parallelogramms der Kräfte zu construirenden Parallelogramms. Die Axen aller durch die geraden Augenmuskeln zu erzielenden Drehungen liegen in einer durch obige beide Axen der Einzelwirkung gelegten Ebene, welche nicht ganz senkrecht zur Blicklinie, sondern etwas von Innen und Vornen nach Aussen und Hinten gerichtet ist.

Die vier geraden Augenmuskeln sind die bedeutendsten, weil sie die wichtigsten Augenbewegungen, nämlich die Richtungsveränderungen der Blicklinie, entweder allein bewirken oder wenigstens den grössten Antheile daran haben.

Die beiden *schrägen Augenmuskeln (m. obliqui)* sind die Hauptfactoren der Drehungen des Auges um die Blicklinie, d. i. der s. g. *„Rad-Drehungen“*, und sind besonders für das indirecte Sehen von Wichtigkeit, wirken aber auch bei solchen Bewegungen mit, welche mit keinen Raddrehungen verbunden sind, z. B. bei derjenigen «gerade nach Oben oder Unten». (S. 240.)

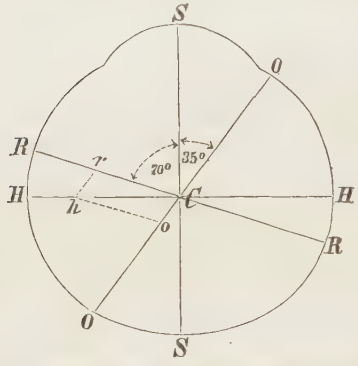
Der *obere schräge* Augenmuskel entspringt wie die musculi recti sehnig, unweit des foramen opticum, verläuft längs des oberen inneren Winkels der Augenhöhle nach vornen und endet in eine rundliche Sehne, welche durch einen mit beiden Enden am oberen Rande der Augenhöhle befestigten faserknorpeligen und mit einer Synovialscheide ausgekleideten Halbring hindurchtritt, dann sich unter einem spitzen Winkel nach Hinten, Unten und Aussen umbiegend gegen den hinteren Theil der oberen Fläche des Augapfels verläuft und sich daselbst mit einer platten Sehne an die Sclerotica anheftet. Wenn dieser Muskel für sich wirkt, so dreht er das Auge nach Unten und Aussen.

von Innen und Vornen nach Aussen und Hinten gerichtet ist, nach oben oder unten rotiren, so sieht man, dass der vordere Augenpol sowohl bei der Rotation nach oben als bei der nach unten etwas nach Innen gedreht wird.

Der *untere schräge* Augenmuskel entspringt im vorderen Theile der Augenhöhle und zwar am inneren vorderen Umfange derselben, läuft am Boden der Augenhöhle — unter dem Endtheil des unteren geraden Augenmuskels — nach Hinten und Aussen, dann bogenförmig nach Hinten und Oben zum hinteren Theil der äusseren Fläche des Augapfels, woselbst er sich, theils fleischig, theils sehnig, an die Sclerotica anhaftet. Für sich allein wirkend dreht er den Augapfel nach Oben und Aussen.

Wirken beide schräge Augenmuskeln zugleich, so bewirken sie eine negative Pressung, d. h. treiben den Augapfel etwas nach vornen, wenn ihre Wirkung nicht etwa durch die gleichzeitige Action der geraden Augenmuskeln (welche eine positive Pressung erzeugt) annullirt wird.

Fig. 60.



Die Lage der Drehungsaxen des oberen und unteren geraden und des oberen und unteren schiefen Augenmuskels ist aus nebenstehender Figur (60), welche den Horizontalschnitt des rechten Auges, von Oben betrachtet, vorstellt, zu ersehen. Ist S S die Sehaxe und H H eine darauf Senkrechte, so ist R R die Drehungstaxe für die oberen und unteren geraden Augenmuskeln und O O die Drehungsaxe für die oberen und unteren schiefen Augenmuskeln, wobei die Winkel, welche beide Axen mit der Sehaxe bilden, beziehungsweise 70^0 und 35^0 betragen.

Die Lage der Drehungsaxen, um welche jeder Muskel für sich den Bulbus dreht, ist, von Obigen abweichend, in Herrmann's *Grdr. d. Physiologie* S. 357 durch folgende Tabelle bestimmt:

Muskel.	Winkel, den die Drehungsaxe bildet mit der		
	Sehaxe.	Höhenaxe.	Queraxe.
Rectus superior . . .	$111^0\ 21'$	$108^0\ 22'$	$151^0\ 10'$
„ inferior . . .	$63^0\ 37'$	$114^0\ 28'$	$37^0\ 49'$
„ externus . . .	$96^0\ 15'$	$9^0\ 15'$	$95^0\ 27'$
„ internus . . .	$85^0\ 1'$	$173^0\ 13'$	$94^0\ 28'$
Obliquus superior . .	$150^0\ 16'$	$90^0\ 0'$	$60^0\ 16'$
„ inferior . . .	$29^0\ 44'$	$90^0\ 0'$	$119^0\ 44'$

Zur Erläuterung ist hinzugefügt:

„Für die gewählte Ausgangsstellung (ungefähr die Primärstellung) liegt, wie man sieht, keine Drehaxe in der Aequatorialebene des Auges (sonst müsste sie mit der Sehaxe einen rechten Winkel bilden). Die der beiden Obliqui dagegen liegen genau in der Horizontalebene, zu beiden Seiten der Sehaxe, jede etwa 30° von dieser entfernt, so dass der Superior die Pupille nach innen und unten, der Inferior dagegen nach aussen und oben dreht. Die Drehaxen des Rectus superior und inferior weichen von der Queraxe ziemlich bedeutend ab, so dass jener die Pupille nach oben und etwas nach innen, dieser nach unten und ebenfalls etwas nach innen dreht".

Rüte gibt für die Ansätze und Ursprünge der Augen-Muskeln folgendes Schema, bei welchem der Anfangspunkt der Coordinaten im Drehpunkt, die Axe der positiven x nach Hinten, die der positiven y nach Aussen (schläfenwärts) und die der positiven z nach Oben genommen ist, und woraus sich der Winkel φ, um welchen die Richtungslinie des betreffenden Muskels gegen die Axe der x geneigt ist, leicht aus der Formel

$$\cos\varphi = \frac{x'' - x'}{\sqrt{(x'' - x')^2 + (y'' - y')^2 + (z'' - z')^2}}$$

berechnen lässt.

	Ansätze.			Ursprünge.		
	x′	y′	z′	x″	y″	z″
Rectus superior . .	− 5,667	+ 2	+ 10	+ 32	− 10,67	+ 4
„ inferior . .	− 5,767	+ 2,2	− 10	+ 32	− 10,8	− 4
„ externus .	− 5	+ 10,8	0	+ 32	− 5,4	0
„ internus .	− 6	− 9,9	0	+ 32	− 14,67	0
Tendo obliqui sup.	+ 3	+ 2	+ 11	+ 10	− 14,1	+ 12
Obliquus inferior .	+ 6	+ 8	0	− 6	− 8,1	− 15

Die Neigungswinkel ψ, ϑ der respectiven Richtungslinien der Muskeln gegen die Coordinatenaxen der y und der z ergeben sich aus den Gleichungen:

$$\cos\psi = \frac{y'' - y'}{\sqrt{(x'' - x')^2 + (y'' - y')^2 + (z'' - z')^2}},$$

$$\cos\vartheta = \frac{z'' - z'}{\sqrt{(x'' - x')^2 + (y'' - y')^2 + (z'' - z')^2}}.$$

Für den Abstand D dieser Richtungslinien vom Drehungspunkt oder für den Hebelarm der vom betreffenden Muskel ausgeübten Kraft erhält man

$$D = \sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2 + (\alpha b - \beta a)^2}{1 + a^2 + b^2}},$$

wo

$$a = \frac{x'' - x'}{z'' - z'}, \quad b = \frac{y'' - y'}{z'' - z'},$$

$$\alpha = \frac{x'(z'' - z') - z'(x'' - x')}{z'' - z'}, \quad \beta = \frac{y'(z'' - z') - z'(y'' - y')}{z'' - z'}$$

ist.

Die Neigungswinkel Φ, Ψ, Θ der Drehungsaxen der Muskeln gegen die Coordinatenaxen werden gefunden aus den Formeln:

$$\cos\Phi = \frac{A}{N}, \quad \cos\Psi = \frac{B}{N}, \quad \cos\Theta = \frac{C}{N},$$

wo

$$A = z'' - z', \quad B = p(z'' - z'), \quad C = p(y'' - y') - (x'' - x'), \quad N = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$

und

$$p = \frac{x'(z'' - z') - z'(x'' - x')}{y'(z'' - z') - z'(y'' - y')}, \quad \text{oder auch } p = \frac{\alpha}{\beta}$$

ist.

Für den Rectus superior erhält man z. B. vermittelst dieser Formeln:

$$\varphi = 36^0\,40', \quad \psi = 74^0\,45', \quad \vartheta = 82^0\,40,$$
$$a = -6{,}28, \quad b = 2{,}11, \quad \alpha = 57{,}11, \quad \beta = -19{,}1, \quad D = 9{,}4^{mm},$$

ferner

$$p = -3, \quad A = -6, \quad B = 18, \quad C = 1{,}34, \quad N = 19$$

und damit die Neigungswinkel der Drehungsaxe:

$$\Phi = 71^0\,35', \quad \Psi = 18^0\,44', \quad \Theta = 85^0.$$

Für den Obliquus inferior erhält man:

$$\varphi = -61^0\,26', \quad \psi = 50^0\,8', \quad \vartheta = 53^0\,18',$$
$$a = 0{,}8, \quad b = 1{,}07, \quad \alpha = 6, \quad \beta = 8, \quad D = 5{,}8^{mm},$$
$$p = 0{,}75, \quad A = -15, \quad B = -11{,}25, \quad C = 0, \quad N = 18{,}7,$$
$$\Phi = 36^0\,48', \quad \Psi = 53^0\,12', \quad \Theta = 0.$$

Für den Hebelarm der Sehne des Obliquus superior erhält man $D = 11{,}5^{mm}$, also einen doppelt so hohen Werth wie für den Hebelarm des Obliquus inferior.

Die wichtige Erhebung oder Senkung der Blicklinie CS gerade nach Oben oder nach Unten, d. i. die Drehung des Augapfels um die Axe HH kann hiernach nicht durch alleinige Wirkung Eines Muskels erzielt werden. Nach dem mechanischen Gesetze jedoch, wornach man bei kleinen Drehungen die Drehungsaxen nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen kann, ist es auch dem Auge leicht, diese Drehung auszuführen.

Wird nämlich z. B. bei der Drehung gerade nach Oben die Grösse der von dem oberen geraden Augenmuskel aufzuwendenden Kraft in Fig. 60 durch Cr und die durch den unteren schrägen Augenmuskel aufzuwendenden durch Co dargestellt, so repräsentirt Ch die Lage der Drehungsaxe und zugleich die Grösse der Drehung. Ebenso hätte vom Standpunkte der Mechanik aus auch eine blosse Drehung des

Augapfels um die Augenaxe keine Schwierigkeit, allein diese kommt nie für sich allein vor. Ueber das Zusammenwirken der Augenmuskeln lassen sich aus dem Vorhergehenden folgende Sätze ableiten: 1) Ein Muskel ist thätig bei reinen Seitenwendungen des Blicks, vermittelst des äusseren oder inneren geraden Augenmuskels; 2) Zwei Muskeln sind thätig bei reinen Erhebungen oder Senkungen des Blicks. Sie werden bewirkt a) bei Erhebungen durch den geraden oberen und schiefen unteren Augenmuskel, b) bei Senkungen durch den geraden unteren und schiefen oberen Augenmuskel, 3) drei Muskeln sind thätig in allen übrigen Fällen.

Darüber, dass das Auge vermittelst der natürlichen Disposition seiner sechs Muskeln nach jeder verschiedenen Richtung hin gedreht werden könnte, wenn es sich von Kindheit an darauf geübt hätte, kann nach Vorstehendem kein Zweifel bestehen.

Ophtalmotrope (von Rüte und Wundt etc.) sind Gestelle mit Kugeln, an denen mittelst Schnüren die Wirkung jedes einzelnen Augenmuskels nachgeahmt und zugleich die durch die unendlich verschiedenenen Combinationen derselben hervorgebrachte Wirkung veranschaulicht wird.

Was nun den Drehungsmittelpunkt des Auges betrifft, so sollte man a priori meinen, derselbe falle mit dem Krümmungsmittelpunkt des hinteren Segments der Sclerotica, welcher in der Gegend des mittleren Knotenpunkts, beim emmetropischen Auge ungefähr $7^{mm.}$ hinter der Hornhaut liegt, zusammen, indem er sonst bei jeder Drehung seine Lage verändern würde. Es ist dies jedoch nicht der Fall, und es bleibt mithin nichts anderes übrig, als anzunehmen, da das Auge selbst als unnachgiebig angesehen werden muss, dass die Seitentheile des Polsters, welches den Augapfel umgibt, bei stärkeren Drehungen etwas zusammengedrückt werden, wodurch die Drehung des Auges in positiver Richtung etwas erschwert, dagegen in negativer Richtung erleichtert werden muss. Durch ophthalmometrische Messungen wurde nämlich von Donders die Lage des Drehungspunkts des Augapfels dahin bestimmt, dass er beim emmetropischen Auge im Mittel $13{,}557^{mm.}$ hinter dem Scheitel der Hornhaut und etwa $10^{mm.}$ vor der hinteren Fläche der Sclerotica, mithin $6^{mm.}$ hinter dem Krümmungsmittelpunkt liegt.

Diese Einrichtung scheint den Zweck zu haben, den Sehnerven vor stärkerem Druck und Zerrung zu schützen, welche andernfalls durch

grössere Excursion und Reibung in nicht unerheblichem Maasse statthaben würden *).

Bei kurzsichtigen Augen, deren Sehaxe stets verlängert ist, wurde der Drehungspunkt in maximo 15,86$^{mm.}$ hinter dem Hornhautscheitel gefunden; bei hypermetropischen, bei welchen die Sehaxe verkürzt ist, betrug jene Distanz in minimo 12,32$^{mm.}$.

Bevor wir nun zu dem bei den Augenbewegungen geltenden Gesetze kommen, müssen wir erst noch die Bedeutung einiger zu gebrauchenden Ausdrücke näher definiren.

Medianebene oder *Mittelebene* des Körpers ist diejenige Ebene, welche den Kopf in zwei symmetrische, nämlich eine rechte und eine linke, Hälfte theilt. Sie fällt bei aufrechter Kopfhaltung und Körperstellung mit der Medianebene des Körpers zusammen.

Die Definition der Gesichtslinie oder Blicklinie haben wir bereits S. 46 gegeben. *Primärstellung* der Blicklinie ist diejenige Stellung der Blicklinie, bei welcher diese mit der Medianebene parallel und, bei verticaler Haltung des Kopfes, gegen den unendlich fernen Horizont gerichtet ist **). *Secundärstellung* wird jede andere Stellung genannt.

Vorderen Augenpol nennen wir den Durchschnittspunkt der Blicklinie mit der Hornhaut und *hinteren inneren Augenpol* den Durchschnittspunkt der Blicklinie mit der Retina.

Polarebene oder *Tangentialebene* nennen wir diejenige Ebene, welche im hintern Augenpol senkrecht auf die Blicklinie errichtet gedacht wird

*) Trotzdem kann der Sehnerv bei starken Seitenwendungen der Blicklinie eine übermässige Spannung erfahren, insbesondere werden bei starken Convergenzstellungen die äusseren Fasern des Nerven gezerrt werden. Es erscheint nicht unwahrscheinlich, dass die bekannte weisse sichelförmige Figur, welche so oft bei myopischen Augen am äusseren Papillarrande mittelst des Augenspiegels beobachtet wird, in zu häufiger und anhaltender Convergenz der Augen ihre Entstehungsursache habe (Schweigger).

Andererseits erleiden nach dem im Texte Gesagten die Seitentheile des Bulbus bei starken Convergenzstellungen einen erheblichen Druck, welcher, wenn er häufig und anhaltend stattfindet, bei vorhandener Disposition (die in der Kindheit wegen der grösseren Weichheit und Bildsamkeit der Gewebe fast immer angenommen werden kann), zu einer bleibenden Axenverlängerung des Bulbus und somit zur Myopie führen kann.

(Man ersieht hieraus, wie wichtig es ist, dass die Schreibpulte der Kinder nicht zu hoch sind, damit die Bücher und Scripturen den Augen nicht zu sehr genähert werden müssen etc.)

**) Meissner nimmt als Primärstellung des Auges diejenige an, wobei dasselbe parallel mit der Medianebene aber 45° unter den Horizont gerichtet ist. Dies ist dieselbe, welche das unbeschäftigte Auge einzuhalten pflegt. S. o. S. 202. Wundt's Primärstell. s. S. 260.

und mithin die Netzhaut in der fovea centralis tangirt. (Diese Ebene ist besonders bei der Horopter-Theorie von Wichtigkeit).

Aequatorialebene wird diejenige Ebene genannt, welche mit der Polarebene parallel durch den Drehungspunkt des Auges geht, also auf der Blicklinie senkrecht steht. Ihr Durchschnitt mit dem Bulbus ist der *Aequator**).

Wenn beide Augen sich in einen an beliebiger Stelle des Gesichtsfelds befindlichen Punkt schneiden, so heisst die Ebene, inwelcher beide Blicklinien verlaufen, die *Blickebene*, der fixirte Punkt heisst *Blickpunkt* oder *Fixationspunkt.*

Die nahezu kreisförmige Linie, in welcher die Horizontalebene des Auges bei der Primärstellung der Blicklinie die Netzhaut schneidet, heisst der *Netzhauthorizont.* Diese Linie wird als im Auge fest liegend angenommen, so dass sie, wenn das Auge Drehungen um die Gesichtslinie, s. g. *Raddrehungen*, erleidet, dieselbe mitmacht. Der Winkel, welchen alsdann der Netzhauthorizont, oder vielmehr die Ebene des Netzhauthorizonts, mit der Blickebene bildet, wird *Raddrehungswinkel* genannt.

Jede durch die Blicklinie ihrer Länge nach gelegte Ebene ist eine *Meridianebene* des Bulbus. Sämmtliche Meridianebenen schneiden die Netzhaut in nahezu kreisförmigen Linien, den *Netzhautmeridianen*, welche sich in der fovea centralis durchkreuzen.

Der horizontale Netzhautmeridian ist mit dem Netzhauthorizonte identisch. Nächst diesem kommt noch der verticale Meridian, namentlich dessen obere Hälfte, am häufigsten in Betracht.

Der Winkel, um welchen die Blickebene über die Horizontalebene erhoben ist, heisst der *Erhebungswinkel* und derjenige Winkel, um welchen die Blicklinie eines Auges in der Blickebene seitwärts gedreht ist, wird der *Seitenwendungswinkel* genannt. Denkt man sich mithin durch den Drehungspunkt des seitwärts blickenden Auges eine mit der Meridianebene des Kopfes parallele Ebene gelegt, so bildet die Durchschnittslinie der Blickebene mit dieser Ebene den einen und die Blicklinie den andern Schenkel des Seitenwendungswinkels.

Man spricht gewöhnlich nur vom Erhebungswinkel, indem man dem bei Senkung der Blickebene unter die Horizontalebene gebildeten

*) Bei Betrachtung der Oberfläche des Bulbus in rein localer Hinsicht wird unter Aequator gewöhnlich die Durchschnittslinie der durch den Augenmittelpunkt gehenden, auf der optischen Axe senkrechten Ebene mit der Bulbus-Oberfläche verstanden.

Winkel das Minuszeichen vorsetzt. Zur näheren Bezeichnung der Seitenwendung gebraucht man die Ausdrücke *Rechtswendung* und *Linkswendung**), wendet aber denselben Buchstaben für beide Arten an, indem man das Zeichen +, resp. — vorsetzt, wobei wohl zu beachten ist, dass derselbe für beide Augen bei Abweichungen der Blicklinie nach rechts von der Medianebene des Auges als positiv und bei Abweichungen nach links als negativ betrachtet und mit dem entsprechenden Vorzeichen versehen wird.

Der Raddrehungswinkel wird als positiv angenommen, wenn die obere Hälfte des senkrechten Netzhautmeridians aus ihrer ursprünglichen Lage nach rechts, (wie der Zeiger einer von dem seiner Stellung nach zu bestimmenden Auge betrachteten Uhr) gedreht wird, bei entgegengesetzter Drehung negativ. Er ist mithin auch positiv, wenn die rechte Hälfte des Netzhauthorizonts aus der Blickebene nach unten, negativ, wenn sie nach oben gedreht ist.

Nunmehr können wir das die Augenbewegungen beherrschende Gesetz näher auseinander setzen.

Es ist klar, dass jeder bestimmten Richtung der Blicklinie auch ein ganz bestimmter Werth des Erhebungswinkels und des Seitenwendungswinkels zukommt. Denn erhebt man z. B. die Blickebene um die Grösse $+\beta$ über das Niveau der Horizontalebene und dreht die ursprünglich in ihrer Primärlage befindliche Blicklinie um den Winkel $+\varphi$ nach rechts, so ist die nunmehrige Lage der Blicklinie unzweideutig bestimmt. Ebenso klar ist aber auch, dass der Raddrehungswinkel hierbei völlig unbestimmt bleibt.

Es existirt jedoch in dieser Beziehung, nach Donders, ein allgemein giltiges Gesetz. Dieses besteht darin, dass jeder Richtung der Blicklinie, gleichviel auf welchem Wege dieselbe erzielt wurde, ein **bestimmter** Raddrehungswinkel, folglich auch eine ganz bestimmte Lage jedes einzelnen Punkts des Auges entspricht.

Dies ist das Eingangs dieses §. angedeutete Cardinalgesetz der Augenbewegungen.

Dasselbe wird näher bestimmt durch das **Listing**'sche Gesetz, welches besagt, dass die Blicklinie aus ihrer Primärstellung in

*) Die gleichfalls mitunter gebrauchten Ausdrücke »Aussenwendung« und »Innenwendung« werden von uns als zu Verwechslungen Anlass gebend vermieden.

irgend eine beliebige Secundärstellung immer auf dem kürzesten Wege, d. i. durch Bewegung in einer Meridianebene, indem der Bulbus um eine auf dieser senkrechte Axe rotirt, gelangt*).

Da die Meridianebenen in allen denkbaren Richtungen den vorderen Augenpol durchkreuzen, so ist klar, dass durch eine solche Bewegung die Blicklinie in alle möglichen Secundärstellungen gelangen kann, und man sieht leicht ein, dass die Drehungsaxe hierbei immer in der Aequatorialebene liegen muss. (Dies ist nämlich deshalb der Fall, weil hier die Drehungsaxe des Bulbus immer senkrecht auf der Blicklinie stehen muss, die Aequatorebene aber auf der Blicklinie senkrecht ist und mithin alle Geraden in sich begreift, welche auf der in ihrer Primärlage befindlichen Blicklinie senkrecht stehen).

Denkt man sich in einer beliebigen Meridianebene von dem Drehungspunkte des Bulbus aus einen Richtstrahl (Radiusvector) gezogen, welcher mit der erzielten Secundärstellung der Blicklinie zusammenfällt, so ist klar, dass die Axe der Drehung, durch welche dieser Radiusvector in die Primärstellung der Blicklinie gebracht wird, auch in einer auf diesem Radius senkrechten durch den Drehungspunkt des Bulbus gehenden Ebene liegen muss.

Daraus folgt, dass die Drehungsaxe der Bewegung, durch welche die Blicklinie aus ihrer Primärstellung in irgend eine Secundärstellung gebracht wird, immer die Durchschnittslinie der beiden auf diesen Stellungen senkrechten, durch den Drehungspunkt gehenden Ebenen ist.

Die vermöge dieser Sätze leicht abzuleitende *Listing'sche Formel* (s. d. Coroll.) gibt für jede Augenstellung einen ganz bestimmten Werth des Raddrehungswinkels.

Dass das Auge von seiner Primärstellung in irgend eine Secundärstellung durch Drehung um eine in der Aequatorialebene liegende Axe gelangt, ist ein Postulat der möglichsten Raschheit dieser Bewegung. Dass aber, wie das Donders'sche Gesetz erheischt, beim Uebergang von einer Secundärstellung in eine andere, der Raddrehungswinkel immer denselben Werth hat, wie ihn die Listing'sche Formel für den Fall giebt, dass die Blicklinie aus ihrer Primär-

*) Hat man vermittelst des Listing'schen Gesetzes die Formel abgeleitet, durch welche der einem gegebenen Erhebungs- und Seitenwendungswinkel entsprechende Raddrehungswinkel gefunden wird, so gibt das Donders'sche Gesetz dieser Formel allgemeine Giltigkeit, d. h. auch für die Fälle, wo die Blicklinie nicht von ihrer Primärstellung, sondern von irgend einer Secundärstellung aus in die gegebene Secundärstellung gelangt ist.

stellung in die zweite Secundärstellung gelangt ist, beruht höchstwahrscheinlich darauf, dass das Auge auf diese Art sich am leichtesten in Hinsicht auf die Lage der Objecte des Sehfelds orientiren kann. (Hierüber w. u. mehr).

Die, wie oben erwähnt, leicht analytisch abzuleitende*) Formel für die Abhängigkeit des Raddrehungswinkels ϱ von dem Erhebungs- und Seitenwendungswinkel β, φ, d. i. die **Listing**'sche Formel, ist folgende:

$$\operatorname{tg} \varrho = -\frac{\sin\beta \sin\varphi}{\cos\beta + \cos\varphi},$$

oder auch

$$\operatorname{tg} \frac{\varrho}{2} = -\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}.$$

Aus dieser Formel folgt, dass bei blosser Erhebung der Blicklinie ohne gleichzeitige Seitenwendung und ebenso bei blosser Seitenwendung ohne gleichzeitige Erhebung keine Raddrehung des Bulbus statt hat (weil im ersten Falle φ und im zweiten β gleich Null ist).

Man hat die Listing'sche Formel vielfach, durch Nachbildversuche und vermittelst des blinden Flecks geprüft und im Wesentlichen bestätigt gefunden.

Die Beschreibung der zur Prüfung dienenden Nachbildversuche erlauben wir uns aus Helmholtz, phys. Opt. S. 463 zu entnehmen:

«Man stelle sich der Wand eines Zimmers gegenüber auf, welche mit einer Tapete überzogen ist, die horizontale und verticale Linien erkennen lässt, ohne dass aber das Muster so scharf gezeichnet ist, dass man Schwierigkeiten fände, Nachbilder auf ihm zu erkennen; am besten ist eine matte blassgraue Grundfarbe. Dem Auge des Beobachters gerade gegenüber und in gleicher Höhe mit ihm spanne man ein horizontales schwarzes oder farbiges Band auf, zwei bis drei Fuss lang, welches stark gegen die Farbe der Tapete absticht. Um die Lage des Kopfes zu sichern ist es vortheilhaft, den Hinterkopf fest anzulehnen, wobei man darauf zu achten hat, dass derselbe weder nach rechts noch nach links geneigt oder gedreht sei. Es muss vielmehr die Mittelebene des Kopfes vertical gehalten werden und senkrecht zur betrachteten Wand stehen. Ob die Mittelebene des Kopfes vertical sei, erkennt man leicht,

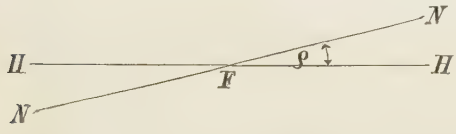
*) S. das Coroll. zu diesem §.

wenn man die Augen so convergiren lässt, dass Doppelbilder des schwarzen Bandes entstehen; diese müssen in eine gerade Linie zusammenfallen. Man fixire nun eine kurze Zeit lang ganz fest die Mitte des Bandes, und wende dann, ohne den Kopf zu verrücken, plötzlich die Augen nach einer anderen Stelle der Wand hin. Man wird dort ein Nachbild des Bandes sehen, und durch Vergleichung dieses Bildes mit den horizontalen Linien der Tapete erkennen können, ob das Nachbild horizontal erscheint oder nicht».

Als Erklärung fügt er bei:

«Das Nachbild selbst ist entwickelt auf denjenigen Punkten der Netzhaut, die dem Netzhauthorizonte angehören, und bezeichnet bei den Bewegungen des Auges diejenigen Theile des Gesichtsfeldes, auf welche der Netzhauthorizont sich projicirt. Die Schnittlinie der Blickebene mit der gegenüber liegenden Wand muss immer horizontal sein, wenn der Kopf des Beobachters die verlangte Stellung hat, so dass die Verbindungslinie der Drehpunkte beider Augen selbst horizontal und der Ebene der Wand parallel ist. Die horizontalen Linien der Tapete geben also die Projection der Blickebene auf die Tapete, und wie das Nachbild gegen diese Horizontallinien gedreht ist, so ist der Netzhauthorizont gegen die Blickebene gedreht.»

Fig. 61.



Stellt mithin die Ebene der Figur (61) die verticale Wand und HH eine horizontale Linie der Tapete vor, und soll z. B. der Punkt F mit stark aufwärts und rechts gerichtetem Blicke fixirt sein, so ist NN die Projection des im Netzhauthorizonte haftend gebliebenen Nachbilds und ϱ der Raddrehungswinkel, welcher hier einen negativen Werth hat, weil NN von HH nach links gedreht ist.

Hinsichtlich der Vorzeichen von φ, β und ϱ ergibt sich aus der Listing'schen Formel folgendes Schema:

	φ		β		ϱ
Rechtswendung . .	+	Erhebung	+	Raddrehung	−
„ . .	+	Senkung	−		+
Linkswendung . .	−	„	−		−
„ . .	−	Erhebung	+		+

Die Tabelle der Werthe des Raddrehungswinkels, welche den verschiedenen um je 5 Graden wachsenden Werthen der Erhebungs- und Seitenwendungswinkel entsprechen, ist folgende:*)

Seitenwendung:	Erhebung:							
	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
5°	0°13′	0°26′	0°40′	0°53′	1° 7′	1°20′	1°35′	1°49
10°	0 26	0 53	1 19	1 46	2 13	2 41	3 10	3 39
15°	0 40	1 19	1 59	2 40	3 21	4 2	4 45	5 29
20°	0 53	1 46	2 40	3 34	4 29	5 25	6 22	7 21
25°	1 7	2 13	3 21	4 29	5 38	6 48	8 0	9 14
30°	1 21	2 41	4 2	5 25	6 48	8 13	9 39	11 8
35°	1 35	3 10	4 45	6 22	8 0	9 39	11 21	13 6
40°	1 49	3 39	5 29	7 21	9 14	11 8	13 6	15 5

Hiernach gehört z. B. zu einer Augenstellung, bei welcher der Erhebungswinkel $\beta = +20^0$ und der Seitenwendungswinkel $\varphi = -30^0$ ist, der Raddrehungswinkel $\varrho = +5^0 25'$.

Die Tabelle ist nämlich hinsichtlich der Vorzeichen durch obiges Schema zu ergänzen.**)

Ueber die Bedeutung des Donders'schen Gesetzes sagt Helmholtz (phys. Opt. S. 479):

«Dass wir mit beiden Augen möglichst deutlich sehen, wird zunächst dadurch erreicht, dass wir beide Gesichtslinien auf den zeitweilig betrachteten Punkt hinrichten und die Augen für ihn accommodiren. Dabei könnten die beiden Augen noch in beliebiger Weise um die Blicklinie als Axe gedreht werden, ohne dass wir aufhören würden, mit beiden Augen den betreffenden Punkt zu fixiren. Wenn wir nun in dieser Weise ein mit ruhenden Objecten ausgefülltes Gesichtsfeld vor uns haben, so wechseln mit der Wanderung des Blicks auch fortdauernd die Empfindungen in den einzelnen Nervenfasern der Netzhaut. Wenn wir zur Betrachtung eines schon früher fixirten Objects A zurückkehren, und nun eine andere Raddrehung der Augen brauchen wollten, als das erste Mal, so würde zwar der Eindruck des fixirten Punktes auf die beiden Netzhautgruben derselbe sein wie früher, aber die Netzhautbilder der

*) Helmholtz, physiol. Opt. S. 467.

**) Häufig wird folgende Terminologie der Augenstellungen gebraucht: *Primärstellung* heisst, wie oben, die, wo β und φ zugleich null sind, *Secundärstellungen* heissen die, wo entweder β oder φ null ist, *Tertiärstellungen* alle übrigen.

Nachbarschaft würden eine andere Lage auf der Netzhaut haben, die rings um die Netzhautgrube liegenden Nervenfasern würden ganz andere Lichteindrücke erhalten, als das erste Mal; und um zu constatiren, dass das Object trotz dieses veränderten Systems von Empfindungen doch dasselbe geblieben ist, müssten wir das Auge ganz in die alte Stellung auch in Bezug auf die Raddrehung zurückführen, um zu prüfen, ob dann bei Herstellung der früheren Stellung auch der alte Eindruck wieder erhalten werde.

Da nun für das Erkennen der Objecte in der Regel beim natürlichen Sehen dadurch nichts gewonnen wird, dass wir sie mit veränderten Raddrehungen ansehen, und nur die Rückkehr in eine unverändert bleibende bestimmte Stellung nöthig ist, um das ruhende Object als ruhend wieder zu erkennen, so werden wir von Anfang an uns gewöhnen müssen, für bestimmte Richtungen der Gesichtslinien auch immer wieder bestimmte Grade der Raddrehung zu gebrauchen».

Nach dem Vorhergehenden kennen wir die Lage der Drehungsaxe, um welche das Auge gedreht wird, wenn es direct aus seiner Primärstellung in irgend eine Secundärstellung übergeführt wird als den Durchschnitt der zugleich mit der Blicklinie beweglichen Aequatorialebene des Bulbus mit der Primärlage der Aequatorialebene. Es fragt sich nun, in welcher Lage befindet sich die Drehungsaxe beim Uebergang des Auges aus einer Secundärstellung B in eine andere C?

Die Beantwortung dieser Frage hängt zunächst von der der Vorfrage ab; gelangt die Blicklinie aus einer Secundärstellung in ein andere durch Umdrehung des Bulbus um eine Axe, deren Lage unveränderlich ist oder um eine solche, deren Lage sich von einem Momente der Bewegung zum andern ändert? Auf dem kürzesten Wege, d. h. durch Beschreibung eines grössten Kreises der Kugel des Sehfelds (wie von der Primärstellung aus) kann sie dies nicht, weil alsdann entweder ihre Anfangs- oder ihre Endstellung von der durch das Listing'sche Gesetz bestimmten im Allgemeinen beträchtlich abweichen würde. Soll also die Blicklinie aus einer Secundärstellung in eine andere durch Drehung des Bulbus um eine unveränderliche Axe gelangen, so kann sie dies nur unter Beschreibung einer Kegelfläche. In Hinsicht auf die Beantwortung obiger Frage ist nun leicht einzusehen, dass zur Erzielung der möglichsten Raschheit der auszuführenden Bewegung der Bulbus sich in der Regel um eine unveränderliche Axe drehen und die Blick-

linie dabei eine Kegelfläche beschreiben muss, und wir nehmen diese Art der Bewegung des Bulbus bei Uebergängen der Blicklinie von einer Secundärstellung in eine andere als ein für die unwillkürlichen sowie möglichst rasch auszuführenden Rotationen des Bulbus allgemein giltiges Theorem an.

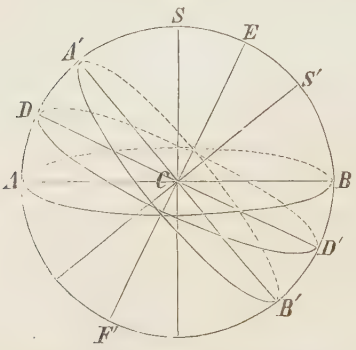
Die Frage hinsichtlich der Lage der unveränderlichen Drehungsaxe des Bulbus beim Uebergange desselben von einer Secundärstellung zur andern wird nun nach Helmholtz durch eine leichte Construction erledigt, welche wir im Folgenden auseinandersetzen.

Die Aufgabe besteht darin, die Lage der Drehungsaxe so zu bestimmen, dass durch die um sie erfolgende Drehung des Bulbus die Blicklinie aus der ersten in die zweite Secundärstellung so übergeführt wird, dass der Raddrehungswinkel immer dem Listing'schen Gesetz entspricht.

Die Lösung dieser Aufgabe kann man die *Helmholtz'sche Erweiterung des Listing'schen Gesetzes* nennen.

Da alle Axen, um welche sich der Bulbus drehen kann, um aus der Primärstellung in irgend eine Secundärstellung überzugehen, in der Aequatorialebene des Bulbus liegen, so wird diese Ebene die der *Primärstellung* der Blicklinie *angehörige Ebene der Drehungsaxen* genannt.

Fig. 62.



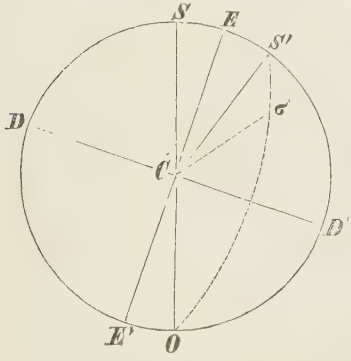
Ist nun (Fig. 62) CS die Primärstellung und CS′ eine beliebige Secundärstellung der Blicklinie und sind AB und A′B′ die zugehörigen Stellungen der Aequatorialebene des Bulbus, so ist die Ebene DD′, welche den von beiden Lagen der Aequatorialebene gebildeten Winkel halbirt, die der *Secundärstellung* CS′ der Blicklinie *angehörige Ebene der Drehungsaxen.*

In dieser Ebene liegt nämlich nicht allein die auf der Ebene der Zeichnung senkrecht stehende Axe, um welche das Auge gedreht wurde, damit es unmittelbar aus seiner Primärstellung in die hier angenommene Secundärstellung übergehe, sondern es liegen darin auch die Axen sämmtlicher Drehungen, vermittelst deren das Auge aus dieser Secundärstellung in irgend welche andere übergeführt werden kann.

Denkt man sich eine andere Secundärstellung und die dazu gehörige Ebene der Drehungsaxen, so muss man ebenso gut von dieser Stellung in jene wie von jener in diese übergehen können und die entsprechende Drehungsaxe muss zugleich in beiden Ebenen der Drehungsaxen, d. h. in ihrer gemeinschaftlichen Durchschnittslinie liegen.

Die unveränderliche Drehungsaxe, um welche der Bulbus rotiren muss, damit die Blicklinie aus einer gegebenen Secundärstellung in eine beliebige andere übergeführt werde, ist mithin die Durchschnittslinie der den beiden Secundärstellungen zukommenden respectiven Ebenen der Drehungsaxen*).

Fig. 63.



Man bemerkt, dass die Gerade CE, welche den von der Primär und Secundärstellung der Blicklinie gebildeten Winkel halbirt und welche Helmholtz die *atrope Linie* **) nennt, senkrecht auf der Ebene der Drehungsaxen steht.

Es sei (Fig. 63) SES'D'E'D ein durch die Primär- und Secundärstellung der Blicklinie (CS, CS') gelegter grösster Kreis, welcher einen Durchschnitt des sphärischen Sehfelds vorstellt, alsdann ist EE' die atrope Linie und eine durch

*) Man sieht leicht ein, dass der Bulbus, wenn er durch Drehung um eine beliebige, in der Ebene DD' (Fig. 62) liegende, durch den Drehungspunkt C des Auges gehende Gerade als Axe gedreht wurde und die Blicklinie dadurch in eine zweite Secundärstellung gelangt ist, wieder in seine erste Lage durch die entgegengesetzte Drehung zurückgeführt werden kann, wobei die Blicklinie wieder in die erste Secundärstellung gelangt. Ist also für eine gegebene zweite Secundärstellung der Blicklinie die zugehörige Ebene der Drehungsaxen bestimmt, so muss durch Drehung um die Durchschnittslinie beider Ebenen, welche die einzige beiden Ebenen angehörige Drehungsaxe ist, der Bulbus aus der ersten in die zweite Secundärstellung gebracht und auch wieder aus der zweiten in die erste zurückgeführt werden können. Entsprechen nun sowohl die erste als die zweite Secundärstellung dem Listing'schen Gesetze, d. h. sind die entsprechenden Stellungen des Bulbus so, als wären sie direct von der Primärstellung aus erzielt worden, so ist klar, dass durch die in Rede stehende Art der Drehung des Auges aus einer Secundärstellung in eine andere obige Aufgabe (wenigstens hinsichtlich der Anfangs- und Endstellung) gelöst ist.

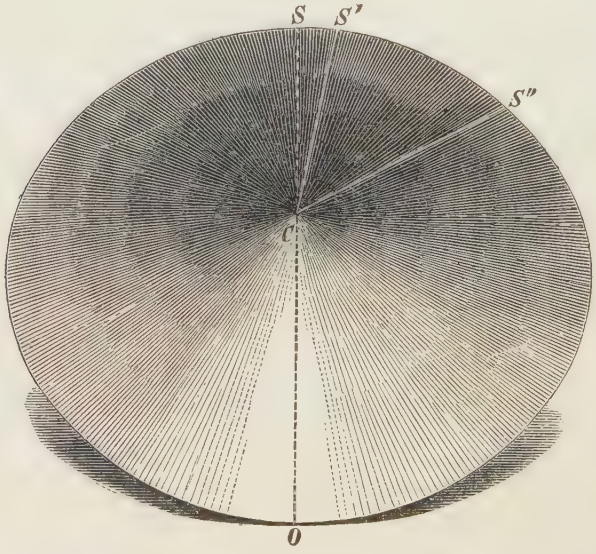
**) Aus der Benennung »atroper« Linie darf man sich nicht zu der Meinung verleiten lassen, dass bei der in Rede stehenden Drehung diese Linie unbeweglich bleibe, dies ist nur bei der Drehungsaxe der Fall. Je mehr sich die Blicklinie ihrer Primärlage nähert, um so mehr nähert sich ihr die atrope Linie, in der Primärlage fallen beide zusammen.

D D′ senkrecht auf der Papierebene errichtet gedachte Ebene ist die Ebene der Drehungsaxen.

Wenn der Bulbus um D D′ rotirt und dadurch die Blicklinie C S′ in die neue Stellung C σ übergeführt wird, so sieht man, dass die Blicklinie bei dieser Drehung des Bulbus eine Kegelfläche beschreibt, deren Basis ein der Oberfläche des sphärischen Sehfelds angehöriger Kreisbogen ist, welcher verlängert durch den Punkt O geht, weil W . S′ C D′ = W . O C D′ ist, und welcher vollständig beschrieben würde, wenn der Bulbus eine ganze Umdrehung um D D′ machen könnte und wirklich machte. Der Punkt O ist derjenige, in welchem die durch die Netzhaut hindurch nach hinten verlängerte Primärrichtung der Blicklinie die Oberfläche des zur vollständigen Kugel ergänzten sphärischen Sehfelds trifft. Er wird der *Occipitalpunkt* genannt.

Denkt man sich eine andere, nicht in der Papierebene liegende (auch in der Figur nicht perspectivisch angedeutete) Drehungsaxe C H in der in D D′ auf der Papierebene senkrecht errichteten Ebene (der Ebene der Drehungsaxen), so beschreibt die Blicklinie C S′, wenn der Bulbus um die gedachte Axe C H gedreht wird, ebenfalls eine Kegelfläche S′ C S″ (Fig. 64), deren kreisförmige Basis auch durch den Occipitalpunkt O geht. Diese Kegelfläche ist ein Stück des Mantels des

Fig. 64.

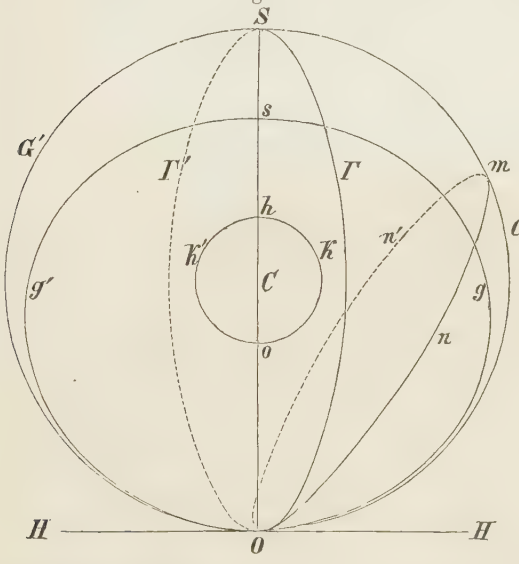


Kegels SS″OC. Die Basis SS′S″O dieses Kegels ist ein dem sphärischen Sehfelde angehöriger Kreis. Die von zwei einander gegenüber liegenden Kanten, wie CO, CS, eines solchen Kegels gebildeter Winkel ist immer ein stumpfer, weil die Blicklinie sich nur in der vorderen Hälfte der Kugel des Sehfelds bewegen kann, während der Punkt O im Pole der hintern Hälfte desselben liegt*).

Alle auf der Oberfläche der Kugel des Sehfelds zu beschreibende Kreise, welche durch den Occipitalpunkt gehen, werden nach Helmholtz *Directionskreise* genannt.

Aus dem Vorhergehenden folgt, dass die Blicklinie, wenn sie von einer Secundärstellung zu einer andern durch Drehung des Bulbus um eine unveränderliche Axe übergeht, auf der Kugel des sphärischen Sehfelds immer einen Bogen eines Directionskreises beschreibt, dessen Mittelpunkt nicht mit dem Drehungspunkte des Auges oder dem Mittelpunkte des sphärischen Sehfelds zusammenfällt. Die Directionskreise sind mithin im Allgemeinen keine grössten Kreise, sie sind dies nur dann, wenn die Blicklinie bei der Drehung des Bulbus von der Primärstellung ausgeht, oder in der die Primärstellung mit der Secundärstellung verbindenden Ebene von der ersteren gegen die letztere Stellung hin oder in entgegengesetzter Richtung weiter geführt wird.

Fig. 65.



Es sei (Fig. 65) hkok′ der Horizontalschnitt des Augapfels, SGOG′ der des sphärischen Sehfelds, C der Drehungsmittelpunkt des Bulbus und das Centrum des Sehfelds, CS die Blicklinie des Auges in ihrer

*) Die Fig. 64 stellt einen sehr flachen Trichter dar, dessen Spitze C in dem Drehungspunkte des Auges liegt und dessen hintere mediane (mit der Medianebene parallel verlaufende) Kante CO bei verticaler Kopfhaltung immer horizontal verläuft, während die vordere

Primärlage und O der Occipitalpunkt, so sind alle auf der mit dem Halbmesser CS*) construirten Kugel des Sehfelds liegenden, durch den Punkt O gehenden Kreise, wie sgOg', $S\Gamma O I'$, mnon', ... Directionskreise.

Sobald also die Blicklinie des Auges C von einem auf dieser Kugel befindlichen Punkt zu einem andern durch Rotation des Bulbus um eine unveränderliche Drehungsaxe übergeführt wird, geht sie durch einen solchen Kreis. Dieser Kreis ist immer durch die drei Punkte: erster Blickpunkt, zweiter Blickpunkt und Occipitalpunkt — bestimmt.

Nimmt man die nach irgend welchen zwei Punkten eines Directionskreises gehende Blickrichtung als erste und zweite Secundärstellung der Blicklinie an, so müssen die bezüglichen Stellungen des Bulbus dem Listing'schen Gesetze entsprechen, weil durch die angenommenen beiden Punkte und den Occipitalpunkt kein zweiter Directionskreis gelegt werden kann. Hieraus folgt, dass der Bulbus, wenn die Blicklinie aus einer ersten in eine zweite Secundärstellung durch Fortbewegung in dem entsprechenden Directionskreise übergeführt wird, nicht blos in den beiden der Anfangs- und Endstellung der Blicklinie entsprechenden Stellungen, sondern auch in allen seinen den Zwischenstellungen der Blicklinie entsprechenden Stellungen dem Listing'schen Gesetze entspricht.

Der Durchschnitt der Kegelfläche, welche die in einem Directionskreise herumgeführte Blicklinie beschreibt, mit einer auf der Primärrichtung der Blicklinie senkrecht stehenden Ebene ist eine Hyperbel. (Solche Hyperbeln sind z. B. die in Fig. 66 gezeichneten Curven). Diese hyperbolischen Durchschnittscurven nennen wir *Direc-*

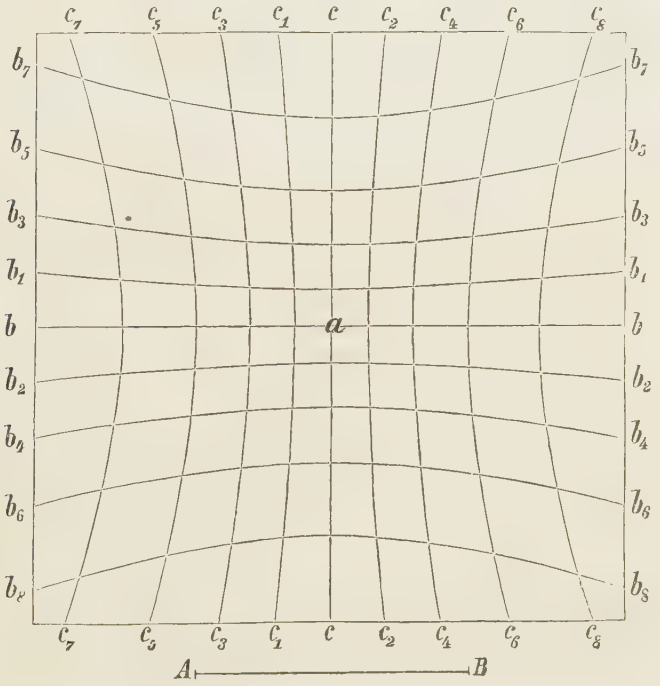
über den Horizont erhoben oder unter denselben gesenkt ist, je nachdem der Erhebungswinkel der Anfangs- und Endstellung der Blicklinie positiv oder negativ ist. Im ersten Fall wendet der Trichter seine Oeffnung nach Oben, im zweiten nach Unten. Ist die Blicklinie bei ihrer Anfangsstellung gesenkt und bei ihrer Endstellung erhoben, oder umgekehrt, so ist die Oeffnung des Trichters nach einer Seite hin gewandt. Immer kann die Blicklinie aber nur einen Theil der vorderen Wandung des Trichters beschreiben (indem das Sehfeld jedes Auges durch Nase und Orbitaldach nach Innen erheblich beschnitten wird).

*) Der Halbmesser CS = CO wird in der Regel als unendlich gross angenommen. Man kann sich aber auch das Sehfeld endlich begrenzt denken, so dass die beliebigen Halbmesser CS' = CO', CS'' = CO'' etc. desselben bestimmte endliche Werthe haben. Schneidet man alsdann sämmtliche concentrische Kugelflächen durch Ebenen, welche in einer beliebigen Richtung mit einander parallel beziehungsweise durch O, O', O'', ... gelegt sind, so beschreiben die durch die entstehenden Durchschnitte als Directionskreise geführten Blicklinien nur eine und dieselbe Kegelfläche.

tionscurven. Sie sind, wie man sieht, von den Directionskreisen wohl zu unterscheiden.

Von den Directionskreisen sind diejenigen, wie Og'sg, (Fig. 65) oder Omm', Onn', Oww' (Fig. 69, S. 268) besonders zu betrachten, deren Ebene durch die Linie HH, welche eine durch den Occipitalpunkt des Blickfeldes senkrecht zur Medianebene gezogene Grade, also eine Horizontale ist, gehen. Denkt man sich vom Drehungspunkte C des Auges aus gerade Linien durch sämmtliche Punkte eines dieser Directionskreise gelegt, so constituiren dieselben zufolge des oben Gesagten eine Kegelfläche und ein Stück dieser Kegelfläche wird von der Blicklinie beschrieben, wenn sie von einem Punkte eines der in Rede stehenden Directionskreise zu einem andern übergeführt wird, wobei der Bulbus sich um eine unveränderliche Axe dreht. Durchschneidet man derartige Kegelflächen mit einer zur Primärrichtung der Blicklinie senkrechten Ebene, so sind die entstehenden Durchschnitte, wie oben im Allgemeinen gesagt, Hyperbeln. Diese Art von Directionscurven nennen wir *querverlaufende Raddrehungscurven.*

Fig. 66.



Hat man derartige Curven $b_1 b_1$, $b_2 b_2$, $b_3 b_3$, . . . (Fig. 66) auf einer Tafel construirt und hängt diese Tafel in derjenigen Entfernung, für welche die Construction berechnet ist, so auf, dass die Primärlage der Blicklinie des sie beobachtenden Auges die Tafel im Punkte a senkrecht trifft, und verfolgt eine dieser Curven mit dem Blicke, so geschieht dies einerseits durch Umdrehung des Bulbus um eine feste Axe, andererseits so, dass während der unendlich kleinen Wanderung des Blicks von einem Punkt dieser Curve zum nächsten der Raddrehungswinkel unverändert bleibt. Eine in dem beliebigen Punkte m der Curve $b_3 b_3$ (Fig. 66 a, auf folg. S.) gezogene Tangente t t ist gegen die Horizontale a b immer in einen Winkel geneigt, welcher dem der Projection des Netzhauthorizonts des auf den Punkt m gerichteten Auges gleich ist.

Ebenso berücksichtigt man unter den Directionskreisen besonders noch diejenigen, deren Ebene sich in einer durch den Occipitalpunkt gelegten Verticallinie schneiden.

Die vom Drehungspunkte des Auges aus durch sämmtliche Punkte dieser Directionskreise gelegten Geraden bilden ebenfalls Kegelflächen, und der Durchschnitt dieser Kegelflächen mit der auf der Primärrichtung der Blicklinie senkrechten Wand oder Tafel stellt Hyperbeln ($c_1 c_1$, $c_2 c_2$, $c_3 c_3$, . . . Fig. 66) dar, welche genau dieselben wie die vorhergehenden ($b_1 b_1$, $b_2 b_2$, . . .) sind und nur, anstatt einen queren Verlauf wie jene zu haben, von oben nach unten verlaufen. (Es erscheint hier nicht überflüssig, zu bemerken, dass nicht etwa zwei symmetrisch von b b oder c c gelegene Curven, wie $b_7 b_7$ und $b_8 b_8$ oder $c_5 c_5$ und $c_6 c_6$, zusammengehörige Aeste einer und derselben Hyperbel sind. Sämmtliche Curven repräsentiren nur je einen Ast der respectiven Hyperbel, während der andere als hier nicht in Betracht kommend nicht gezeichnet ist). Diese besondere Art von Directionscurven nennen wir *aufrechtstehende Raddrehungscurven.*

Der Grund, warum die beiden zuletzt betrachteten Arten von Directionscurven eine besondere Berücksichtigung finden, beruht in Folgendem:

Hat man ein System der beiden Arten von Hyperbeln, wie Fig. 66, aber in einem der Entfernung der Projectionstafel vom Auge entsprechenden grösseren Maassstabe*) ausgeführt, und ist die Blicklinie von

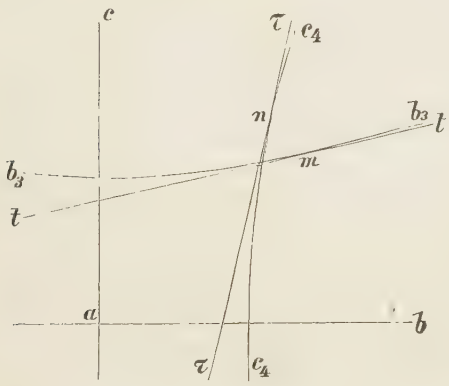
*) Die Curven der Fig. 66 sind für die der Geraden A B gleiche Entfernung construirt. Will man sie für die Entfernung A D = der mittleren Schweite seines Auges construiren, so müssen die einem Punkte m entsprechenden Abscissen und Ordinaten in dem Verhältnisse A D : A B vergrössert werden. Die Curven erhalten dadurch sämmtlich eine flachere Krümmung.

ihrer auf a gerichteten Primärstellung aus nach dem Punkte m (Fig. 66 a) der querverlaufenden Curve $b_3 b_3$ dirigirt worden, so ist die Tangente t t die Projection des Netzhauthorizonts in seiner der Bulbus-Stellung entsprechenden Lage, wie sie aus der Listing'schen Formel sich ergibt, auf die Ebene der senkrechten Tafel.

Ebenso ist $\tau\tau$ die Projection der entsprechenden Lage des senkrechten Netzhautmeridians auf besagte Tafel, wenn die Blicklinie nach n gerichtet ist.

Man sieht hiernach leicht ein, dass man sich der im Maassstabe der passend angenommenen Entfernung der Projectionstafel vom Auge berechneten und construirten Curven bedienen kann, um nach der oben (S. 346) beschriebenen Methode die Listing'sche Formel der Abhängigkeit des Raddrehungswinkels vom Erhebungs- und Seitenwendungswinkel zu prüfen. Das im Netzhauthorizonte haftende Nachbild muss, wenn das Auge auf irgend einen Punkt m (Fig. 66 a) einer quer verlaufenden Hyperbel $b_3 b_3$ gerichtet ist, mit der in diesem Punkt construirten Tangente t t zusammenfallen. Ebenso muss das im verticalen Netzhautmeridiane haftende Nachbild, wenn die Blicklinie nach n gerichtet ist, die Lage der Tangente $\tau\tau$ der von oben nach unten verlaufenden Hyperbel $c_4 c_4$ haben.

Fig. 66 a.



In letzterer Hinsicht ist ein scheinbarer Widerspruch zu beseitigen. Wenn die Blicklinie nach n gerichtet ist, so ist sie nach rechts und oben gewendet, mithin der Raddrehungswinkel nach dem Schema (S. 347) negativ, d. h. der Netzhauthorizont nach oben und der verticale Netzhautmeridian nach links gedreht. Die Tangente $\tau\tau$ weicht aber von der Verticalen nach rechts ab. Dies beruht darauf, dass gemäss des betreffenden Ergebnisses der Analysis (s. Coroll.) die Projection des allerdings links gedrehten senkrechten Netzhautmeridians von der Verticalen nicht auch nach links, sondern nach rechts und zwar um ebenso viel abweicht, als der Netzhauthorizont nach oben.

Man kann sich davon leicht auf folgende Art überzeugen, wodurch auch die Bedeutung der Winkel β, φ, ϱ gehörig klar wird.

Fig. 67.

Es sei (Fig. 67) A die rechtwinklige Ecke einer Tischplatte, AX, AY die sie bildenden Seiten. Die Ebene XAY des Tisches sei horizontal und man denke sich darauf in A eine lothrecht errichtete Gerade AZ. Die Ebene der Tischplatte XY heisse «Horizontalebene», die auf AX senkrechte Ebene «Medianebene» und die auf AY senkrechte «Transversalebene». Diese drei Ebenen werden auch beziehungsweise als Ebenen der XY, XZ und YZ bezeichnet. Auf die Ecke XAY des Tisches stelle man ein Cigarrenkistchen (oder ein sonstiges rechtwinkliches Parallelopipedum) so dass Ecke und Kanten der unteren Fläche des Kistchens auf Ecke und Kanten der Tischplatte zu stehen kommen, und bezeichne die Ecke und die anstossenden Kanten des Kistchens beziehungsweise mit a, x, y, z und die den Ebenen XY, XZ, YZ entsprechenden Seitenflächen des Kistchens mit xy, xz, yz. Man nehme die Kante x als die Primärrichtung der Blicklinie und die beiden Kanten y, z als die Primärlagen des Netzhauthorizonts, beziehungsweise des senkrechten Netzhautmeridians an.

Alsdann *erhebe* man zuerst die Grundfläche xy des Kistchens um den Winkel β über die Horizontalebene XY, indem man dasselbe um die Kante y dreht, und lasse hierauf die Ebene zx eine *Seitenwendung* machen, indem man das Kistchen um seine nun nach rückwärts geneigte Kante z nach rechts dreht, so dass der Winkel YAy (oder, was dasselbe ist, Yay) $= \varphi$ wird. Auf diese Art ist die Blicklinie ax in eine beliebige Richtung gebracht, welche durch die Winkel β und φ unzweideutig bestimmt ist. Da β und φ positiv sind, so muss nach der Listing'schen Formel der Raddrehungswinkel ϱ einen negativen Werth erhalten, d. h. die Seitenfläche zx des Kistchens etwas nach links gedreht werden. Thut man dies, indem man dasselbe um die Kante x im Betrage des Raddrehungswinkels ϱ nach Oben *rotirt*, so ist nunmehr das Kistchen in seine durch β, φ, ϱ bestimmte Endlage gebracht. Man sieht alsdann, dass die Kante z, welche den senkrechten, ursprünglich verticalen Netzhautmeridian in seiner nunmehrigen Lage vorstellt, von der Durchschnittslinie der Ebene zy (in ihrer nunmehrigen Lage) mit der (unverändert gebliebenen) Ebene ZX nach rechts abweicht.

Ebenso weicht auch die Projection von z auf die verticale Tafel (Fig. 66), oder die Durchschnittslinie der Ebene zx mit dieser Tafel von der durch den Fixationspunkt gehenden verticalen, mit ac parallelen Geraden rechts ab, nämlich in dem hier angenommenen Falle, wo die Blicklinie erhoben und rechts gewendet ist, der fixirte Punkt mithin in dem rechten oberen Quadranten liegt.

Ein bei Primärstellung der Blicklinie erzeugtes Nachbild eines im Winkel von 45° mit der Medianebenen dem Auge dargebotene Bandes verändert seine Lage nicht merklich, wenn man die Projection des Bandes auf einer zur Primärrichtung der Blicklinie senkrechten Wand mit dem Blicke verfolgt. Dies ergibt sich leicht durch den entsprechenden Versuch und lässt sich auch analytisch nachweisen. (S. Corollar.).

Während das Auge bei Fortbewegung der Blicklinie in Directionskreisen um eine unveränderliche Drehungsaxe rotirt und auf diese Art der Blick am schnellsten von einem Punkte zu einem andern übergeführt wird, kann dieser natürlich auch durch Rotation um eine veränderliche Drehungsaxe von einem Punkte zum andern gelenkt werden. Die hierbei von der Blicklinie zu beschreibenden Bahnen scheinen dem Auge um so angenehmer zu sein, je kleiner die beim Uebergange von einer augenblicklichen Stellung des Bulbus zur andern stattfindenden Aenderungen des Raddrehungswinkels sind, und desshalb diejenigen am angenehmsten, welche gar keine Veränderungen des Raddrehungswinkels bedingen. Wir haben die Gleichung der Durchschnittscurven derartiger von der Blicklinie beschriebener Kegelflächen mit einer zur Primärrichtung der Blicklinie senkrechten Ebene analytisch entwickelt und in Fig. 68 Taf. II. eine Zeichnung der interessantesten den Scheiteln zunächst befindlichen, hyperbolische Bögen darstellenden, Theile derselben gegeben. Sie sind für eine Distanz von 10 Centim., der Antlitzfläche von der Papierebene berechnet. Die Construction für eine dreifache Entfernung, d. i. für die normale mittlere Sehweite, ist leicht vermittelst der Fig. 68 auszuführen. Man braucht nur in entsprechenden Distanzen Ordinaten durchzulegen und das Dreifache derselben, sowie auch der Abcissen, zu welchen sie gehören, auf zwei dazu bestimmte rechtwinklige Coordinatenaxen aufzutragen. Wir haben sie mit dem Namen *atrochistische Curven* belegt. Die Leichtigkeit, womit das Auge ihrer hyperbolischen Krümmung in der Scheitelgegend folgt, ist besonders bemerkenswerth.

Was nun die dem Drehungsgesetze höchst wahrscheinlich zu Grunde

liegende Entstehungsursache anbelangt, so haben wir schon (S. 348) aus dem Citate aus Helmholtz phys. Opt. als die wesentlichste die Behufs leichterer Orientirung und richtiger Auslegung der empfangenen Gesichtseindrücke von Kindheit an unbewusst angestrebte Einübung kennen gelernt. Wir wiederholen hier nur, dass wir ohne das Donder'sche Gesetz hinsichtlich des Bewegungszustandes und des Orts der mittelst indirecten Sehens wahrgenommenen Objecte häufigen Täuschungen unterworfen sein würden, indem bei wiederholter Anschauung eines Objectpunkts die seitlich gelegenen Objecte in der Regel nicht mehr auf dieselben Netzhautstellen wie vorher fallen und dadurch ihren Ort geändert zu haben scheinen würden, oder indem wir umgekehrt bei wirklicher Ortsveränderung der Objecte die entsprechende Wahrnehmung blos einer Raddrehungsbewegung unseres Auges zuschreiben könnten.

Zur Erleichterung der *Orientirung*, d. h. zur richtigen Auffassung der relativen Ortsverhältnisse der Objecte trägt auch wesentlich bei, dass zufolge des Listing'schen Gesetzes die Blicklinie sich von ihrer Primärstellung aus immer nur in Ebenen verschiebt*) (Helmholtz' *Princip der leichtesten Orientirung für die Ruhestellungen*) und dass auch bei Uebergängen von einer Secundärstellung der Blicklinie zur andern der von letzterer beschriebene Sector einer Kegelfläche von einer Ebene gewöhnlich nicht erheblich abweicht. Die Beurtheilung des Gesichtswinkels sowie des Höhenunterschieds zweier seitlich von einander beträchtlich entfernter Objecte, oder der Lage der sie verbindenden Geraden wird hierdurch wesentlich gefördert.

Die als Grundlage des Donders'schen Gesetzes angenommene Einübung ist nur möglich in einer Weise, wie sie der natürlichen Disposition des Muskelapparats entspricht. Es werden mithin diejenigen Bewegungen die ausgiebigsten sein, welche der (mit keiner Raddrehung verbundenen) Wirkung der kräftigsten Muskeln, der vier Recti, entsprechen, und die beiden Obliqui, von denen der obere der dünnste, der untere der kürzeste aller Augenmuskeln ist, werden hauptsächlich nur als Regulatoren und Modificatoren bei den Bewegungen des Bulbus zur Erfüllung des Sehzweckes mitwirken.**)

---

*) Wundt behauptet, dass die Blicklinie in ihrer Primärstellung in der Medianebene etwas unter den Horizont gesenkt sei und dass von dieser Stellung aus der Erhebungs- und Seitenwendungswinkel zu rechnen seien.

**) Die Leistung A eines Muskels, dessen Querschnitt = q und dessen Länge = l ist, wird ausgedrückt durch die Formel A = Cql, wo C eine im Verhältnisse zur Innervation

Was die Association der Bewegung beider Augen betrifft, in Folge deren wir in der Regel einen Punkt mit beiden Augen gleichzeitig fixiren, beide Augen gleichzeitig erheben oder senken, so ist uns dieselbe gleichfalls in Folge von Gewohnheit und Einübung so zur Nothwendigkeit geworden, dass es uns schwer hält, uns derselben zu entziehen. Es gelingt uns in der Regel erst nach längerer Bemühung, beide Blicklinien gleichzeitig auf verschiedene uns interessirende Objecte zu richten.

Eine verschiedene simultane Erhebung beider Blicklinien lässt sich nur mittelst eines schwach brechenden Prismas erzielen.

Die zwischen der Convergenz beider Blicklinien und dem Accommodationsaufwande bestehende Association, welche bereits S. 45 näher berücksichtigt wurde, ist ebenfalls als eine Folge der Einübung und Gewohnheit aus Zweckmässigkeitsgründen anzusehen*). Wird eine innerhalb des Accommodationsgebiets gelegener Punkt fixirt, so sind auch sofort beide Augen für denselben accommodirt, ohne dass es dazu einer besonderen Willensintention bedürfte. Es erfordert gewöhnlich wieder eine längere Einübung, um für andere in den Blicklinien gelegenen Punkte accommodiren zu können, als ihren Kreuzungspunkt.

Ist die Function einer oder mehrerer Augenmuskel durch Parese oder Paralyse (unvollkommene oder vollkommene Lähmung) gestört, so finden die Bewegungen des Bulbus um so unvollkommener statt, je mehr die Mitwirkung des oder der gelähmten Muskeln zu diesen Bewegungen nothwendig ist; es entsteht das s. g. *paralytische Schielen.*

Ist dagegen ein Muskel (in der Regel ein lateraler, d. h. entweder der Rectus internus oder der R. externus) in Folge eines tonischen Krampfes dauernd verkürzt, so begleitet *(concomittirt)* das betroffene Auge das Gesunde

---

stehende constante Grösse ist. Wenn nun die Länge des Hebelarms eines Augenmuskels $= r$ ist, so hat man für das mechanische Moment M der Leistung dieses Muskels die Gleichung $M = Cqlr$. Soll diese Grösse bei den beiden Obliqui eines Auges gleich sein, so muss, wenn jene Buchstaben für den Obliquus inferior gelten und die correspondirenden q', l', r', für den Obliquus superior, da $r = \frac{1}{2} r'$ ist (S. 240), die Relation bestehen: $ql = 2q'l'$. (⊙)

Ein Theil der Leistung $q'l'$ geht durch die Reibung in der Rolle verloren, so dass der Coefficient 2 erheblich, vielleicht nahezu auf 1, reducirt wird. Das Moment qlr und $q'l'r'$ ist jedenfalls beträchtlich kleiner als das Moment der geraden Augenmuskeln,

Da nach S. 202 beide Augen im Zustande der Inactivität dem Fussboden zugekehrt sind, so folgt, dass der Obliquus superior und der Rectus inferior sich dabei weiter verkürzen müssen als zur Erreichung der Primärstellung erforderlich ist, und dass sich erst bei jener Stellung (Meissner's Primärstellung) die sämmtlichen Augenmuskeln in ihrem Ruhezustande befinden.

*) Nach Hermann (Physiol. S. 333) scheint ein centraler Connex zwischen den Nerven für die Accommodation, die Iris und die äusseren Augenmuskeln zu bestehen.

im ganzen Bereiche des Gesichtsfelds in derselben gleich gross bleibenden falschen Richtung; es findet das s. g. *concomittirende Schielen* statt*).

Convergirendes Schielen, bei welchem der Rectus internus des einen Auges verkürzt ist, entsteht nach Donders (on the Anomalies of Accommodation and Refraction of the eye. S. 292) in der Mehrzahl der Fälle bei Hypermetropie im früheren Alter (im 3. bis 7. Lebensjahre) in Folge der S. 45 angeführten physiologischen Thatsache, dass die Accommodation für die Nähe durch Einwärtsdrehung des Bulbus verstärkt wird. Das Kind sucht nämlich unter Verzichtleistung auf binoculares Sehen durch stärkere Innenwendung des einen (kräftigeren) Auges den Vortheil deutlichen Sehens zu erreichen.

Convergirendes Schielen hat nach von Graefe (Archiv f. Ophthalmol. X. 1, S. 156) häufig auch seine Ursache in vorhandener Myopie ($^1/_{14}$ bis $^1/_6$). Diese Art kommt gewöhnlich erst in etwas vorgerückterer Jugendzeit (selten vor dem 7. oder 8. Lebensjahre, in seltenen Fällen sogar noch im 30. bis 40.) vor, wenn grössere und dauerndere Anforderungen an die Accommodationskraft gestellt werden. Beim anhaltenden Betrachten von Gegenständen, welche der Fernegrenze des Sehens nahe liegen, ermüdet der eine (weniger kräftige) Rectus externus eher als der andere, und es stellt sich ein anfangs vorübergehendes Schielen ein, welches durch das Bestreben die entstehenden Doppelbilder wegzuschaffen vermehrt und allmälig stationär wird.

Divergirendes Schielen wird nach Donders (a. a. O.) gewöhnlich durch Myopie, und zwar durch die bei derselben stattfindende erschwerte Beweglichkeit des Bulbus, hervorgerufen. Bei Myopie hat nämlich eine Verlängerung des Bulbus in der Richtung der Sehaxe, eine Ellipticität seiner Form, statt, und zugleich liegt der Drehungspunkt weiter nach vornen, als bei emmetropischen Augen, so dass bei Seitenwendungen der Blicklinie eines myopischen Auges grössere Excursionen des hinteren Augenpols als bei einem emmetropischen Auge erfordert werden. Hierzu kommt noch, dass nach Donders die Blicklinie bei myopischen Augen näher bei der Hornhautmitte, ja zuweilen nach Aussen von derselben, die Hornhaut schneidet. Durch diese Momente werden die, durch die Myopie an sich schon vorzugsweise in Anspruch genommenen Recti interni noch mehr angestrengt, und es geschieht leicht, dass sie allmälig der an sie gestellten Anforderung zu genügen aufhören und dadurch die Recti externi das Uebergewicht erlangen. Zur Ver-

*) Bei dem paralytischen Schielen entspricht die Wirkung des geschwächten Muskels der beabsichtigten Bewegung der Blicklinie um so weniger je grösser diese ist. Hat das betreffende Auge in der Wirkungsrichtung des paretischen Muskels eine gewisse Excursion erlangt, bei welcher dessen Kraft völlig erschöpft ist, so kann es in besagter Richtung nicht weiter geführt werden.

Bei dem concomittirenden Schielen setzt dagegen der mit tonischem Krampfe behaftete Muskel der seiner Willensrichtung entgegengesetzten Bewegung immer den gleichen Widerstand entgegen, oder vergrössert die in seiner Wirkungsrichtung stattfindende Bewegung immer um dieselbe seinem permanenten Contractionszustande entsprechende Grösse. Die wirkliche Bewegung der Blicklinie steht mithin zu der intendirten immer in einem bei gleicher Bewegungsrichtung nahezu constantem Verhältnisse.

minderung der alsdann auftretenden Doppelbilder wird die Insufficienz des schwächeren Muskels nun noch möglichst cultivirt.

Das Verhalten der beim Schielen entstehenden Doppelbilder wird am Schlusse des folgenden §. etwas näher erörtert*).

Corollarium zu §. IV.

I. Ableitung der Listing'schen Formel. Der Drehungspunkt des Auges werde zum Anfangspunkt der Coordinaten genommen, die durch denselben gelegte Horizontalebene sei die Ebene der xy, die Primärlage der Blicklinie sei die Axe der x, die positive Richtung der z-Axe gehe senkrecht nach Oben, die der y-Axe nach rechts.

Es soll nun ein in Bezug auf dieses im Raume absolut feststehende Coordinatensystem bestimmter Punkt x', y', z' auf ein anderes mit dem Auge bewegliches Coordinatensystem ξ, η, ζ bezogen werden.

Man nimmt an, dieses bewegliche Coordinatensystem habe Anfangs dieselbe Lage wie das feste, werde aber zunächst um seine mit der y-Axe zusammenfallende Axe so gedreht, dass seine Anfangs mit der xy-Ebene zusammenfallende Coordinatenebene gegen diese um den, nach Oben positiv zu nehmenden, Winkel β geneigt werde. Die auf diese Lage des beweglichen Coordinatensystems bezogenen Coordinaten des angenommenen Punkts seien x_1', y_1', z_1', so hat man die Gleichungen

$$x' = x_1' \cos\beta - z_1' \sin\beta, \quad y' = y_1', \quad z' = x_1' \sin\beta + z_1' \cos\beta. \quad (1.)$$

Bringt man nun das bewegliche Coordinatensystem aus seiner dermaligen Lage dadurch in eine neue, dass man es um die Axe der z' um den von links nach rechts positiv zu nehmenden Winkel φ dreht, so bekommt man, wenn die auf diese neue Lage bezogenen Coordinaten des angenommenen festen Punkts mit x_2', y_2', z_2' bezeichnet werden, die Gleichungen:

$$x_1' = x_2' \cos\varphi - y_2' \sin\varphi, \quad y_1' = x_2' \sin\varphi + y_2' \cos\varphi, \quad z_1' = z_2'. \quad (2.)$$

Bringt man endlich noch das bewegliche Coordinatensystem aus der zuletzt eingenommenen Lage dadurch in seine Endlage (zu welcher die beiden vorhergehenden Lagen nur als Uebergänge dienten), dass man es um die Axe der x_2 um einen von links nach rechts positiv zunehmenden Winkel ϱ dreht, und sind nunmehr die auf diese Lage bezogenen Coordinaten des angenommenen festen Punkts ξ', η', ζ', so erhält man

$$x_2' = \xi', \quad y_2' = \eta' \cos\varrho + \zeta' \sin\varrho, \quad z_2' = -\eta' \sin\varrho + \zeta' \cos\varrho. \quad (3.)$$

Substituirt man diese Werthe für x_2', y_2', z_2' in die Gleichungen (2.) und sodann die sich ergebenden Werthe von x_1', y_1', z_1' in die Gl. (1.), so erhält man die gesuchten Relationen:

---

*) Schielen wird übrigens nicht blos erzeugt durch Lähmung oder permanente Contraction eines Augenmuskels, sondern auch durch Geschwülste in der Augenhöhle und durch Verwachsungen der Bindehaut der Augenlider mit der der Sclerotica.

$$\left.\begin{aligned} x' &= [\xi' \cos\varphi - (\eta' \cos\varrho + \zeta' \sin\varrho) \sin\varphi] \cos\beta + (\eta' \sin\varrho - \zeta' \cos\varrho) \sin\beta, \\ y' &= \xi' \sin\varphi + (\eta' \cos\varrho + \zeta' \sin\varrho) \cos\varphi, \\ z' &= [\xi' \cos\varphi - (\eta' \cos\varrho + \zeta' \sin\varrho) \sin\varphi] \sin\beta - (\eta' \sin\varrho - \zeta' \cos\varrho) \cos\beta. \end{aligned}\right\} \quad (4.)$$

Man sieht leicht ein, dass man, vermittelst der drei vorgenommenen Drehungen je nach dem Werthe, den man den Winkeln β, φ, ϱ gibt, dem neuen Coordinatensystem (ξ, η, ζ) jede beliebige Lage geben kann. Ebenso kann man aber auch dieses veränderliche Coordinatensystem aus der ersten in jede beliebige Lage durch eine einmalige Drehung um eine entsprechend gelegene Axe bringen. Dabei ist klar, dass, wenn der Punkt x', y', z' in dieser Drehungsaxe liegt, er auch in dem beweglichen Coordinatensysteme, zu dem er ursprünglich dieselbe Beziehung hatte, wie zu dem unbeweglichen, die nämliche Beziehung behalten, dass folglich

$$\xi' = x', \quad \eta' = y', \quad \zeta' = z' \quad (4'.)$$

sein muss.

Substituirt man also diese Werthe in die Gl. (4.), so erhält man drei Gleichungen zwischen x', y', z'. Da jedoch dieselben kein von x', y', z' unabhängiges Glied haben, so folgt aus der Theorie der Gleichungen, dass eine Identität zwischen den Coefficienten dieser Veränderlichen bestehen muss (die Determinante oder Resultante der drei Gleichungen) und dass mithin die drei Gleichungen (4'.) nicht mehr einen bestimmten Punkt (x', y', z'), sondern ein System von Punkten geben, welches Punktsystem die Drehungsaxe selbst ist. Um also die Relationen zwischen den Veränderlichen x, y, z des festen Coordinatensystems, welche sämmtlichen Punkten x', y', z' der Drehungsaxe entsprechen, oder das auf die Axen der x, y, z bezogene Gleichungssystem der Drehungsaxe zu erhalten, genügt es, die Gleichungen (4.) nach Substitution der Werthe (4'.) als zusammenbestehend anzusehen.

Um nun die Relation zwischen β, φ und ϱ zu erhalten braucht man nur diejenigen Drehungsaxen zu berücksichtigen, um welche die Blicklinie aus einer Primärstellung in eine andere Stellung gedreht werden kann. Da diese Drehungsaxen immer in der Aequatorialebene liegen, deren Gleichung $x = 0$ ist, so haben wir in der Gleichung (4.) zu setzen:

$$\xi' = x' = 0, \quad \eta' = y', \quad \zeta' = z'.$$

Dadurch erhält man:

$$\begin{aligned} 0 &= y' (\sin\varrho \sin\beta - \cos\varrho \sin\varphi \cos\beta) - z' (\sin\varrho \sin\varphi \cos\beta + \cos\varrho \sin\beta), \\ y' &= y' \cos\varrho \cos\varphi + z' \sin\varrho \cos\varphi, \\ z' &= -y' (\cos\varrho \sin\varphi \sin\beta + \sin\varrho \cos\beta) + z' (\cos\varrho \cos\beta - \sin\varrho \sin\beta \sin\varphi). \end{aligned}$$

Aus je zweien dieser Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{y'}{z'} = \frac{\sin\varrho \sin\varphi \cos\beta + \cos\varrho \sin\beta}{\sin\varrho \sin\beta - \cos\varrho \sin\varphi \cos\beta} = \frac{\sin\varrho \cos\varphi}{1 - \cos\varrho \cos}$$

$$= \frac{\cos\varrho \cos\beta - \sin\varrho \sin\beta \sin\varphi - 1}{\cos\varrho \sin\varphi \sin\beta + \sin\varrho \cos\beta}.$$

Aus dem ersten und zweiten, sodann aus dem ersten und dritten oder zweiten und dritten dieser Ausdrücke für $\frac{y'}{z'}$ erhält man, nach gehöriger Reduction, durch Elimination von $\cos\varrho$ die Gleichung

$$\sin\varrho = -\frac{\sin\beta\,\sin\varphi}{1+\cos\beta\cos\varphi},\ \text{sodann}\ \cos\varrho = \frac{\cos\beta+\cos\varphi}{1+\cos\beta\cos\varphi},$$

woraus folgt:

$$\operatorname{tg}\varrho = -\frac{\sin\beta\sin\varphi}{\cos\beta+\cos\varphi}. \quad (5.)$$

Dies ist die oben angeführte Listing'sche Formel, worin β den Erhebungs-, φ den Seitenwendungs- und ϱ den Raddrehungswinkel bedeuten.

II. Directe Drehung der Blicklinie aus einer **beliebigen** Secundärstellung in eine geforderte neue.

Aus den bekannten Formeln für die Transformation der Raum-Coordinaten, wenn man von einem Systeme x, y, z auf ein anderes ξ, η, ζ durch folgende Drehungen übergeht: 1) um die Axe der x, im Betrage des Winkels φ, 2) um die neue der Axe der z', im Betrage des Winkels ϑ, 3) um die neue Axe der x'', im Betrage des Winkels ψ, erhält man die Gleichungen:

$$x = A_1\xi + B_1\eta + C_1\zeta, \quad y = A_2\xi + B_2\eta + C_2\zeta,$$
$$z = A_3\xi + B_3\eta + C_3\zeta, \quad (6.)$$

deren Coefficienten folgende Werthe haben:

$$A_1 = \cos\vartheta, \quad B_1 = -\cos\psi\sin\vartheta, \quad C_1 = -\sin\psi\sin\vartheta,$$
$$A_2 = \cos\varphi\sin\vartheta, \quad B_2 = -\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\cos\vartheta,$$
$$C_2 = \sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\sin\psi\cos\vartheta,$$
$$A_3 = -\sin\varphi\sin\vartheta, \quad B_3 = -\cos\varphi\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi\cos\vartheta,$$
$$C_3 = \cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi\cos\vartheta.$$

Nimmt man die alte und neue Lage der x-Axe, resp. ξ-Axe, als Primär- resp. Secundärrichtung der Blicklinie an, so dass dieselben den Winkel ϑ mit einander bilden, so hat man für die Drehungsaxen wieder die Gleichungen: $x = \xi = 0$, $y = \eta$, $z = \zeta$, und damit geben die Gl. (6.):

$$0 = B_1\eta + C_1\zeta, \quad \eta = B_2\eta + C_2\zeta, \quad \zeta = B_3\eta + C_3\zeta. \quad (7.)$$

Aus der ersten dieser Gleichungen (7.) folgt:

$$\frac{\eta}{\zeta} = -\frac{C_1}{B_1} = -\operatorname{tg}\psi,$$

aus der zweiten:

$$\frac{\eta}{\zeta} = B_2\frac{\eta}{\zeta} + C_2.$$

Setzt man hierin für $\frac{\eta}{\zeta}$, B_2 und C_2 die obigen Werthe, so findet man nach einer leichten Reduction:

$$\sin\psi = -\sin\varphi, \ \text{oder}\ \psi = -\varphi, \quad (8.)$$

hiermit gehen die Coefficienten der Gl. (6.) über in folgende:

$$A_1 = \cos\vartheta, \quad B_1 = -\cos\varphi\sin\vartheta, \quad C_1 = \sin\varphi\sin\vartheta,$$
$$A_2 = \cos\varphi\sin\vartheta, \quad B_2 = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi\cos\vartheta, \quad C_2 = \sin\varphi\cos\varphi(1-\cos\vartheta),$$
$$A_3 = -\sin\varphi\sin\vartheta, \quad B_3 = \sin\varphi\cos\varphi(1-\cos\vartheta), \quad C_3 = \cos^2\varphi + \sin^2\varphi\cos\vartheta.$$

Die Gleichungen (6.) sind mithin:

$$\left.\begin{aligned} x &= \xi\cos\vartheta - \eta\cos\varphi\sin\vartheta + \zeta\sin\varphi\sin\vartheta, \\ y &= \xi\cos\varphi\sin\vartheta + \eta(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\cos\vartheta) + \zeta\sin\varphi\cos\varphi(1-\cos\vartheta), \\ z &= -\xi\sin\varphi\sin\vartheta + \eta\sin\varphi\cos\varphi(1-\cos\vartheta) + \zeta(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\cos\vartheta). \end{aligned}\right\} \quad (9.)$$

Nun ist die Gleichung einer Ebene, welche den von den Coordinatenebenen yz und $\eta\zeta$ (d. i. von der alten und neuen Lage der Aequatorialebene) gebildeten Kantenwinkel halbirt, d. i. dem Text zufolge die Gleichung der Ebene der Drehungsaxen:

$$x + \xi = 0. \quad (10.)\ ^*)$$

(Sie ist nämlich die Gleichung aller Punkte, welche gleichweit von der Vorderseite der Ebene $x = 0$, wie von der Hinterseite der Ebene $\xi = 0$ abstehen.)

Statt ihrer erhält man aus der ersten Gleichung (9.):

$$0 = \xi(1+\cos\vartheta) - \eta\cos\varphi\sin\vartheta + \zeta\sin\varphi\sin\vartheta, \quad (10\,a.)$$

oder, wenn man sie mit $(1-\cos\vartheta)$ multiplicirt und mit $\sin\vartheta$ dividirt:

$$0 = \xi\sin\vartheta - \eta\cos\varphi(1-\cos\vartheta) + \zeta\sin\varphi(1-\cos\vartheta). \quad (10\,b.)$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit $\cos\varphi$ und vergleicht sie mit der zweiten der Gl. (9.), so erhält man

$$y = \eta.$$

Durch Multiplication der Gl. (10 b.) mit $\sin\varphi$ und Vergleichung mit der dritten der Gl. (9.) findet man ebenso

$$z = \zeta.$$

Man hat mithin für die Coordinaten der einzelnen Punkte der Halbirungsebene die Gleichungen:

$$x = -\xi, \quad y = \eta, \quad z = \zeta.$$

Für eine andere Stellung der Blicklinie hat auch der Bulbus und mithin das mit demselben veränderliche Coordinatensystem (ξ, η, ζ) eine andere Lage (d. h. die Winkel φ, ϑ, ψ haben andere Werthe). Bezeichnet man nun diese neue Lage der Coordinatenaxen durch ξ^0, η^0, ζ^0, so hat man als Gleichung der Halbirungsebene des von den Coordinatenebenen der yz und $\eta^0\zeta^0$ gebildeten Kantenwinkels:

$$x = -\xi^0 \text{ und damit auch } y = \eta^0, \quad z = \zeta^0.$$

Verlängert man nun diese Halbirungsebene und die vorhergehende bis sie sich schneiden, so ist die Durchschnittslinie natürlich beiden Ebenen angehörig. Die Werthe von x, y, z müssen folglich für sie gleich sein, mithin hat man auch für alle dieser Durchschnittslinie angehörigen Punkte:

$$x = \xi^0 = \xi, \quad y = \eta^0 = \eta, \quad z = \zeta^0 = \zeta.$$

---

*) Vgl. Hesse, Vorles. über analyt. Geometrie des Raumes. 2. Aufl. S. 20.

Die Durchschnittslinie beider Halbirungsebenen geht mithin bei beiden Stellungen der Blicklinie durch die nämlichen Punkte des Bulbus. Derselbe muss mithin um sie, als Axe, rotirt werden, um aus der ersten Secundärstellung (ξ, η, ζ) in die zweite (ξ^0, η^0, ζ^0) gebracht zu werden.

III. Die Directions- und Raddrehungscurven. Die Kugel Fig. 65 (S. 253) stelle das endlich begrenzte, mit dem Halbmesser $CS = CO = r$ aus dem Mittelpunkt C, in welchem sich der Drehungspunkt des Auges befindet, construirte Sehfeld vor. C sei der Anfangspunkt des Coordinatensystems und die Primärstellung CS der Blicklinie werde als Axe der x angenommen. Der Horizont $OGSG_1$ ein grösster Kreis des Sehfelds, dessen Ebene durch OS, HH geht, werde als Coordinatenebene der xy betrachtet, wodurch die in C errichtete Verticale zur Axe der z wird.

Die Ebene der Directionskreise ist nach dem oben Gesagten, ausser dem, dass sie durch den Occipitalpunkt O gehen muss, vollkommen willkürlich. Ihre Gleichung sei:

$$x + ay + bz = -r, \quad (11.)$$

wo $r = CO$ ist, während a und b unbestimmt sind.

Verbindet man nun die Gleichung der Kugel des Sehfelds mit der Gl. (11.), so hat man für das Gleichungssystem irgend eines Directionskreises:

$$\left\{x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \quad x + ay + bz = -r\right\}. \quad (12.)$$

Das Gleichungssystem einer durch den Mittelpunkt C und einen Punkt der Peripherie dieses Kreises gehenden Erzeugungslinie der von der Blicklinie, wenn sie nicht von ihrer Primärstellung ausgeht, zu beschreibenden Kegelfläche ist:

$$\left\{\zeta = \frac{z}{x}\,\xi, \quad \eta = \frac{y}{x}\,\xi\right\}, \quad (13.)$$

wo ξ, η, ζ die laufenden Coordinaten sind.

Aus den Gl. (12.) erhält man, wenn man die zweite quadrirt, r^2 eliminirt und die erhaltene Gleichung auf beiden Seiten durch x^2 dividirt:

$$1 + \frac{y^2}{x^2} + \frac{z^2}{x^2} = \left(1 + a\,\frac{y}{x} + b\,\frac{z}{x}\right)^2.$$

Substituirt man hierin die aus Gl. (13.) resultirenden Werthe für $\frac{x}{y}$, $\frac{z}{x}$, so ergibt sich:

$$1 + \frac{\eta^2}{\xi^2} + \frac{\zeta^2}{\xi^2} = \left(1 + a\,\frac{\eta}{\xi} + b\,\frac{\zeta}{\xi}\right)^2, \quad (14.)$$

als Gleichung der Kegelfläche, welche die Blicklinie beschreibt, wenn sie im Directionskreise (11.) hingeführt wird.

Schneidet man nun diese Fläche mit einer, in der Entfernung d vom Drehungspunkte C des Auges, auf der Primärlage der Blicklinie senkrecht stehenden Ebene, deren Gleichung

$$\xi = d \quad (15.)$$

ist, so hat man für die Curve, in welcher diese Ebene (15.) die Kegelfläche (14.) schneidet, das Gleichungssystem:

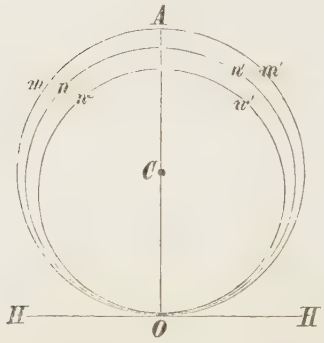
$$\left\{\xi = d, \quad d^2 + \eta^2 + \zeta^2 = (d + a\eta + b\zeta)^2\right\},$$

oder, wenn man in der zweiten dieser Gleichungen die angedeutete Quadrirung ausführt und nach den Potenzen der Veränderlichen ordnet:

$$\left\{\xi = d, \quad (a^2 - 1)\eta^2 + (b^2 - 1)\zeta^2 + 2ab\eta\zeta + 2d(a\eta + b\zeta) = 0.\right\} \quad (16.)$$

Dieses ist das gesuchte Gleichungssystem der Directionscurve. Dasselbe drückt eine in der Ebene $\xi = d$ befindliche Hyperbel aus.

Fig. 69.



Berücksichtigt man nun blos diejenigen Directionskreise wie OmAm', Onn', Oww', (Fig. 69), deren Ebenen sich in einer Geraden HH schneiden, die durch den Occipitalpunkt O horizontal (oder senkrecht zu der Medianebene) gelegt ist, so wird $a = 0$, indem die Gl. (11.) die Form erhält:

$$x + bz = -r, \quad (11'.)$$

und die Gl. (16.) geht über in die einfachere Gleichung der in der Ebene $\xi = d$ quer verlaufenden Raddrehungscurven:

$$-\eta^2 + (b^2 - 1)\zeta^2 + 2bd\zeta = 0. \quad (17.)$$

Setzt man

$$\zeta = \zeta_1 + e, \quad e = -\frac{bd}{b^2 - 1},$$

so erhält die Gl. (17.) die Form:

$$\eta^2 + \frac{bd}{e}\zeta_1^2 - bed = 0. \quad (18.)$$

Der Mittelpunkt der durch die Gl. (18.) ausgedrückten Hyperbeln liegt im Abstande e von der $\xi\eta$-Ebene, unter oder über derselben, je nachdem b einen positiven oder negativen Werth hat. Der Werth von e ist gleich demjenigen der in der ζ-Axe gelegenen reellen Halbaxe C, oder es ist

$$C = e = -\frac{bd}{b^2 - 1}$$

und für die in der η-Axe gelegene imaginäre Halbaxe B hat man

$$B = \sqrt{bed}.$$

Die Gl. (18.) ist sonach identisch mit:

$$\frac{\eta^2}{B^2} - \frac{\zeta_1^2}{C^2} = -1. \quad (18'.)$$

Setzt man nun die respective Neigung der durch die Gl. (11'.) repräsentirten Ebenen gegen die $\xi\eta$-Ebene gleich α, so wird $b = -\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$ und damit

$$\left.\begin{aligned} C = c &= \frac{d\,\mathrm{tg}\,\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha} = \tfrac{1}{2}\,d\,\mathrm{tg}\,2\alpha, \\ B &= \frac{d}{\sqrt{1-\mathrm{tg}^2\alpha}} = d\sqrt{\frac{\mathrm{tg}\,2\alpha}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}}. \end{aligned}\right\} \quad (19.)$$

Da für positive Werthe von α auch e stets positive Werthe erhält, so liegt, wenn der Erhebungswinkel positiv ist, der Mittelpunkt der Hyperbeln in einem Abstande, welcher dem absoluten Werthe von e gleich ist, über der Primärstellung der Blicklinie und der Scheitel der hier in Betracht kommenden Curvenzweige in dem doppelten Abstande $= 2e = d\,\mathrm{tg}\,2\alpha$.

Bei negativen Werthen von α liegt Mittelpunkt und Scheitel der Hyperbeln um e, resp. 2e unter der Primärstellung der Blicklinie.

Die mit positiven Werthen von α zu construirenden Hyperbeln sind die quer verlaufenden der oberen Hälfte der Fig. 66 (S. 255); für negative Werthe von α erhält man die Elemente der unteren.

Die Gleichung der aufrecht stehenden Raddrehungscurven der Fig. 66 kann man ableiten aus den Formeln, welche sich auf solche Directionskreise beziehen, die durch eine in O errichtete Verticale gelegt werden. Man sieht aber leicht ein, dass man sie auch einfach durch Vertauschung der Coordinaten erhält.

IV. Deduction der Formel für den Winkel, welchen die Projection des in einem beliebigen Netzhautmeridiane liegenden Nachbilds auf eine zur Primärrichtung der Blicklinie senkrechte Wand bei allen möglichen durch β und φ bestimmten Blickrichtungen mit der Verticallinie macht.

Die Projection eines Nachbilds, welches gegen den ursprünglich verticalen Netzhautmeridian in einem beliebigen Winkel, dessen trigonom. Tangente $= n$, geneigt ist, auf eine zur Primärrichtung der Blicklinie senkrechte Wand ist parallel mit der durch das Gleichungssystem:

$$\{\eta = n\zeta, \quad x = 0\}$$

ausgedrückten Geraden. Mithin erhält man vermittelst der Gleichung (4.) (S. 264):

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \xi\cos\varphi\cos\beta - \zeta[(n\cos\varrho + \sin\varrho)\sin\varphi\cos\beta - (n\sin\varrho - \cos\varrho)\sin\beta], \\ y &= \xi\sin\varphi + \zeta(n\cos\varrho + \sin\varrho)\cos\varphi, \\ z &= \xi\cos\varphi\sin\beta - \zeta[(n\cos\varrho + \sin\varrho)\sin\varphi\sin\beta + (n\sin\varrho - \cos\varrho)\cos\beta]. \end{aligned}\right\} \quad (\odot)$$

Aus der ersten der Gleichungen ($\odot$) folgt:

$$\xi = \frac{\zeta}{\cos\varphi\cos\beta}[(n\cos\varrho + \sin\varrho)\sin\varphi\cos\beta - (n\sin\varrho - \cos\varrho)\sin\beta] \quad (☽)$$

und aus der ersten und dritten, wenn man sie beziehungsweise mit $\sin\beta$ und $\cos\beta$ multiplicirt und sodann die Producte subtrahirt:

$$z\cos\beta = \zeta(\cos\varrho - n\sin\varrho). \quad (☿)$$

Die zweite der Gl. ($\odot$) gibt vermittelst der Gl. (☽):

$$y\cos\varphi = \zeta[n\cos\varrho + \sin\varrho - \sin\varphi\,\mathrm{tg}\,\beta(n\sin\varrho - \cos\varrho)]$$

und diese Gleichung durch Gl. (♀) dividirt ergibt:

$$\frac{y \cos \varphi}{z \cos \beta} = \sin \varphi \operatorname{tg} \beta + \frac{n \cos \varrho + \sin \varrho}{\cos \varrho - n \sin \varrho}. \quad (♀)$$

Die hieraus sich ergebende Gleichung:

$$\frac{y}{z} = \left[\operatorname{tg} \varphi \sin \beta + \left(\frac{n \cos \varrho + \sin \varrho}{\cos \varrho - n \sin \varrho} \right) \frac{\cos \beta}{\cos \varphi} \right] \quad (♁)^*)$$

ist die gesuchte allgemeine Formel für die trigonometrische Tangente des Winkels, in welchem die Projection des Nachbilds gegen die Verticale geneigt ist.

Für den Fall $n = 0$, wo das Nachbild im ursprünglich verticalen Netzhautmeridian liegt, geht die Gl. (♁) über in:

$$\frac{y}{z} = \frac{\sin \varphi \sin \beta + \operatorname{tg} \varrho \cos \beta}{\cos \varphi},$$

oder, da zufolge der Listing'schen Formel

$$\sin \beta \sin \varphi = - (\cos \beta + \cos \varphi) \operatorname{tg} \varrho \quad (♂)$$

ist, in:

$$\frac{y}{z} = - \operatorname{tg} \varrho.$$

Hieraus geht hervor, dass die Projection des verticalen Netzhautmeridians um ebenso viel nach rechts von der ursprünglichen Lage abweicht als der Netzhauthorizont nach oben.

Für den Fall $n = \infty$, wo das Nachbild im Netzhauthorizonte liegt, gibt die Formel (♁):

$$\frac{y}{z} = \operatorname{tg} \varphi \sin \beta - \frac{\cos \beta}{\cos \varphi} \cot \varrho,$$

oder auch vermöge (♂):

$$\frac{y}{z} = - \frac{\cos \beta}{\cos \varphi} (\cot \varrho + \operatorname{tg} \varrho) - \operatorname{tg} \varrho.$$

---

*) Die gegebene Auflösung ist eine abgekürzte. Will man die Gleichungen $\eta = n\zeta$, $x = d$ zu Grunde legen, so ist die gesuchte trigonom. Tangente $= \frac{y - y'}{z - z'}$, wo y, z die aus den Gleichungen (4.) abzuleitenden Werthe sind, und die Werthe für y', z', welche die Coordinaten des Durchschnittspunkts der Blicklinie mit der Projectionsebene sind, gleichfalls aus (4.) erhalten werden, indem man darin $x = d$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$ setzt. Man erhält auf diese Art nämlich:

$$d = \xi \cos \beta \cos \varphi, \quad y = \xi \sin \varphi, \quad z = \xi \sin \beta \cos \varphi,$$

oder

$$y = \frac{d \operatorname{tg} \varphi}{\cos \beta}, \quad z = d \operatorname{tg} \beta,$$

und findet damit für $\frac{y - y'}{z - z'}$ denselben Werth wie oben für $\frac{y}{z}$.

Für den Fall $n = 1$ endlich, wo das Nachbild im Winkel von 45^0 gegen den verticalen Netzhautmeridian geneigt ist, wird die Gl. (♀):

$$\frac{y \cos \varphi}{z \cos \beta} = \operatorname{tg} \beta \sin \varphi + \frac{\cos \varrho + \sin \varrho}{\cos \varrho - \sin \varrho} = \operatorname{tg} \beta \sin \varphi + 1 + 2(\operatorname{tg} \varrho + \operatorname{tg}^2 \varrho + \ldots).$$

Wenn die Blicklinie der ursprünglichen Richtung des Nachbilds folgt, so ist $\beta = \varphi$ und die vorhergehende Gleichung wird mit Hilfe der Formel (♂), wenn man $\operatorname{tg} \varrho = -\nu$ setzt:

$$\frac{y}{z} = 1 + 2(\nu^2 - \nu^3 + \nu^4 - \ldots) = 1 + 2\nu^2 \left(1 - \frac{\nu}{1+\nu}\right).$$

Der Bogen, dessen trigonom. Tangente $\frac{y}{z}$ darstellt, ist aber, weil ν kaum den Werth von 0,2 übersteigt, von einem halben Rechten nicht in einem bei dem betreffenden Versuche bemerkbaren Betrage verschieden.

V. Die atrochistischen Curven. Wird die Entfernung des Fixationspunkts vom Drehungspunkte des Auges $= r$ gesetzt, so sind die Coordinaten des Fixationspunkts, wenn die betreffende Augenstellung durch β und φ gegeben ist:

$$x = r \cos \varphi \cos \beta, \quad y = r \sin \varphi, \quad z = r \cos \varphi \sin \beta.$$

Mithin ist das Gleichungssystem der Blicklinie:

$$\left\{x = z \operatorname{cotg} \beta, \quad y = z \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin \beta}\right\}.$$

Hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{tg} \beta = \frac{z}{x}, \quad \sin \beta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad \cos \beta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \\ &\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad \cos \varphi = \frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{aligned}\right\} \quad (20.)$$

Nimmt man den Raddrehungswinkel ϱ als unveränderlich an und setzt $\operatorname{tg} \varrho = -c$, so gibt die Listing'sche Formel die Gleichung:

$$c = \frac{\sin \beta \sin \varphi}{\cos \beta + \cos \varphi}.$$

Substituirt man hierin für $\sin \beta$, $\cos \beta$, $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ ihre Werthe, so erhält man:

$$c\,[x \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + x^2 + z^2] = y z. \quad (21.)$$

Diese Gleichung repräsentirt die Fläche, in welcher sich die Blicklinie bewegen muss, damit keine Aenderung des Raddrehungswinkels stattfindet.

Die Schnittlinie dieser Fläche mit einer die Primärrichtung der Blicklinie senkrecht durchschneidenden Ebene

$$\xi = D$$

ist:

$$c\,(D \sqrt{D^2 + y^2 + z^2} + D^2 + z^2) = y z. \quad (22.)$$

Dies ist mithin die Gleichung der atrochistischen Curve.

So lange y und z gegen D klein sind, fallen diese Curven mit Hyperbeln zusammen, deren Gleichung folgende ist:

$$c\left[D\left(D+\frac{y^2+z^2}{2D}\right)+D^2+z^2\right]=yz,$$

oder

$$y^2+3z^2-\frac{2}{c}yz+4D^2=0. \quad (23.)$$

Da die atrochistischen Curven gerade in ihrer Scheitelgegend am interessantesten sind, so wollen wir die durch diese Gleichung dargestellten Hyperbeln näher betrachten.

Verändert man die Lage der Coordinatenaxen der y, z dadurch, dass man sie um die x-Axe im Betrage des Winkels α dreht und gibt α einen solchen Werth, dass das Glied mit yz der Gl. 23.) verschwindet, so erhält man:

$$My'^2+Nz'^2+F=0. \quad (24.)$$

wo

$$M=\cos^2\alpha+\frac{2}{c}\sin\alpha\cos\alpha+3\sin^2\alpha$$

$$=2-\cos 2\alpha+\frac{1}{c}\sin 2\alpha$$

$$N=\sin^2\alpha-\frac{2}{c}\sin\alpha\cos\alpha+3\cos^2\alpha$$

$$=2+\cos 2\alpha-\frac{1}{c}\sin 2\alpha$$

$$F=4D^2$$

und

$$\cos 2\alpha=-\frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$$

ist. Da nun der Annahme nach $c=-\operatorname{tg}\varrho$, mithin $\cos 2\alpha=\sin\varrho$ ist, so hat man auch

$$2\alpha=90^0-\varrho, \quad \text{oder} \quad \alpha=45^0-\frac{\varrho}{2}.$$

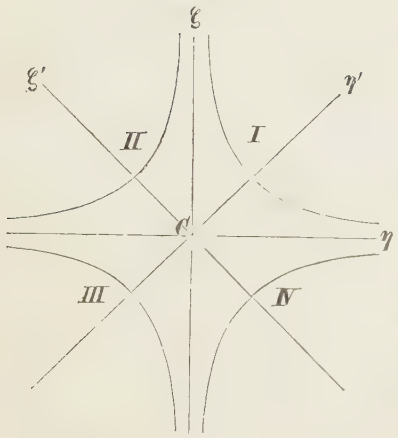
Hiermit wird

$$M=2-\frac{1}{\sin\varrho}, \quad N=2+\frac{1}{\sin\varrho}=4-M.$$

Für die reelle und imaginäre Halbaxe A, B der Hyperbeln erhält man hiermit die Werthe:

$$A=\frac{2D}{\sqrt{M}}, \quad B=\frac{2D}{\sqrt{N}}.$$

Fig. 71.



In dem Felde I und III (Fig. 71) sind β und φ zugleich positiv, resp. negativ, mithin wird ϱ negativ, M positiv und (weil $\sin\varrho$ immer kleiner als $\frac{1}{2}$ ist) N negativ; damit wird A reell und B imaginär,

Beide Axen wachsen um so mehr, je grösser der absolute Werth von ϱ wird, während die Neigung der reellen Axe gegen die ζ-Axe dabei immer kleiner wird.

Für die Felder II und IV wird A imaginär, B reell. Man construirt mithin die Curven dieser beiden Felder so, als wären durch Drehung der Quadranten I u. III um Cζ die in ihnen befindlichen Curven nach II u. IV transferirt worden.

Die zur Construction der Fig. 68 (Tafel II) dienenden Formeln, vermittelst deren man die zu einem angenommenen Werthe von A gehörigen Werthe von B und α bestimmen kann, sind, wie man leicht findet, folgende:

$$B = \frac{AD}{\sqrt{D^2 - A^2}}, \quad \sin\varrho = \frac{A - B}{2A}\text{*)}, \quad \alpha = 45^0 - \frac{\varrho}{2}.$$

Mittelst dieser Formeln sind die nachstehenden Werthe berechnet:

D = 10			
A	B	ϱ	α
0,5	0,50063	0° 2′ 10″	44° 58′ 58″
1,0	1,00514	„ 8′ 40″	„ 55′ 40″
1,5	1,51716	„ 19′ 40″	„ 50′ 10″
2,0	2,04121	„ 35′ 27″	„ 42′ 17″
2,5	2,58199	„ 56′ 23″	„ 37′ 49″
3,0	3,14486	1° 23′ 0″	„ 18′ 30″
3,5	3,73632	„ 56′ 5″	„ 2′ 43″
4,0	4,36436	2° 36′ 36″	43° 41′ 42″
4,5	5,03903	3° 26′ 0″	„ 17′ 0″
5,0	5,77350	4° 26′ 10″	42° 46′ 53″
5,5	6,58553	5° 39′ 47″	„ 10′ 7″
6,0	7,50000	7° 10′ 51″	41° 24′ 35″
6,5	8,55337	9° 5′ 6″	40° 27′ 22″

*) Man hat nämlich

$$\frac{B}{A} = \sqrt{\frac{M}{-N}} = \sqrt{\frac{1 - 2\sin\varrho}{1 + 2\sin\varrho}},$$

oder, weil ϱ immer nur kleine Werthe hat,

$$\frac{B}{A} = 1 - 2\sin\varrho.$$

§. V. Von dem indirecten binocularen Sehen und dem Sehmodus überhaupt.

Obschon das directe Sehen zur Erkenntniss des äusserlichen Verhaltens der ausser uns existirenden Dinge das wichtigste ist, so ist doch auch das indirecte Sehen für uns von sehr grossem Werthe. Wir wissen, welche Vorzüge bei zwei Fernröhren von gleicher Reinheit und Grösse der Bilder dasjenige vor dem andern hat, welches ein grösseres Gesichtsfeld besitzt, obgleich wir einem Fernrohr ebenso gut, wenn auch nicht so rasch, eine veränderte Richtung geben können, wie unseren Augen.

Es handelt sich jedoch hier nicht mehr um die optischen Verhältnisse, welche auf die um den gelben Fleck herum befindlichen Zonen Bezug haben, sondern lediglich um die Beziehungen, in welchen 1) die äusseren Licht aussendenden Objecte, 2) die durch sie vermittelst des optischen Apparats in den Netzhäuten erzeugten Reizungen, welche in localer Hinsicht mit den entsprechenden Netzhautbildern übereinstimmen, und 3) die von diesen Reizungen hervorgerufenen Vorstellungen in Betreff der Lage der verschiedenen Objectpunkte, zu einander stehen, oder, kurz ausgedrückt, um das Localisiren der indirect erhaltenen Gesichtsempfindungen*).

*) Die Unterschiede der Empfindungen, welche qualitativ gleiche Reize hervorbringen und die lediglich von der localen Verschiedenheit der Reizungen herrühren, werden *Localzeichen* genannt.

Den Localzeichen stehen mithin die specifischen Gesichts-Energieen (S. 136) gegenüber, zufolge deren ohne Rücksicht auf Localität an jedem Orte der Netzhaut, wo eine Reizung stattfindet, wenn in demselben nur die drei specifisch verschiedenen Nervenfasern existiren, die qualitativ, d. i. in Hinsicht der Farbe, bestehende Verschiedenheit der Empfindungen wahrgenommen wird.

Die Localzeichen und die specifischen Energieen sind hiernach (von den quantitativen Verschiedenheiten der Reizungen abgesehen) die beiden Factoren der Specialisirung der Gesichtseindrücke. Denn sind diese in localer und qualitativer Hinsicht völlig bestimmt, so kann auch in ihrer psychischen Auslegung, wenigstens beim Monocularsehen, keine Unbestimmtheit herrschen.

(Der Begriff der »Energie des Gesichtssinnes", d. i. der Fähigkeit, die Retinareizungen zum Gehirne fortzuleiten und als Gesichtswahrnehmung nach Aussen zu projiciren, begreift auch die Localisation, oder »die Localzeichen« in sich. Die specifische Energie der Netzhaut aber in dem Sinne der Young-Helmholtz'schen Hypothese, zufolge welcher eine Art von Retinaelement nur für eine Art von Licht empfänglich ist, hat mit der Auslegung der Netzhautreizungen in localer Hinsicht nichts gemein.)

Eine ziemlich allgemein geltende Ansicht war früher die, dass wir beim Wahrnehmen der äussern Objecte die Bahn der Lichtstrahlen auf Anregung der von ihnen in der Netzhaut gesetzten Reizung nach Aussen zurück verfolgten, auf diese Art die Einwirkung der empfangenen Gesichtseindrücke wieder auf ihre Quelle zurückführten und so alle Gegenstände des Sehfelds an ihrem wirklichen Orte und in ihrem natürlichen Verhalten sähen. Wir würden uns hiernach in Folge der empfangenen Retinalreizung des Lichtäthers gleichsam als eines bis in die entferntesten Regionen reichenden Tasters bedienen und uns auf diese Weise in directen Rapport mit den Aussendingen setzen. *)

Allein das Irrthümliche dieser Ansicht erhellt sofort aus der Existenz der *binocularen Doppelbilder.*

Halten wir zwei Nadeln in der Höhe unserer Augen und ungefähr in unserer Medianebene, die eine 2 bis 3 Zoll näher als die andere, jedoch beide innerhalb unseres Accommodationsgebiets, hintereinander, so beobachten wir leicht folgende nie ausbleibende Erscheinungen: Fixiren wir die vordere **) Nadel, so sehen wir die hintere doppelt, fixiren wir dagegen die hintere, so sehen wir die vordere doppelt. Schliessen wir nun in letzterem Falle, wo wir die dem Auge zunächst befindliche Nadel fixiren, das linke Auge, so verschwindet das gleichnamige (linke) Doppelbild, schliessen wir das rechte Auge, so verschwindet wieder das gleichnamige (rechte) Doppelbild. Im ersteren Falle aber, wo wir die vordere Nadel fixiren, verschwinden die ungleichnamigen Doppelbilder, wenn wir dasselbe Verfahren wie beim ersten Falle anwenden. ***)

Manches Mal gelingt der Versuch nicht sofort, indem man bei Fixation der einen Nadel das eine Doppelbild der andern, gewöhnlich das des linken oder schwächern Auges, nicht wahrnimmt. Dies rührt daher, dass wir uns von Kindheit an gewöhnt haben, dieses störende Doppelbild zu übersehen. Hält man aber die Augen ruhig auf die eine Nadel

*) Cartesius dachte sich alle Räume bis zu den Sternen mit einer sehr feinen Materie ausgefüllt, und das Licht, als aus einer in der Richtung der Lichtstrahlen (nicht, wie heutigen Tags angenommen wird, in darauf rechtwinkliger) statthabenden Bewegung dieser Materie hervorgehend. Wir empfänden mittelst der Augen jene von den entferntesten Körpern ausgehende Bewegung, wie wir mit einem in der Hand gehaltenen Stocke den Widerstand des Bodens wahrnähmen.

**) Vordere Nadel nennen wir immer die, welche sich weiter nach vornen befindet, die, welche dem Gesichte näher ist, nennen wir die hintere.

***) In analoger Weise werden beim convergirenden Schielen, wo sich die Blicklinien zwischen Gesicht und Object kreuzen, gleichnamige, bei divergirendem ungleichnamige Doppelbilder gesehen.

gerichtet, so wird man bei einiger Aufmerksamkeit sehr bald auch das Doppelbild der andern wahrnehmen.

Dieser einfache Versuch beweist schlagend, dass wir beim indirecten Sehen nicht alle Dinge, wenigstens nicht mit jedem Auge, an ihrem wirklichen Orte erblicken, sowie dass die Eindrücke beider Augen bei gehöriger Aufmerksamkeit auch gesondert zur Wahrnehmung gelangen.

Es ist nun von vornherein wahrscheinlich, namentlich bei Berücksichtigung der Gesetzmässigkeit der Augenbewegungen, dass in Hinsicht auf Distanz und Stellung der Doppelbilder ein Gesetz besteht, welches theils auf optischen, theils auf physiologischen Gründen beruht. Wäre dieses noch zu finden, so müssten wir Doppelbilder unter den verschiedensten Umständen hervorbringen, um von dem Concreten auf dem Wege der Induction zum allgemeinen Gesetze zu gelangen. Da letzteres jedoch bereits ergründet worden ist, so wollen wir nur einige besondere Umstände, unter denen Doppelbilder auftreten und verschwinden, anführen:

Fig. 72

1) Wiederholt man den obigen Versuch, indem man die vordere Nadel immer weiter hinausrückt, während die hintere, fixirte an ihrer Stelle bleibt, so rücken auch die Doppelbilder immer weiter auseinander.

2) Rückt man die hintere Nadel seitwärts, so sieht man sie bei fortgesetzter ruhiger Fixation der vorderen, noch immer doppelt, allein die Doppelbilder stehen einander um so näher, je näher man die Nadel der Peripherie eines Kreises bringt, welcher durch die Drehungspunkte der beiden Augen und die fixirte vordere Nadel geht. (Müller'scher Horopterkreis.)

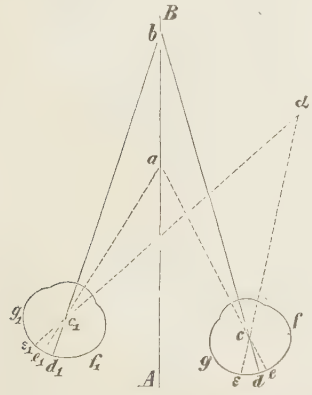
3) Bringen wir eine mehrere Zoll lange gerade Linie (Fig. 72) senkrecht in unsere Medianebene und fixiren den in dem Niveau der Augen befindlichen Punkt derselben, so sehen wir sie einfach und scharf. Neigen wir aber die Papierebene stark gegen oder unter den Horizont, so dass sie von der Blickebene in sehr spitzem Winkel geschnitten wird, und das eine Ende der Geraden den Augen möglichst nahe liegt, so sehen wir diese in gegen einander geneigten, sich kreuzenden Doppelbildern, welche einen Winkel mit einander bilden, der allmälig kleiner wird, wenn man die Papierebene nach und nach wieder in ihre ursprüngliche Stellung bringt.*)

*) Noch besser macht man diesen Versuch mit einer feinen gegen das Licht gehaltenen Stricknadel.

4) Fixirt man einen etwas seitlich von der Medianebene über oder unter der Primärlage der Visirebene befindlichen Stecknadelkopf, so steht von den beiden Bildern des Kopfes einer zweiten gerade vor sich gehaltenen Nadel das eine höher als das andere.

Es liegt nun nahe, anzunehmen, dass diejenigen Stellen beider Netzhäute gleiche Vorstellungen hinsichtlich des Orts eines im Raume vor ihnen befindlichen Punkts hervorbringen, welche in Hinsicht ihrer Lage gegen den bezüglichen horizontalen und verticalen Meridian identisch sind, nur fragt es sich, wie diese Identität zu nehmen ist. In dem ersten Versuche mit den beiden in der Medianebene AB (Fig. 73) befindlichen Nadeln a, b fallen, wenn b fixirt wird, die Netzhautbilder e, e_1 von a in beiden Augen gleichweit von den Netzhautgruben d, d_1 nach Aussen, und werden doppelt gesehen. Die Identität der Netzhaut kann also **nicht** in dem Sinne der Symmetrie der in beiden Körperhälften gelegenen gleichnamigen Körpertheile, zufolge welcher diesen von der Medianebene beiderseits nach Aussen hin gleiche Lage und Beschaffenheit zukommt, stattfinden. Sehen wir nun, ob bei den Netzhautelementen diese Symmetrie in beiden Augen nach gleichen Richtungen, von d nach f und von d_1 nach f_1, sowie von d nach g und von d_1 nach g_1 stattfindet. Denkt man sich (in Fig. 73) bei Fixation von b die Nadel a nach α d. i. nach rechts aus der Linie bd gerückt, so sieht man, dass die Netzhautbilder von a, welche zuerst auf entgegengesetzten Seiten der Netzhautgruben d, d_1 lagen, sich nun in beiden Augen links von d, resp. d_1, in ε, ε_1, befinden, und dass es eine Reihe von Objectpunkten von der Beschaffenheit geben muss, dass das Netzhautbild jedes einzelnen Punkts im rechten Auge in Bezug auf d dieselbe Lage hat, wie das Netzhautbild im linken Auge in Bezug auf d_1. Jeder Punkt dieser Reihe, welche, wie die analytische Geometrie leicht nachweist, die Peripherie des oben unter 2 erwähnten Kreises ist, müsste nun, nach der aufgestellten Hypothese, einfach gesehen werden, und wir haben bereits angeführt, dass dies in der That der Fall ist.

Fig. 73.



Ohne uns auf weitere Beweise für das Gesetz der Identität der Netzhäute nach gleichen Richtungen weiter einzulassen, wollen wir einfach anführen, dass dasselbe in allen seinen Consequenzen bestätigt gefunden worden ist, obgleich es auch nicht an scheinbaren Ausnahmen und Widersprüchen fehlt. Die aus diesem Gesetze unmittelbar sich ergebende, für das doppeläugige Sehen wichtigste Folgerung ist diese: Jeder Reiz, der sich gleichmässig auf **beiden** Netzhäuten an solchen Stellen äussert, welche in Bezug auf den ursprünglich (in der Primärstellung) horizontalen und verticalen Meridian gleiche Lage haben, oder, was dasselbe ist, der auf **correspondente** Stellen beider Netzhäute einwirkt, bringt im Sensorium den gleichen einheitlichen Eindruck und die Vorstellung eines **einfachen** Objects des Gesichtsfeldes hervor*).

Fig. 74.

Wir wollen die Lage der correspondenten Punkte durch eine Construction näher versinnlichen.

Die Ebene der Zeichnung (Fig. 74) stelle die beiden Polarebenen**) vor, welche man sich im Allgemeinen gegen einander geneigt denken muss. Hier sind die Punkte m_1, m_2 einander *correspondent*, weil ihre auf die horizontalen und verticalen Meridiane

*) An welchen Ort des Raumes ein derartiges Gesichtsobject verlegt wird, ist weiter unten gesagt.

Die Ursache des binocularen einheitlichen Sehens liegt ohne Zweifel in einer Eigenthümlichkeit des Nervensystems. Diese besteht wahrscheinlich darin, dass die correspondirenden Punkte beider Netzhäute der nämlichen Seite des Gehirns entsprechen. In dem s. g. Chiasma nervorum optivorum kreuzt sich nämlich, wie die mikroscopische Anatomie lehrt, ein Theil der Fasern der Sehnerven so, dass die betreffenden des rechten sich mit dem linken und die linken mit dem rechten sich vergesellschaften.

Dafür spricht auch die zuweilen vorkommende Krankheit, welche Hemiopie oder Amaurosis dimidiata genannt wird, wobei den Patienten die Gegenstände nach der einen Gesichtshälfte hin abgeschnitten erscheinen, in dem einen Auge wie in dem andern.

**) Die Definition der Polarebene s. S. 242.

$a_1 b_1$, $a_2 b_2$, $e_1 d_1$, $e_2 d_2$ bezogene Coordinaten einander beziehungsweise gleich sind, d. i. $p_1 m_1 = p_2 m_2$, $q_1 m_1 = q_2 m_2$ ist.

Alle correspondenten Punkte beider Polarebenen können als die Repräsentanten derjenigen correspondenten Netzhautpunkte angesehen werden, deren Richtungslinien bei gehöriger Verlängerung auf sie treffen. In diesem Sinne werden auch die Polar- oder Tangentialebenen zu Repräsentanten der Netzhautfläche.*)

Befindet sich der Fixationspunkt in unendlicher Entfernung, so schneiden sich die Richtungslinien aller correspondenten Punkte beider Netzhäute in dem Umfange der unendlich grossen Kugel des gemeinschaftlichen Sehfelds.

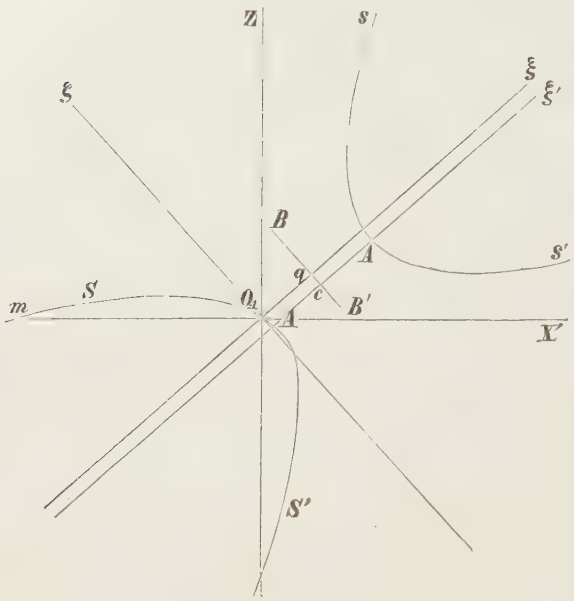
Ausser diesem Falle gibt es in Folge des Listing'schen Gesetzes keine Augenstellung mehr, bei welcher die Richtungslinien aller correspondenten Punkte sich schneiden. Im Gegentheil schneiden sich im Allgemeinen die Richtungslinien correspondenter Punkte nicht, sondern gehen an irgend einer Stelle des Raumes über einander weg. Schneiden sich aber die Richtungslinien correspondenter Punkte im Raume nicht, so können sie auch nicht die Orte der Bilder eines und desselben Objectpunkts sein. Dadurch wird die Anzahl derjenigen correspondenten Punkte beider Netzhäute oder beider sie vertretenden Polarebenen, welche einem und demselben Punkte im Gesichtsfelde entsprechen können, sehr bedeutend reducirt.

Jeder Augenstellung, bei welcher irgend ein Punkt des Raumes mit beiden Augen fixirt wird, kommt nämlich nur eine continuirliche Reihe derartiger correspondenter Punkte, welche als **identische** vor den andern coorespondenten unterschieden werden, in beiden Netzhäuten zu. Diese Punktreihe stellt im Allgemeinen eine Curve dar, deren in der Polarebene liegende Repräsentantin ($SO_1 AS'$ Fig. 74a.)**) folgende für beide Augen gemeinschaftliche Eigenschaften hat:

*) Denkt man sich beide Netzhäute so auf einander gelegt, dass die horizontalen und verticalen Meridiane auf einander fallen, so decken sich sämmtliche correspondirende Punkte.

**) Die beiden krummen Linien SAS', $sA's'$ sind nicht etwa die einer gegebenen Augenstellung entsprechenden Curven der Polarebenen des einen und des andern Auges, sondern sie sind nur die beiden Aeste einer und derselben Hyperbel, welche in der Polarebene des einen Auges construirt sind, von denen jedoch der zweite, nicht durch die Netzhautgrube O_1 gehende kaum in Betracht kommt. Hiernach ist auch die Bedeutung des obigen Ausdrucks »nur eine continuirliche Reihe« zu modificiren.

Fig. 74a.



1) Alle Richtungslinien, welche durch, dieser Curve angehörige, correspondente Punkte beider Polarebenen gehen, schneiden einander im Gesichtsfelde.

2) Diese Curve geht bei beiden Augen immer durch das Centrum der Netzhautgrube, den Ursprung O_1 des Coordinaten-Systems, jedoch nicht so, dass ihr Scheitel A mit diesen zusammenfällt.

3) Sie ist im Allgemeinen eine für die Polarebene beider Augen ganz gleiche Hyperbel, deren reelle Axe AA′ mit der des andern Auges denselben Winkel einschliesst, welchen die der gegebenen Augenstellung entsprechenden Netzhauthorizonte gegen einander bilden.

4) Die Winkel, welche die reelle Axe AA′ jeder Hyperbel mit der Primärlage OX des Netzhauthorizonts machen, weichen nicht viel von einem halben Rechten ab.

5) Befindet sich der fixirte Punkt in der Primärlage der Blickebene oder in der Medianebene, so gehen die Hyperbeln beider Polarebenen in gerade Linien über.

Denkt man sich nun die jedem Punkte einer dieser Hyperbeln entsprechenden Richtungslinien construirt, so constituiren alle zusammen eine fächerartige Fläche, welche sich im mittleren Knotenpunkt des Auges in einen Punkt zusammenzieht und dann sich nach Aussen hin, ihre Concavität in eine Convexität verwandelnd, in den unbegrenzten Raum ausdehnt. Dies ist bei dem einen Auge der Fall wie bei dem andern, wodurch ein Paar derartiger Flächen entsteht.

Für das Folgende ist es von Wichtigkeit, sich von diesem Paare

fächerartiger Flächen, welches in den Fällen, wo der Fixationspunkt in der Medianebene, oder in der Primärlage der Blickebene liegt, in ein Ebenenpaar übergeht, eine möglichst deutliche Vorstellung zu machen.

Es ist ohne grossen Aufwand von Einbildungskraft einzusehen, dass beide ein solches Flächenpaar constituirende Flächen, indem sie sich im unendlichen Raume ausbreiten, einander in einer unendlichen, krummen Linie schneiden müssen. Auch ist klar, dass der Fixationspunkt, weil beide Hyperbeln durch das Centrum der Netzhautgrube gehen, immer dieser Durchschnittscurve angehören muss.

Man nennt diese Durchschnittscurve den *Horopter**).

Der Horopter ist mithin diejenige einer bestimmten Augenstellung eigenthümliche, durch den Fixationspunkt gehende, im gemeinschaftlichen Sehfelde beider Augen befindliche Curve, deren sämmtliche Punkte auf **identischen** Stellen der Netzhäute beider Augen abgebildet, mithin immer **einfach** gesehen werden.

Der so definirte Horopter ist im Allgemeinen eine Curve von doppelter Krümmung, d. h. eine Curve, welche nicht in einer Ebene construirt werden kann. (Eine Spiralfeder, wie sie zum Polstern der Stühle dient, ist z. B. eine Curve von doppelter Krümmung, hat aber sonst keine Aehnlichkeit mit der Horoptercurve). Ihre Projectionen auf zwei Coordinatenebenen sind von Hankel in Poggendorf's Annalen CXXII Taf. VI 3 und 4 dargestellt.

Die Abbilder des Horopters, auf den Polarebenen beider Augen anstatt auf den Netzhäuten entworfen, sind die oben beschriebenen Hyperbeln. Diese zusammengehörigen, einander ganz gleichen, aber weder in einer Ebene noch auch parallel gelegenen Hyperbeln beider Augen, welche bei Median- und Horizontalstellungen (d. h. wenn der Fixationspunkt in der Median- resp. Horizontalebene liegt) in gerade Linien über-

*) Die Benennung Horopter rührt von Aguilonius (Opticorum libri sex. Antverp. MDCXIII.) her, welcher darunter die durch den Fixationspunkt gehende mit der Antlitzfläche parallele Ebene verstand. Alle in irgend einem Punkte des Gesichtsfelds sich kreuzende Richtungslinien beider Augen schneiden diese Ebene in zwei Punkten, mögen die Kreuzungspunkte vor oder hinter ihr gelegen sein, ausgenommen sind nur diejenigen Richtungslinien beider Augen, welche sich in genannter Ebene selbst kreuzen. Deshalb nannte Aguilonius besagte Ebene *Horopter* (von ὅρος die Grenze) oder auch *terminus*, *metavisus*. Obgleich nun die hierauf gebaute Ansicht des Aguilonius falsch ist und es überhaupt keine Horopterebene gibt, so hat man doch diese Benennung als Ausdruck für den Complex aller mit beiden Augen einfach zu sehender Objecte beibehalten. Der folgende Text wird ergeben, dass wir den Ausdruck Horopter nicht blos für oben erwähnte mathematische Linie gebrauchen.

gehen, und deren allgemeinen Eigenschaften bereits angeführt sind, hat Verfasser das *innere Horoptersystem* genannt.

Denkt man sich nun das oben erwähnte Paar fächerartiger Flächen vor oder hinter dem Fixationspunkte von Ebenen geschnitten, welche auf der Blickebene senkrecht stehen, oder auch eine beliebige Neigung gegen dieselbe haben, so sind die entstehenden Durchschnittslinien wieder zwei Hyperbeln, deren mittelst Richtungslinien auf die Polarebenen projicirten Bilder bei der angenommenen Augenstellung wieder dieselben Hyperbeln oder das nämliche innere Horoptersystem sind, wie die des Horopters selbst.

Ein derartiges System zweier im Gesichtsfelde befindlicher Hyperbeln, welche dem Gesagten zufolge ebenso gut wie der Horopter selbst einfach gesehen werden müssen (wenn die Blicklinien sich in dem zugehörigen, vor oder hinter der Curvenebene gelegenen Punkte, welchen wir **Kreuzungspunkt** nennen wollen, schneiden), hat Verfasser mit dem Namen *äusseres Horoptersystem* bezeichnet. Nach denselben Principien, zufolge deren man eine Linie, welche nicht in dem einer festgehaltenen Augenstellung zugehörigen Horopter liegt, doppelt sieht, muss man zwei Linien, wenn sie sich an der Stelle eines der angenommenen Augenstellung entsprechenden äusseren Horoptersystems befinden, einfach sehen. Die äusseren Horoptersysteme sind, wie bereits gesagt, im Allgemeinen Hyperbeln. Wir bemerken in Betreff derselben Folgendes:

Ist der Seitenwendungswinkel klein, so hat das zugehörige Horoptersystem ungefähr die Gestalt der Fig. 75, hier sind f, f_1 die Durchschnittspunkte der Blicklinien, welche sich hinter der Papierebene

Fig. 75.

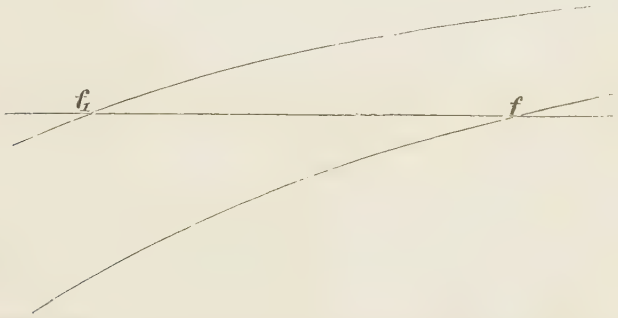
kreuzen, mit letzterer und s, s_1 die Scheiteln der Hyperbeln a s t, $a_1 s_1 t_1$ *).

Die unteren Hälften f a und $f_1 a_1$ sind nahezu gerade Linien und verlaufen fast senkrecht zu der die Punkte f, f_1 verbindenden Geraden. Die oberen Hälften wenden sich rasch nach der Seite, wo der Kreuzungspunkt liegt und verlaufen dann in ziemlich horizontaler Richtung. Ist der Seitenwendungswinkel beträchtlich, wie in Fig. 76, so bekommen

Fig. 76.

auch die unteren Hälften eine mehr schräge Stellung gegen die Linie $f f_1$. Diese Stellung wird noch bedeutend schräger, bei beträchtlichen Seitenwendungswinkeln, wenn der Kreuzungspunkt vor der Ebene der Zeichnung liegt Fig. 77), d. h. wenn die Blicklinien erst nach ihrer Kreuzung die Punkte f, f_1 treffen.**)

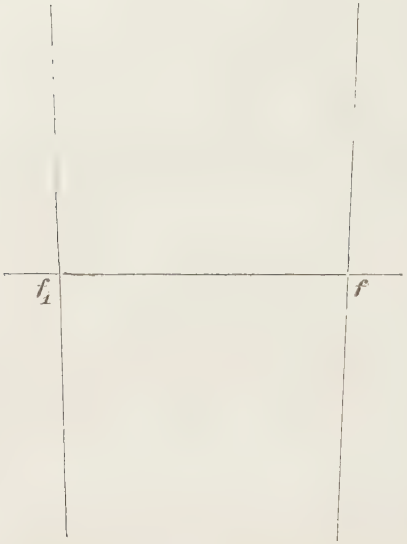
Fig. 77.



*) Betrachtet man diese Fig. in etwas abwärts und rechts gewendeter Blickstellung (indem man die Ebene der Figur senkrecht zur mittleren Blickrichtung hält) so, dass die Blicklinie des rechten und linken Auges beziehungsw. durch f, f_1 gehen, so sieht man drei Curven, eine mittlere, das vereinigte Bild beider Curven, und rechts und links eine beziehungsw. vom linken und rechten Auge besonders gesehene. Es ist nämlich klar, dass z. B. das rechte Auge nicht blos die ihm zunächst stehende rechte, sondern auch noch die linke Curve sieht. Die beiden äussersten, nur von je einem Auge gesehenen Bilder hat Vf. die *aparten Bilder* genannt.

**) Die Systeme 75., 76. u. 77. gelten für rechts und abwärts gerichtete Augenstellungen.

Fig. 78.



Befindet sich der Kreuzungspunkt in der Medianebene, so geht das äussere Horoptersystem in zwei gerade Linien über, welche, wenn der Kreuzungspunkt hinter der Bildebene liegt, bei aufwärts gerichtetem Blick nach oben, bei abwärts gerichteten Blick aber nach unten divergiren.

Die Fig. 78, deren Ebene bei der Betrachtung auf der mittleren Blickrichtung senkrecht gehalten werden muss, gilt mithin für eine aufwärts gerichtete mediane Blickstellung. Man kann sie aber auch, wie aus dem Gesagten folgt, für die entsprechende abwärts gerichtete Blickstellung benutzen, wenn man sie umkehrt, so dass ihre obere Hälfte zur unteren und ihre untere zur oberen wird (wobei die Seite der Zeichnung dem Gesichte zugekehrt bleibt). *)

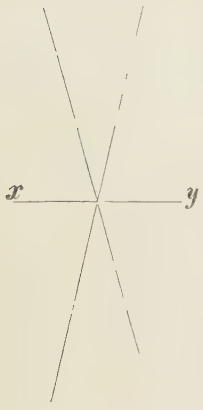
Befindet sich der Kreuzungspunkt in der Primärlage der Blickebene, so geht das Horoptersystem in zwei mit der Medianebene parallele, jedoch, bei seitlich gerichtetem Blicke, nicht in der Richtung der Blicklinien befindliche Gerade über.

In dem vorletzten Falle, wo der Kreuzungspunkt in der Medianebene liegt, geht das oben erwähnte Paar fächerartiger Flächen,

*) Jede der Figuren 75, 76, 77, welche, so wie sie dastehen, für eine nach rechts und unten gerichtete Blickstellung gelten, kann man als die Horoptersysteme von je vier verschiedenen Augenstellungen benutzen, wenn man sie auf durchsichtiges Papier gezeichnet und etwa auf Glastafeln aufgezogen hat. Man bezeichne die Gerade ff_1 mit A und eine sie halbirende Senkrechte mit B. Dreht man die Figur um A, so hat man, wenn die primäre Stellung als Horoptersystem 1) angesehen wird, das Horoptersystem 2), welches für eine ebenfalls (um den Seitenwendungswinkel φ) nach rechts gerichtete, aber (um den Erhebungswinkel β) erhobene Blickstellung gilt. Dreht man aber die Figur um B, so erhält man das Horoptersystem 3), welches für eine (um φ) nach links gewendete und (um β) gesenkte Blickstellung gilt. Dreht man endlich das System 3) um A, so erhält man das Horoptersystem 4), welches für eine gleichfalls nach links gewendete, dabei aber (um β) erhobene Blickstellung gilt. In den Fällen 2) und 3) ist die Zeichnung natürlich gegen das Licht zu halten, d. h. transparent zu betrachten. (Vgl. d. angef. Abhdlg. d. Vf's. »zur Lehre vom Horopter« S. 107.)

dessen Durchschnitt der Horopter ist, wie bereits gesagt, in ein Ebenenpaar und der Horopter in eine gerade Linie über. Liegt der Kreuzungspunkt dabei beträchtlich unterhalb oder oberhalb der Primärlage der Blickebene, so bilden beide Ebenen, von denen eine jede immer durch das Centrum der Netzhautgrube des Auges, welchem sie zugehört, geht, einen grösseren oder kleineren Winkel mit einander, der ungefähr dem doppelten Raddrehungswinkel jedes Auges gleich ist. (Ihr gegenseitiger Durchschnitt, der Horopter, ist eine gerade Linie, welche nicht ganz senkrecht auf der Blickebene steht, sondern bei gesenktem Blicke dem Gesichte etwas zugeneigt, bei erhobenem dagegen etwas abgeneigt ist). Liegt nun ein Fixationspunkt möglichst nahe und tief unter der Primärlage, so dass der Neigungswinkel jener beiden Ebenen möglichst gross wird, und schneidet man die letzteren mit einer durch den Fixationspunkt gehenden Ebene, welche mit der geraden, gleichfalls durch den Fixationspunkt gehenden Horopterlinie einen möglichst grossen Winkel bildet, so werden die Durchschnitte dieser Ebene mit den beiden andern Ebenen die Schenkel eines Winkels sein, welcher um so grösser ist, je grösser die Neigung gegen die Horopterlinie wurde. Immer werden die Schenkel dieses Winkels ein äusseres Horoptersystem constituiren, d. h. ihre Abbilder auf den Polarebenen werden immer die beiden Geraden des inneren Horoptersystems sein, welche dem Horopter entsprechen, und werden mithin auch bei der gegebenen Augenstellung als eine Gerade, d. i. als der zugehörige Horopter selbst, erscheinen.

Fig. 79.

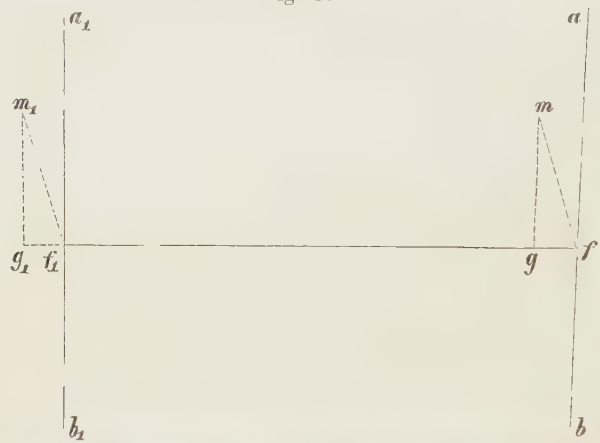


Zeichnet man mithin zwei sich unter einem spitzen Winkel schneidende Gerade (Fig. 79) und bringt sie möglichst nahe so vor das Gesicht, dass der Kreuzungspunkt der beiden Geraden in der Medianebene möglichst tief unter der Primärlage der Blickebene liegt und dreht die vorher parallel mit der Antlitzebene gehaltene Papierebene so um die Linie xy, dass die oberen Schenkel des Scheitelwinkels allmälig mehr von dem Gesicht ab-, oder demselben zugedreht werden, so sieht man, wenn man den Kreuzungspunkt ruhig und gut fixirt, auf einmal die vereinigte Gerade, den Horopter, aus der Papierebene hervorsteigen, im ersten Falle mit der oberen Hälfte vor derselben, im zweiten

hinter derselben, während die mit jedem Auge besonders gesehenen Linien auf der Papierebene verbleiben. *)

Bei ganz genauer Berechnung und Construction des Horopters erscheint es nicht ohne Belang, auf die oben (S. 214) erwähnte Eigenthümlichkeit der meisten Augen Rücksicht zu nehmen, wornach ein in die Primärlage der Blicklinie des rechten, resp. linken Auges gestellter rechter Winkel, welcher nach der Seite des betreffenden Auges offen ist, von diesem für stumpf gehalten wird, in einer Abweichung von ungefähr je einem Grade vom rechten Winkel, und wonach mithin die Geraden a b, $a_1 b_1$ (Fig. 80), welche von den durch f, f_1 gehenden

Fig. 80.



Verticalen um je einen Grad nach Aussen abweichen, wenn die Ebene der Zeichnung parallel mit der Antlitzebene gehalten wird und d. Blicklinie des rechten und linkenAuges durch f, f_1 gehen, zu einer auf $f f_1$ senkrechten, in der Ebene der Zeichnung liegenden, Geraden vereinigt gesehen werden. Die Geraden a b, $a_1 b_1$ werden die **scheinbar verticalen Meridiane** genannt, und es ist klar, dass man strenge genommen die Ordinaten aller identisch erscheinenden Punkte der Sehfelder beider Augen mit a b, resp. $a_1 b_1$ parallel ziehen muss. Sind z. B. m, m_1 identische Punkte beider Sehfelder, so muss $f g = f_1 g_1$ und $m g = m_1 g_1$, dabei aber m g parallel mit a f, $m_1 g_1$ parallel mit $a_1 f_1$ sein.

Ausser der bei den Medianstellungen vorkommenden geraden Horopterlinie (S. 281) gibt es bei jeder Augenstellung noch eine unendliche Anzahl gerader Linien, welche sich auf correspondenten Netzhautbögen abbilden und desshalb einfach gesehen werden.

*) Man sieht leicht ein, dass man den Versuch in ähnlicher Weise auch mit erhobenen Blicklinien anstellen kann und dabei analoge Resultate erhält.

Sie können unter dem Namen *Linienhoropter* zusammengefasst werden.

Construirt man nämlich bei einer gegebenen Augenstellung in den Polarebenen beider Augen je eine Gerade, welche mit dem resp. Netzhauthorizonte einen beiderseits gleichen Winkel einschliesst, und legt durch diese und die respectiven Knotenpunkte Ebenen, so muss eine in der Durchschnittslinie beider Ebenen befindliche Gerade genau einfach gesehen werden.

Hierher gehören die geraden Linien, welche den s. g. *Vertical-* und *Horizontal-Horopter* constituiren.

Der erstere von diesen beiden entsteht durch die successiven Durchschnitte von durch die resp. Knotenpunkte beider Augen gelegten correspondirenden Ebenen, welche auf dem Netzhauthorizonte (in seiner jeweiligen Lage) senkrecht stehen, letzterer durch Schnittlinien, in welchen sich die auf den ursprünglich verticalen Meridianen senkrechten durch die verschiedenen Knotenpunkte gehenden correspondirenden Ebenen successive schneiden.

Hierher gehört ferner der «Meridianlinienhoropter» (Recklinghausen's «Normalfläche»), der durch sämmtliche im Fixationspunkte sich kreuzende Gerade, welche dergestalt im Raume verlaufen, dass sie sich in beiden Augen auf correspondenten Netzhautmeridianen abbilden, constituirt wird.

Ueber die Art, wie dieser Horopter bei in der Medianebene liegendem Fixationspunkte gedeutet wird, können wir erst weiter unten das Nöthige sagen.

Alle Linienhoropter sind jedoch keine Horopter im strengen Sinne des Wortes, indem keiner ihrer Punkte ausser dem Fixationspunkte, wenn sie durch diesen gehen, auf identischen Netzhautstellen abgebildet wird.

Es dürfte als paradox erscheinen, dass die Bildpunkte nicht identisch sein sollen, während die aus denselben bestehenden Linien auf identischen Netzhautmeridianen liegen. Dies beruht darauf, dass die Bildpunkte in den Geraden, welchen sie angehören, etwas von den respectiven identischen Orten verschoben sind.

Die correspondenten Linienbilder der Netzhäute decken sich desshalb auch an ihren Enden nicht und die entsprechenden Horopterlinien müssen, wenn sie von endlicher Länge sind, vergrössert gesehen werden. (S. Fig. 97, S. 326.)

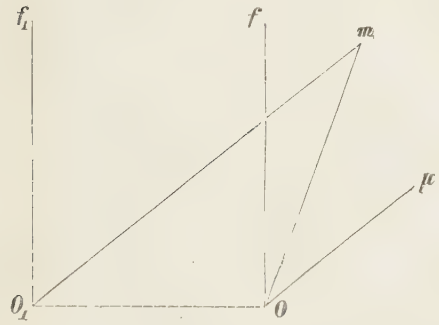
Was die Möglichkeit betrifft, Objecte mit beiden Augen genau einfach zu sehen, so entspricht, zufolge der seither auseinander gesetzten Theorie, bei einer gegebenen Augenstellung dieser Anforderung eigentlich nur eine unendliche mathematische Linie im gemeinschaftlichen Sehfelde beider Augen, nämlich: der mathematische Horopter. Es gibt also strenge genommen in jedem Querschnitte des Gesichtsfeldes, parallel der Antlitzfläche, von dieser an bis in unendliche Ferne immer nur einen Punkt, welcher beim indirecten binocularen Sehen in beliebiger Augenstellung genau einfach wahrgenommen werden kann. Die Horopterlinie hat mithin für das Binocularsehen, in ihrer mathematischen Feinheit, so gut wie gar keinen Nutzen. Bei den entfernteren Objecten dient aber die mangelhafte Distinctionsfähigkeit der Netzhäute dazu, das Gebiet des Horopters in sehr erheblicher Weise zu erweitern. In der That, wenn jedes Auge einzeln, zufolge der ihm eigenthümlichen Schärfe und der statthabenden äusseren Umstände, namentlich der Intensität der Beleuchtung, nur solche zwei Punkte welche einen Gesichtswinkel von ungefähr einer Minute und mehr bilden, getrennt sehen kann, so wird man zwei je eine Minute von den ein äusseres Horoptersystem bildenden Linien oder von der Horopterlinie selbst abstehende Punkte, so gut mit beiden Augen einfach sehen, wie einen im Horopter selbst befindlichen Punkt, denn die von ihnen ausgehenden Lichtreizungen treffen die Netzhautelemente beider Augen in Punkten, welche nicht mehr *disparat* *) genug sind, um verschiedene Empfindungen hervorbringen zu können.

Panum stellte den im Allgemeinen unbestreitbaren Satz auf, dass jedem Punkte der einen Netzhaut, anstatt eines correspondenten Punktes, eine correspondente Kreisfläche *(correspondirender Empfindungskreis)* der anderen Netzhaut conjugirt ist, deren sämmtliche Punkte einzeln mit jenen verschmolzen werden können. Es ist leicht einzusehen, wie hierdurch das Bereich des Horopters erweitert wird. Wir nennen den bezüglichen einen beträchtlichen räumlichen Bezirk einschliessenden Horopter den *erweiterten* oder *physischen Horopter*.

Aus der im Corollarium zu diesem §. enthaltenen Berechnung des Orts der Doppelbilder geht hervor, dass bei parallel gerichteten Blicklinien Of, Of_1 (Fig. 81) die Doppelbilder eines Punktes m mit dem mittleren Knotenpunkte des einen (absolut oder momentan dominirenden) Auges (s. w. u.) einen Winkel mOm bilden, welcher dem parallaktischen Winkel OmO_1 des Punkts m gleich ist.

*) Helmholtz nennt alle nicht identischen Punkte *disparate*.

Fig. 81.



Nimmt man an, das Vermögen, ein paar Doppelbilder getrennt zu sehen, wäre nur halb so fein, wie die Distinctionsfähigkeit eines Auges (s. S. 160), so müsste der Gesichtswinkel eines Paares Doppelbilder mindestens $1^0\,40'$ betragen, wenn sie distinct wahrgenommen werden sollten.

Beträge mithin bei Parallelstellung der Blicklinien Of, Of_1 der parallaktische Winkel $O_1 m O$ $1^0\,40'$ und die Distanz beider Augen 66mm., so wäre

$$Om = \frac{66 \,.\, \sin m O_1 O}{\sin 1^0\,40'} = 136{,}13 \sin m O_1 O \text{ Meter.}$$

Wir würden mithin bei paralleler Richtung der Blicklinien alle nicht sehr weit seitlich von Of in Entfernungen zwischen Unendlich und 136 Meter befindliche Punkte einfach sehen.

Nun geht aber aus der oben (S. 160) angeführten Thatsache, dass das Distinctionsvermögen der Netzhaut vom gelben Fleck nach allen Seiten hin rasch abnimmt, und aus verschiedenen leicht anzustellenden Versuchen hervor, dass man den Gesichtswinkel der getrennt zu sehenden Doppelbilder beträchtlich grösser annehmen muss. Könnte man denselben zu 15 Bogen-Minuten annehmen, so würden alle von der Medianebene seitlich gelegenen zwischen Unendlich und 16 Meter Entfernung befindliche Punkte einfach gesehen, und der Horopter der angenommenen Augenstellung, welcher früher der unendlich ferne Horizont war, erhielte nahezu eine solche Breite, dass alle Gegenstände, welche bei der Accommodation für Unendlich noch hinreichend deutlich wahrgenommen werden *), auch mit beiden Augen einfach gesehen würden.

Man kann nun aber auch ein paar Linien, die hinsichtlich ihrer Lage und Gestalt einander, wenigstens annähernd, ähnlich sind, zu einem Gesammtbilde verschmelzen, welche **kein** äusseres Horoptersystem, selbst nicht unter Berücksichtigung der erwähnten Erweiterung des Horopters bilden, so z. B. die beiden Geraden f, f_1 (Fig. 82).

Hier gelten folgende allgemeine Sätze:

1) Das durch Verschmelzung beider Linien entstandene Bild wird nicht in der Ebene der Zeichnung liegend gesehen.

Bei Verschmelzung der Geraden (Fig. 82) mit ungekreuzten Blicklinien sieht man, wenn man die Papierebene parallel mit der

*) S. S. 49 o.

Fig. 82.

Antlitzfläche hält, eine von Oben und Hinten nach Unten und Vornen die Papierebene durchbohrende Gerade.

Verschmelzt man beide Gerade mit gekreuzten Blicklinien, so wird man von der Erscheinung des entstehenden Bildes wahrhaft überrascht, wenn man folgendermassen verfährt. Man stellt die Tafel der Zeichnung bei welcher ff_1 nahe gleich der Distanz beider Augen sei, vertical auf, bringt sein Auge in gleicher Höhe mit den Punkten f, f_1 in die entsprechende Entfernung und steckt, indem man zur Bewirkung einer ruhigen Kopfhaltung das Kinn aufstützt, eine Nadel zwischen Gesicht und Bildebene in der Art fest, dass das Köpfchen derselben sowohl in der Richtung vom rechten Auge nach f_1 als in der vom linken nach f sich befindet, und fixirt ruhig das Nadelköpfchen so, dass man es genau einfach sieht. Alsbald erblickt man das Verschmelzungsbild in der halben Entfernung, vollständig von der Ebene der Zeichnung los gelöst, als feine durch das Nadelköpfchen von Oben und Vornen nach Unten und Hinten verlaufende, um die Hälfte verkleinerte Linie. (Da man dieselbe in der halben Entfernung sieht, so hält man sie auch um die Hälfte verkleinert. Vergl. S. 204).

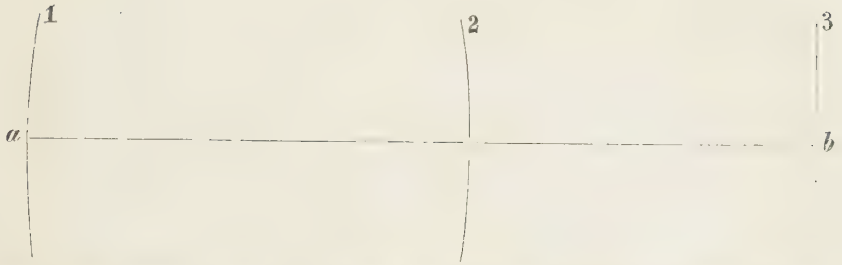
2) Das Verschmelzungsbild hat dieselbe Stellung, welche eine wirklich vorhandene Linie haben müsste, wenn ihre perspectivische, von dem Standorte eines jeden Auges aus aufgenommene Zeichnung mit den beiden Linien f, f_1 identisch werden sollte.

3) Die Verschmelzung ist aber keine wirkliche, sondern nur ein Product der Einbildungskraft, dadurch hervorgebracht, dass beide Augen abwechselnd die betreffende Linie in derjenigen perspectivischen Lage sehen, in welcher sie das vorgestellte Verschmelzungsbild sehen würden, wenn es reell vorhanden wäre.

Sie kann eine wirkliche Vereinigung absolut nicht sein, weil ein entsprechendes reelles Object selbst nicht genau einfach gesehen würde, indem es nicht im Horopter läge.

Man sieht auch bei einiger Aufmerksamkeit die vom Horopter mehr differirenden Enden der Linien, wenn die Augenstellung möglichst ruhig eingehalten wird, in periodisch deutlich zum Vorschein kommenden Doppelbildern.

Fig. 83.



Die ziemlich weit von einem äusseren Horoptersystem differirenden Kreisbögen 1 und 2 (Fig. 83), sowie den Bogen 2 und die Gerade 3 kann man auch, wie alle derartige Bildsysteme, auf zwei Arten verschmelzen, indem man die Blicklinien, während sie durch die Durchschnittspunkte der Horizontalen ab mit den Linien 1 und 2 oder 2 und 3 gehen, sich entweder vor oder hinter der Papierebene schneiden lässt. Im ersten Falle geben die Linien 1 und 2 eine convexe, im zweiten eine concave Curve; bei Verschmelzung der Linien 2 und 3 verhält es sich umgekehrt.

Man bemerkt dabei aber leicht, dass eine wirkliche Vereinigung der Enden der Linien nicht stattfindet.

Fig. 84.

Fig. 85.

Nennen wir die Durchschnittslinie der Medianebene des Kopfes mit der Primärlage der Blickebene die *Medianlinie des Kopfes* und nehmen an, es befinde sich ein abgestumpfter Kegel so in einiger Entfernung vor unseren Augen, dass seine Axe in dieser Medianlinie liege, so stellen die Figuren 84 und 85 die Contouren der Oberflächen eines solchen Kegels von geringerer beziehungsw. beträchtlicher Höhe so dar, wie sie vom Gesichtspunkte eines jeden Auges aus erscheinen. Verschmelzt man jedes Figurenpaar in der oben angegebenen Weise, so erblickt man den Umriss der beiden körperlich erscheinenden, aus der Papierebene heraustretenden Kegel, den ersten jedoch nur ungefähr halb so hoch, wie den zweiten.

Wären beide Kreise jederseits concentrisch, so würden sie bei binocularer Vereinigung in einer Ebene liegend erscheinen. Sie könnten dann zwar auch als abgestumpfte, in grosser Entfernung befindliche Kegel gedeutet werden, bei zwei nackten concentrischen Kreisen, fehlt jedoch dazu der Einbildungskraft jeder Anlass. Wäre dieser dann aber gleichzeitig durch eine gute Schattirung gegeben, so würde sich sofort auch ein stereoscopischer Eindruck geltend machen.

Fig. 86.

Hat man (Fig. 86) zwei symmetrische Systeme von mehren excentrischen, einander umschliessenden Kreisen construirt und verschmelzt sie binocular, so sieht man, dass die Ebene jedes vereinigten Kreisepaares um so höher über der Grundfläche liegt, je kleiner und excentrischer sie ist.

Zeichnet man (Fig. 87) regelmässige Figuren in diese Kreise und vereinigt sie stereoscopisch, so erhält man eine hohe Pyramide mit einer der Anzahl der zwischenliegenden Kreise entsprechenden Anzahl Querschnitten. (Da die Verschmelzung von Kreisen verhältnissmässig leichter

Fig. 87.

wie die eckiger Figuren ist, so gelingt die des letzten Figurenpaares am leichtesten, wenn man vorerst blos die Kreise zu einer Kegelfläche zu vereinigen strebt).

Zur Verschmelzung perspectivischer Bilder und zur Vorstellung der Körperlichkeit trägt die Veränderung der Convergenzstellung der Blicklinien, wenn dieselben succesive auf verschiedene homologe Punkte der Grundlinien und Querschnitt der Figuren gerichtet werden, wesentlich bei. Man führt dagegen die Erfahrung an, wornach die verschwindend kleine Zeit des electrischen Funkens genügte, um zwei einfache stereoscopische Bilder zu einem körperlichen Eindruck zu verschmelzen. (Dove, Donders). Bei bedeutenderen Abweichungen der Bilder vom mathematischen Horopter kann jedoch eine momentane, oder nur wenige Male wiederholte momentane Beleuchtung unmöglich genügen.

Verwechselt man die beiden perspectivischen Bilder (86 u. 87) (oder vereinigt sie mit gekreuzten Blicklinien), so erscheint der Körper hohl, wie von Innen gesehen, die kleine Basis hinter der grösseren, indem alsdann die beiden Bilder die perspectivischen Zeichnungen eines entsprechend gestellten Körpers (Kegel, Pyramide) sind.

Dies wird künstlich durch das Pseudoscop bewirkt.

Dieses besteht aus zwei in Röhren, welche wie bei einem Binokel mit einander verbunden sind, befestigten gleichschenkeligen rechtwinkligen Prismen. Letztere sind so angebracht, dass ihre brechenden Kanten im rechten Winkel zur Röhrenaxe stehen, die Hypothenusenflächen sind, nach Innen gerichtet, einander zugewendet und mit den respectiven Röhrenaxen parallel. Die mit diesen Axen parallel einfallenden Strahlen gehen nach einer zweimaligen Brechung und einer dazwischen fallenden Spiegelung unabgelenkt nach dem Auge, die von rechts herkommenden aber werden so abgelenkt, dass sie von links herzukommen, die von links ausgehenden so, dass sie von rechts zu kommen

scheinen. (Es findet bei dem Ein- und Austritt eine Brechung an je einer Kathetenfläche und dazwischen eine Spiegelung an der Hypothenusenfläche statt.)

Die Ursache derartiger stereoscopischer Verschmelzungen schreibt man gewöhnlich lediglich der Perspective zu. Diese kann jedoch zur wirklichen binocularen Vereinigung an und für sich nichts beitragen. Es ist zwar richtig, dass man sich immer durch je zwei beliebige Contouren, seien sie auch noch so sehr vom Horopter verschieden, eine unendliche Anzahl von Richtungslinien gelegt denken kann, welche, sich im Knotenpunkte je eines Auges kreuzend, zwei fächerartige Flächen bilden, die sich im Raume hinreichend verlängert in einer Linie schneiden müssen. Da diese Durchschnittslinie, welche wir den *perspectivischen* oder *uneigentlichen Horopter* nennen wollen, aber noch mehr vom mathematischen Horopter verschieden ist, als der physische oder erweiterte Horopter, so können wir sie, nach den seither entwickelten Principien, nicht einfach sehen, mithin auch unmöglich das sie repräsentirende System.

Es findet auch in allen Fällen von beträchtlicherer Abweichung vom Horopter in Wirklichkeit gar keine Vereinigung statt. Jedes Auge empfängt dasjenige Bild, welches es empfangen würde, wenn das vorgestellte Original reell existirte, und so wird die Vorstellung der Tiefendimensionen desselben durch die Einbildungskraft erzeugt*).

Die Lösung der in diesem Punkte vielfach gefundenen Räthsel und Widersprüche wird durch die Erfahrungsresultate, welche man hinsichtlich des s. g. Wettstreits der Sehfelder (worauf wir am Schlusse dieses §. näher eingehen werden) gewinnt, vervollständigt. Dieser Wettstreit bewirkt, dass der Eindruck, welchen beide Augen von dem perspectivischen Horopter empfangen, periodisch und alternirend wächst und erlischt, so dass im Momente, wo der Eindruck in einem Auge am lebhaftesten ist, derselbe im andern Auge nahezu erloschen ist, mithin die Differenzirung der Bilder beider Augen nur in periodischen Intervallen von kurzer Dauer, das Verschmelzungsbild aber in der Zwischenzeit als eigentlich monoculares, dem rechten oder linken Auge alternirend angehöriges Bild, wahrgenommen wird**). Man sieht dies am deutlich-

*) Dass eine wirkliche Vereinigung der binocular gesehenen, einen perspectivischen Horopter constituirenden, Linien nicht statt zu haben braucht, um Tiefenvorstellungen zu erhalten, davon kann man sich leicht bei Vereinigung eines stereoscopischen Bilderpaares überzeugen. In Momenten, wo man die Contouren alle doppelt sieht, hat man häufig dennoch den Eindruck der Körperlichkeit und der Tiefendimensionen.

**) Giraud-Teulon behauptet (Recherch. exper. s. l. vision binoc. Gaz. d. hopit.), die Seitentheile der Retina seien periodisch unempfindlich. Wenn das Bild fortwährend auf dieselben

sten bei Verschmelzung von 2 und 3 (Fig. 83). Hat man dabei auf die beiden aparten Bilder Acht, so bemerkt man, dass zur Zeit, wo das aparte Bild rechts, nämlich die Gerade, am deutlichsten ist, das mittlere Bild auch eine Gerade zeigt, und zur Zeit, wo das linke aparte Bild am deutlichsten ist, im mittleren Bilde der Bogen 2 hervortritt, in der Zwischenzeit aber der convexe, resp. concave vor oder hinter der Papierebene heraustretende Bogen, das Verschmelzungsbild, allein wahrgenommen wird.

Fig. 88.

Sehr lehrreich in diesen Beziehungen ist auch die bekannte Wheatston'sche Figur*) (Fig. 88) welche zu vielfachen Controversen Anlass gegeben hat.

Hat man den fetten Strich links und den feinen Strich rechts mit ungekreuzten Blicklinien vereinigt, so ist das rechte aparte Bild das schräge Kreuz und das linke die fette Gerade. Hält man nun die Blicklinien möglichst ruhig und gibt auf die Nebenbilder Acht, so sieht man zur Zeit, wo das linke, die fette Senkrechte, am schwächsten erscheint, das Kreuz als mittleres Bild, aus dem schrägen fetten und dem feinen senkrechten Striche bestehend, vollkommen rein, zur Zeit aber, wo das rechte Nebenbild, das schräge Kreuz, nahezu verschwindet, die fette Gerade an der Stelle des mittleren Bilds, ebenfalls einen Moment fast rein auftauchend, in der Zwischenzeit aber, wo man beide aparten Bilder deutlich sieht**), nimmt man im mittleren Bilde die beiden fetten Geraden zu einer die Papierebene schräg durchschneidenden fetten Linie verschmolzen wahr.

Die stereoscopischen Bilder werden im nächsten §. speciell behandelt.

Wir kommen nun zu der Art, wie das Gesichtsfeld bei ruhiger Fixation eines Punktes mit beiden Augen gewöhnlich wahrgenommen

---

seitlich gelegenen Punkte der Retina falle, so verschwinde das Object nach ca. 15—20 Sek., um nach 8—10 Sek. wieder zr erscheinen.

*) W. wollte mit dieser Figur beweisen, dass man mit identischen Netzhautstellen doppelt sehen könne, wurde jedoch hauptsächlich von Hering (Beiträge z. physiol. Opt. II. S. 81—96) gründlich widerlegt.

**) In dieser Periode scheinen die beiden Netzhäute für die durch die fovea centralis gehenden Hauptbilder relativ weniger empfindlich, dagegen die Einbildungskraft um so wirksamer zu sein.

wird d. i. zum Modus des Binocularsehens. Behufs der hierher gehörigen Auseinandersetzungen wollen wir einen Auszug aus einer Abhandlung des Verfassers hier einflechten.*)

Die Hering-Helmholtz'sche Theorie. Helmholtz sagt Seite 611 seiner physiologischen Optik:

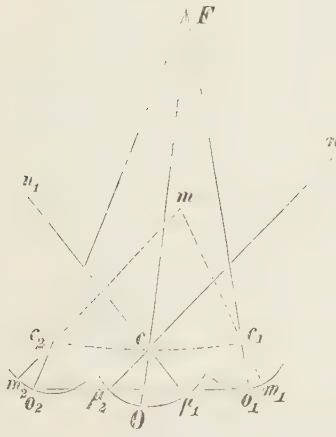
«Man denke sich in der Mitte zwischen beiden Augen ein imaginäres mittleres Cyklopenauge, welches auf den gemeinsamen Fixationspunkt beider Augen gerichtet ist und dessen Raddrehungen nach demselben Gesetz erfolgen, wie die der beiden wirklichen Augen. Man denke sich die Netzhautbilder aus einem der wirklichen Augen in dieses imaginäre Auge übertragen, so dass Blickpunkt auf Blickpunkt und Netzhauthorizont auf Netzhauthorizont fällt. Dann werden die Punkte des Netzhautbildes nach aussen projicirt, in der Richtungslinie des imaginären Cyklopenauges. Stellen wir also z. B. unser rechtes Auges fest, lassen aber das linke aus paralleler in convergente Stellung übergehen, also sich nach rechts bewegen, wobei es im Allgemeinen auch eine Raddrehung machen wird, so müsste sich auch das Cyklopenauge um einen etwa halb so grossen Winkel nach rechts drehen und eine halb so grosse Raddrehung machen. Die Folge davon ist, dass die Gesichtsbilder des rechten Auges scheinbar um denselben Winkel verschoben und gedreht werden, wie das Cyklopenauge.»

Nach dieser von Helmholtz modificirten Hering'schen Theorie sehen wir nicht mit jedem Auge für sich nach den bei irgend einer ruhenden Augenstellung auf die verschiedenen Objectpunkte zulaufenden Richtungslinien, sondern so, als wenn sich in der Mitte zwischen beiden Augen, in der Gegend der Nasenwurzel, ein einziges Auge, das s. g. *„Cyklopenauge"* befände. Hiermit ist jedoch nicht gemeint, dass unser zweiäugiges Sehen thatsächlich nur ein einäugiges sei, sonst würde damit ja die Existenz der Doppelbilder abgeläugnet, sondern dies Cyklopenauge soll eigentlich als ein concentrisches Doppelauge angesehen werden, dessen beide sich deckende Netzhautschalen nur für die im Horopter liegenden Objectpunkte identische Bildpunkte haben.

Um die Verhältnisse des Cyklopenauges etwas besser zu veranschaulichen, diene Fig. 89, worin F der Fixationspunkt, c_1, c_2 die Mittelpunkte des rechten und linken Auges und c der Mittelpunkt des Cyklopenauges sind. Der fixirte Punkt F wird nun mit letzterem in der

*) Knapp u. Moos, Archiv für Augen- u. Ohrenheilkunde. I. 1. S. 130.

Fig. 89.



Richtung cF gesehen. Der Punkt m, welchen wir ausserhalb der Blickebene $c_1 F c_2$ liegend annehmen, wird auf der Netzhaut des rechten Auges in m_1 und auf der Netzhaut des linken Auges in m_2 abgebildet. Zieht man nun die Geraden $\mu_1 c n_1$, $\mu_2 c n_2$ so, dass die Winkel $\mu_1 c O$, $\mu_2 c O$ beziehungsweise gleich $m_1 c_1 o_1$ und $m_2 c_2 o_2$ sind, so wird der Punkt m vom Cyklopenauge doppelt, und zwar in n_1, n_2 gesehen.

Hiernach wird man die Bedeutung der oben citirten Helmholtz'schen Sätze einzusehen im Stande sein.

Hering*) nennt die Richtungen, nach welchen das Cyklopenauge die Objectpunkte — einfach oder doppelt — sieht, *„Sehrichtungen."* Er statuirt überhaupt kein anderes Sehen als dasjenige vermittelst des imaginären Cyklopenauges von der Zeit an, wo der Mensch gelernt hat, die sichtbare Welt gehörig von seinem Ich zu unterscheiden und auf dieses zu beziehen.

Da aber unserem Sehorgane nicht allein die Erkenntniss der Richtungen, sondern auch der Entfernung der Objecte zukommt, und letztere zum Theil auf dem doppeläugigen Sehen beruht, so ertheilt Hering dem Cyklopenauge auch das Vermögen, die Entfernung der gesehenen Objecte zu beurtheilen, gleichsam zu fühlen, und zwar nach dem Netzhautmeridiane, in welchem die Sehrichtung liegt. Dieses Raumgefühl oder *„Tiefengefühl"* der Netzhaut ist nach ihm nicht gleich für die in correspondenten Netzhautmeridianen gelegenen Bilder, sondern für die Bilder derjenigen Netzhautmeridiane, welche mit der Medianebene gleiche, aber mit entgegengesetzten Zeichen behaftete Winkel einschliessen. Er nennt diese *symmetrische Meridiane.* Ist nun der einerseits positive, andererseits negative Winkel beider Meridiane nicht gleich gross, so soll das Tiefengefühl dem arithmetischen Mittel aus der absoluten Grösse beider Winkel entsprechen. (A. a. O. S. 293 und 294).

Wir glauben, dass der genannte geistreiche Autor zu dieser Theorie

*) E. Hering. Beiträge zur Physiologie, 1861—65, 5 Hefte.

nur dadurch gekommen ist, dass er das Sehen mit dem Cyklopenauge zu allgemein, und ausschliesslich genommen hat.

Wir wollen nun unsere eigene Theorie auseinandersetzen.

a) Das prävalirende Auge. Beim Visiren sucht man die Richtung, in welcher ein leuchtender Punkt liegt, so genau wie möglich zu bestimmen, nimmt aber dabei keine Rücksicht auf seine Entfernung. Jedermann wird zugeben, dass wir uns dabei nur eines Auges bedienen, auch wenn wir das andere zugleich offen behalten und auf den einzuvisirenden Punkt mit einstellen. Einmal haben wir letzteres dabei nicht nöthig, indem von der Entfernung des einzuvisirenden Punktes abgesehen wird, und sodann ist es auch nur möglich, in der Blicklinie eines Auges genau zu visiren.

Man gebe einem gänzlich Unbefangenen, welcher mit beiden Augen klar sieht und sich zu allen Verrichtungen der rechten Hand zu bedienen pflegt, auf, einen senkrecht gehaltenen Finger von unten herauf auf irgend einen Punkt, auf welchen er mit beiden Augen hinsieht, einzustellen, d. h. so zwischen Gesicht und Fixationspunkt zu bringen, dass letzterer genau hinter der Mittellinie seines Fingers zu liegen scheint. Er wird den Finger dann jedesmal in die Blicklinie des rechten Auges bringen, so dass dieser bei Schluss des linken Auges den Fixationspunkt vollständig verdeckt. Gibt man ihm dagegen auf, den Finger auf den Fixationspunkt in der Art einzustellen, dass er denselben von links nach rechts herüberführt, so wird er ihn, wenn er in die Blicklinie des linken Auges gekommen ist, einhalten, und somit die Einstellung für's linke Auge bewirkt haben.

Zu demselben Resultate wird man gelangen, wenn der Finger, statt vertical, horizontal in von hinten nach vornen gehender Richtung gehalten wird. Verlangt man dagegen, dass der auf letztere Art gehaltene linke Zeigefinger von unten herauf in die Blicklinie des linken Auges gebracht werde, so wird dies in den meisten Fällen nicht gegeschehen, sondern der Finger wird so gehalten werden, dass seine Spitze in der Blicklinie des rechten Auges liegt. Stelle ich mir selbst diese Aufgabe, so erfülle ich sie, wenn ich für den Zielpunkt accommodire, in der Regel nicht, und wenn ich des Resultats sicher sein will, so muss ich mir vorerst die Doppelbilder des Fingers vergegenwärtigen und dann das rechte für's linke Auge einstellen.

Die meisten Menschen benutzen mithin beim Visiren nicht willkür-

lich ein oder das andere Auge, sondern lassen in der Regel das stärkere, gewöhnlich das rechte, dominiren.

Ich glaube, wir dürfen annehmen, dass diese Eigenthümlichkeit ebenso wie sie eine gewisse Analogie mit dem bevorzugten Gebrauche einer Hand hat, auch damit in einem Causalnexus steht.

Von Kindheit an werden wir angehalten, uns zu allen Verrichtungen vorzugsweise der rechten Hand zu bedienen. Hierdurch bildet sich die Gewohnheit der prävalirenden rechten Hand aus. Indem wir uns nun dieser Hand natürlich auch vorzugsweise zu denjenigen Verrichtungen bedienen, welche ein scharfes Sehen oder fortwährendes Visiren erheischen, in der Kindheit beim Tasten, Hauen, Werfen etc., in den reiferen Jahren beim Schiessen, Fechten, Behauen eines Körpers etc., sind wir darauf angewiesen, auch das entsprechende Auge in prävalirender Weise in Anspruch zu nehmen. Denn wir können nicht mit der rechten Hand eine vollkommen genaue Bewegung ausführen, wenn wir mit dem linken Auge sehen oder visiren und das rechte geschlossen halten*). Auch mit dem Hering'schen Cyklopenauge, d. h. wenn wir beide Augen gleichmässig und gleichzeitig (äquivalent) benützen, können wir dies nicht.

Hierdurch erklärt sich unserer Ansicht nach der prävalirende Gebrauch eines Auges, und zwar gewöhnlich des rechten, zur Genüge. Die Gegenprobe, ob nämlich Jemand, der die linke Hand vorzugsweise gebraucht, oder, wie man sagt, „links" ist, auch das linke Auge vorherrschend benutzt, ist nicht ohne einige Umsicht anzustellen. Ein sich der linken Hand zu vielen Verrichtungen bedienender Mann z. B. musste gerade bei den Verrichtungen, wobei es auf's Visiren ankommt, aus Mangel an entsprechenden Werkzeugen (er ist Küfer und musste sich der für die rechte Hand angefertigten Beile zum Behauen der Dauben bedienen; er ist auch Scheibenschütze und hat nur eine für's rechte Auge geschaftete Büchse) die rechte Hand, resp. das rechte Auge gebrauchen. Bei diesem war letzteres das prävalirende. Am besten eignen sich zu diesen Proben jedenfalls solche Individuen, denen die rechte Hand von Geburt aus fehlt oder verkümmert ist. Ein derartiger Fall bot sich dem Vf. dar und dieser spricht vollkommen zu Gunsten unserer Hypothese. Bei dem betreffenden Herrn, welcher

*) Bringt man z. B. einen Finger der rechten Hand in die Blicklinie des rechten Auges, schliesst sodann dieses Auge und versucht, den Finger rasch nach dem Fixationspunkte hinzuführen, so wird der Finger, anstatt in der Blicklinie sich dem Fixationspunkte direct genähert zu haben, ziemlich weit links abgewichen sein. Hält man aber dabei das rechte Auge offen, so kann man den Finger, soweit der Arm reicht, in der Blicklinie des rechten Auges vorwärts führen, obgleich man den fixirten Punkt ebenfalls nur mit dem linken Auge sieht, indem er für das rechte verdeckt ist.

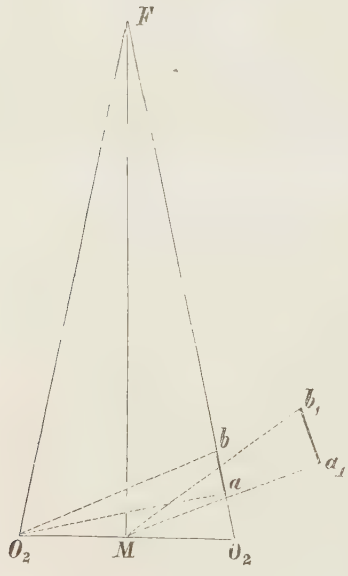
ausser seiner verkümmerten rechten Hand, die nur einen atrophischen Daumen und Zeigefinger besitzt, in keiner Weise sonst von der Natur zu kurz bedacht worden ist, prävalirt das linke Auge in dem Grade, dass er mit dem rechten allein, obgleich an demselben nichts Abnormes zu entdecken ist und er selbst keine Trübung der Bilder desselben bemerkt, in keiner Weise auskommen zu können glaubt.

Obgleich wir nun der Ansicht sind, dass jeder Mensch ein prävalirendes Auge besitzt, so wollen wir damit keineswegs in Abrede stelleg, dass bei Vielen durch Uebung und fleissigen Gebrauch beim Visiren, Mikro- und Telescopiren auch das andere Auge dasselbe wie das prävalirende zu leisten vermag. Letzteres behält dabei jedoch immer seine einmal gewonnene Uebermacht, wie man durch einen der unter b) angeführten Versuche leicht nachweisen kann.

b) Das binoculare Sehen bei ruhig eingehaltener Stellung der Blicklinie. An das in dem vorhergehenden Abschnitte über das Visiren Gesagte schliesst sich nun folgendes an.

Bringen wir einen geraden Draht in die Blicklinie des rechten Auges O_1 (Fig. 90), während das offene linke Auge O_2 ebenfalls auf den einzuvisirenden Punkt F gerichtet ist, so müsste nach der Theorie der Sehlinien das rechte, auf das imaginäre Cyklopenauge transferirte Auge den Draht a b in der Richtung von M F, das linke aber in $a_1 b_1$ sehen. Nun ist ersteres offenbar nicht der Fall*), sondern wir sehen den Draht a b mit dem rechten Auge O_1 in dessen Blicklinie. (Die Lage des vom linken Auge gesehenen Doppelbildes von a b wollen wir als uns hier nicht interessirend unberücksichtigt lassen). Man wird sagen, dies sei ein Ausnahmefall, die Punkte a, b lägen dem rechten Auge allzu nahe, als dass beide Augen gleichmässig fungiren könnten. Indem wir dies vorerst gelten lassen, constatiren wir nur folgenden Satz:

Fig. 90.

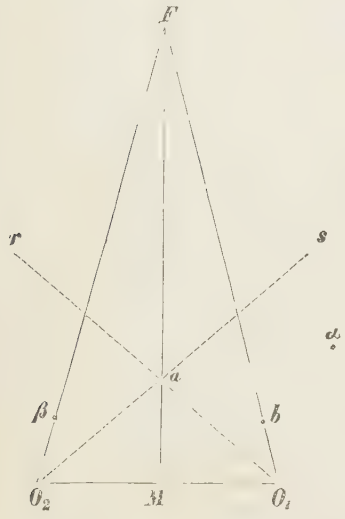


*) Auch in dem Experimente von Helmholtz (physiol. Opt. S. 612—613), wo ein durch einen vor das Gesicht gehaltenen, bis unter die Augen reichenden, undurchsichtigen

Wenn man einen Punkt a (Fig. 90) ziemlich nahe vor das Auge O_1 in die Blicklinie desselben bringt, während beide Augen den Punkt F fixiren, so sieht das Auge O_1 den Punkt a in der Blicklinie $O_1 F$ und nicht in der Richtung MF.

Es befinde sich nun ein etwas entfernter Punkt F (Fig. 91), welchen wir fixiren, gerade vor uns in der Medianlinie M F und ein Punkt a (etwa ein Stecknadelskopf) in derselben Linie ebenfalls gerade vor uns, in ziemlicher Nähe. Wenn wir nach einander mit je einem offenen Auge nach a hinsehen, so erblicken wir mit dem Auge O_1 den Punkt a in der Richtung $O_1 r$ so weit von F nach links abliegend, wie mit dem Auge O_2 nach rechts, nach $O_2 s$. Fixiren wir nun den Punkt F, so sehen wir ein Doppelbild von a. Um die Lage dieses Doppebildes zu bestimmen, bringen wir einen zweiten Punct b, vor oder hinter a, so zwischen die beiden Doppelbilder, dass sein (des Punkts b) mit dem rechten Auge gesehenes Doppelbild genau in der Mitte zwischen ihnen liegt. Schliessen wir nun das linke Auge, so sehen wir den Punkt b genau in der Blicklinie des rechten Auges.

Fig. 91.



Da nun nach dem vorhergehenden Satze alsdann b auch wirklich in dieser Blicklinie liegt und es sich andererseits genau zwischen den beiden Doppelbildern von a befindet, so folgt, dass diese beiden Doppelbilder symmetrisch auf beiden Seiten der Blicklinie des rechten Auges, in a, α, und nicht so in Bezug auf die Medianlinie MF liegen.

Gegenstand, etwa ein Buch, verdeckt in die Höhe geführter Finger in die Blicklinie eines Auges gebracht werden soll, soll derselbe richtig zum Vorschein kommen, wenn man sich lebhaft den Ort des visirenden rechten Auges im Kopfe denkt. (Ich komme, wenn ich mit dem rechten Auge visire, mit dem Finger immer fast genau in der Blicklinie herauf, wenn ich dagegen mit dem linken Auge visire, kommt der Finger gewöhnlich weit rechts zum Vorschein.)

Führen wir nun b bei fortwährend unveränderter Fixation von F so weit nach links, bis sein mit dem linken Auge gesehenes Doppelbild genau zwischen die beiden Doppelbilder von a fällt, und schliessen dann das rechte Auge, so finden wir, dass nunmehr b in der Blicklinie des linken Auges liegt, etwa in β, das wir also, wenn wir unsere erste Vorstellung von der Lage der Doppelbilder a, α festgehalten haben, das Doppelbild von b, welches in der Blicklinie des linken Auges liegt (in β), das wir aber mittelst eben dieses Auges an dem nämlichen Orte b sehen, wo wir vorher das mit dem rechten Auge gesehene erblickt haben, in der Blicklinie des rechten Auges sehen.

Das Doppelbild des rechten Auges von b wird hierbei an seinem wahren Orte, in β, gesehen.

Bringen wir dagegen zuerst das dem linken Auge angehörige Doppelbild von b genau zwischen die beiden Doppelbilder von a, halten dann wieder die sich entwickelnde Vorstellung von der Lage dieser Doppelbilder fest und führen hierauf b so weit nach rechts, bis sein vom rechten Auge gesehenes Doppelbild genau zwischen jene beiden Doppelbilder fällt, so überzeugen wir uns leicht, dass wir nunmehr das Doppelbild, welches dem **rechten** Auge angehört und in der Blicklinie desselben wirklich liegt, in der Blicklinie des **linken** Auges sehen, während das Doppelbild des letzteren an seiner richtigen Stelle liegt.

Wir folgern hieraus, dass wir beim Sehacte, unwillkürlich oder willkürlich, ein Auge **prävaliren** oder **dominiren***) lassen, und alsdann die sichtbaren Objecte mit diesem Auge an ihrem wirklichen Orte, mit dem andern Auge aber so erblicken, als wäre dasselbe mit den an seinem wirklichen Standorte empfangenen Netzhauteindrücken in derselben Weise auf das prävalirende oder dominirende concentrisch transferirt, wie oben nach **Helmholtz** die Transferirung beider Netzhautschalen auf das Cyklopenauge angenommen worden ist.

Das Verhältniss ist hier offenbar einfacher, indem nur das eine Auge auf das in Allem unverändert bleibende andere Auge transferirt gedacht wird.

*) Der Begriff des Prävalirens ist ein absoluter, indem unserer Ansicht nach, wie oben gesagt, ein jeder Mensch ein absolut prävalirendes Auge hat.

Alle im physischen Horopter liegende Punkte werden einfach, alle nicht in diesem liegende Punkte doppelt gesehen. Die von letzteren im schwächeren Auge hervorgebrachten Eindrücke werden aber beim gewöhnlichen Sehen durch die des stärkeren unterdrückt. Derjenige seitliche Theil des Gesichtsfelds aber, welcher seiner Lage nach allein auf das dominirte Auge einwirken kann, wird von diesem aufgefasst und damit das Sehfeld des dominirenden Auges ergänzt, und zwar so, dass man auch das, was das erste Auge allein wahrnimmt, mit dem letzteren zu sehen glaubt, obgleich man sich der Mitwirkung des dominirten Auges vollkommen bewusst ist.

Aus obigem Experimente folgt ausserdem, dass wir uns nicht bewusst sind, auf welches Auge wir unsere Wahrnehmungen beziehen, und dass mithin die Empfindungen beider Augen vollkommen congruent sind.

Thatsachen, welche die vorstehende Theorie des binocularen Sehmodus unterstützen, sind folgende:

1) Bei länger bestandenem Schielen findet ein analoges Verhältniss statt. Der störende, dem gemeinsamen Sehfelde angehörige Theil der Netzhauteindrücke des schielenden Auges wird unterdrückt, während der ergänzende seitliche Theil derselben empfunden und wahrgenommen wird.

2) Nach Donders können wir im Allgemeinen nicht unterscheiden, mit welchem Auge wir einen Gesichtseindruck empfinden*).

Dies scheint anatomisch dadurch begründet zu sein, dass die Hälfte der Fasern des einen Sehnerven im Chiasma nervor. optic. sich mit der correspondirenden Hälfte des andern vereinigt. (Hierauf beruht das Vorkommen der gleichnamigen Hemiopie, wobei die gleichnamigen Hälften beider Netzhäute gelähmt sind).

Versuche, welche obige Theorie zu bestätigen scheinen, sind folgende:

1) Wenn wir bei prävalirendem rechten Auge stereoskopische Bilder mit parallelen Blicklinien vereinigen (natürlich ohne stereoskopischen Apparat), so erscheint das gemeinschaftliche, stereoskopisch gesehene Bild gerade dem rechten Auge gegenüber**) da, wo das auf unserer rechten Seite befindliche (rechte) pho-

*) v. Graefe's Archiv XIII. 1. S. 18.

**) Wenn wir auch, nachdem die stereoscopische Vereinigung der beiden Bilder mit parallelen Blicklinien erzielt ist, dieselben so weit nach links führen, dass das gemeinschaftliche Bild dem linken Auge gegenüberliegt, so trifft doch immer die Mitte des gemeinschaftlichen Bildes mit der Mitte des rechten photographischen Bildes und das linke aparte Bild mit dem linken photographischen Bilde zusammen, während das rechte aparte immer zu unserer Rechten abseits liegt. Durch diesen und die vorhergehenden Versuche kann man sich auch leicht überzeugen, dass selbst Diejenigen, welche gleich starke Augen zu haben behaupten, ein prävalirendes Auge besitzen. Es kann nämlich Keiner das abseits in der Luft liegende Bild anders als auf der Seite des prävalirenden Auges sehen.

tographische Bild wirklich liegt, das linke aparte Bild unserem linken Auge gegenüber da, wo das zu unserer Linken befindliche (linke) photographische Bild wirklich liegt, das rechte aparte aber in der Luft, von der rechten Blicklinie soweit nach rechts abgelegen, wie das linke nach links.

Vereinigen wir aber mit gekreuzten Blicklinien, in der Art, wie oben S. 290 angegeben wurde, am besten aber mittelst eines in Knapp u. Moos Archiv, sowie auch in v. Gräfe's Archiv XV. 1, beschriebenen Apparats, indem wir den Nadelkopf so richten, dass die sich in ihm kreuzenden Blicklinien auf identische Stellen der Bilder fallen, und fixiren den Nadelkopf scharf, so dass wir ihn nur einfach sehen, so erscheint das stereoskopische Bild in der Entfernung des Nadelkopfs vor den Augen, symmetrisch auf beiden Seiten der Medianlinie gelegen, und zwar in sehr verkleinertem Maassstabe, weil wir das Object uns näher glauben, als es sich thatsächlich befindet*). (S. S. 204).

2) Fixiren wir eine in der Verlängerung unserer Medianebene auf dunkelem Grunde gelegene rothe Oblate mit beiden Augen, so sehen wir ihr Nachbild bei alsdann parallel gerichteten Blicklinien dem rechten (oder prävalirenden Auge) gegenüber.

3) Wenn wir auf schwarzes Papier zwei rothe Oblaten in ungefähr 6 Centim. Entfernung von einander hinlegen, dieselben mit nahezu parallelen Blicklinien vereinigen und sodann mit parallen Blicklinien auf einen bereit gehaltenen Bogen weissen Papiers hinstarren, so sehen wir das blaugrüne vereinigte Nachbild unserem rechten Auge gegenüber und auf beiden Seiten in gleicher Entfernung die Nachbilder der auf der Netzhaut jeden Auges entworfenen aparten Bilder.

Nun ist noch schliesslich eine Phase unseres Sehens, gleichsam eine höhere Stufe desselben zu berücksichtigen, und hierbei, glauben wir, erhält das Hering-Helmholtz'sche «Cyklopenauge» seine Berechtigung.

Betrachten wir nämlich das vor uns liegende Gesichtsfeld bei ruhiger Fixation längere Zeit und ziehen dabei die Lage der Objecte zu unserem Ich in Berücksichtigung, so gebrauchen wir alsbald, ohne es zu wissen, auch das linke oder schwächere Auge als dominirend und nehmen das Gesichtsfeld auf diese Art gleichsam von zwei Standpunkten aus auf.

Indem wir so abwechselnd mit beiden Augen opeririren, erzeugt sich in uns, unter dem Einflusse langjähriger Uebung, die Vorstellung

*) Will man das richtige Relief und ein sehr niedliches Miniaturbild bekommen, so hat man folgendermaassen zu verfahren:

Man schneidet das stereoscopische Bild in seiner Trennungslinie entzwei und klebt die beiden Bilder vertauscht auf Glastafeln auf, welch' letztere man mit einem Lederstreifen so vereinigt, dass dieser ein Charnier bildet. Alsdann stellt man das Bild gehörig auf und bringt die Nadel so an, dass die in ihrem Köpfchen sich kreuzenden Blicklinien auf correspondente Bildstellen fallen. Endlich lässt man beide Bildebenen einen stumpfen Winkel mit einander bilden dergestalt, dass die Blicklinien senkrecht auf dieselben treffen.

unseres Gesichtsfeldes so, als sähen wir es mittelst des in der Gegend der Nasenwurzel gedachten Cyklopenauges. Dieses Betrachten ist aber unserer Ansicht nach kein unmittelbares Sehen mehr, sondern ein psychischer, auf Abstraction und Reflexion beruhender Act, welcher je nach der individuellen Anlage eine mehr oder minder vollkommene Ausbildung erfahren hat.

Die Uebertragung des vom schwächeren Auge empfangenen Bilds auf das prävalirende ist wohl auch ohne Zweifel ein psychischer Act, aber ein uns zur andern Natur gewordener, welcher keinerlei Reflexion erheischt, sondern das Gepräge der Unmittelbarkeit an sich trägt.

Wir wollen noch das Verhalten des Gesichtsfelds beim Schliessen eines Auges betrachten.

Fig. 91a.

Ist F (Fig. 91 a.) ein in der Ferne liegender Fixationspunkt und befindet sich in der Blicklinie O_2F des linken Auges ein Objectpunkt a, so liegt sein mit dem dominirten rechten Auge gesehenes Doppelbild in α, wenn $\alpha O_2 a = a O_1 F$ ist. Wird das linke Auge O_2 geschlossen, so fällt das Bild α weg, und, da wir uns ein wirkliches Verschwinden nicht denken können, so glauben wir, es fiele mit a zusammen, d. h. der Punkt α rückte nach rechts. (Liegt der Punkt a in der Blicklinie des rechten Auges, so scheint er nach links zu rücken).

Das Schliessen des einen oder andern Auges kann im Allgemeinen auf die Auffassung des Gesichtsfelds keinen merklichen Einfluss haben.

Wird das schwächere Auge geschlossen, so verschwindet derjenige Theil des Gesichtsbildes, welcher diesem Auge allein sichtbar und dem Gesichtsbilde des prävalirenden Auges hinzugefügt war. Im Uebrigen bleibt dieses Gesichtsbild unverändert.

Wird das prävalirende Auge geschlossen, so verschwinden wieder diejenigen Objecte, welche von diesem Auge ausschliesslich gesehen wurden. Uebrigens scheinen die äusseren Objecte, obgleich der Ort, in welchem die Projection statt hat, d. i. die percipirende Netzhaut, um die Distanz der mittleren Knotenpunkte beider Augen verändert ist, ihre Lage nicht geändert zu haben, weil sie nun mit dem schwächeren Auge wieder nach Richtungslinien, d. i. an ihrem wahren Orte gesehen werden und wir uns dabei der veränderten Richtungen so wenig bewusst werden, als wir uns überhaupt bewusst sind, mit welchem Auge wir sehen.

Wenn wir (Fig. 91 a) das (beliebig gewählte) Auge O_1 verdeckt halten und mit dem andern O_2 bald für den ferneren Punkt F, bald für den näheren a accommodiren, so nehmen wir eine Verrückung des Gesichtsbilds, welche nach

der Hering-Helmholtz'schen Theorie dem Winkel FCa gleichkäme*), nicht wahr. Verhielte es sich anders, so würden wir z. B. nicht genau nach einem Ziele schiessen können, wenn wir, wie die Schützen gewöhnlich thun, für das Visier accommodiren (um darüber zu wachen, dass das Gewehr sich nicht verrückt). Denn in diesem Falle würde der Zielpunkt verrückt erscheinen, und wenn wir nach der Richtungslinie des Cyklopenauges schössen, müsste der Schuss das Ziel weit verfehlen. Nur dann, wenn wir das (ohne dabei ausgeübten Druck) verdeckte Auge O_1 absichtlich und mit dem Gefühle der erforderlichen Muskelarbeit auf den Punkt a mit einstellen, erhalten wir eine Empfindung der wirklichen Lage der Objecte zu unserem imag. Mittelauge und erscheint uns in Folge davon, das Gesichtsfeld um jenen Winkel verrückt worden zu sein.

Aus Beobachtungsresultaten wurde noch folgender, dem binocularen Sehmodus angehöriger Satz abgeleitet:

Bei medianer Fixation (d. h. wenn der Fixationspunkt in der Medianebene liegt) beurtheilen wir die Netzhautbilder so, als wären sie, so wie sie sind, entstanden, **ohne dass** die der Medianstellung entsprechende **Raddrehung wirklich stattgefunden** habe.

Legt man bei einer gegebenen convergenten Augenstellung durch je zwei correspondirende Meridiane beider Augen**) und die resp. Knotenpunkte Ebenen, so schneiden diese sich in einer geraden Linie an einer entsprechenden Stelle des gemeinschaftlichen Sehfelds. Die sämmtlichen auf diese Art entstehenden Durchschnittslinien je zweier durch correspondirende Meridiane gelegten Ebenen constituiren den oben (S. 287) erwähnten Meridianlinienhoropter (welcher seine uneigentliche Natur schon dadurch beweist, dass er eine Fläche ist, während der eigentliche Horopter nur eine Linie sein kann).

Derselbe (Recklinghausen's Normalfläche) stellt eine conoidische Fläche dar. Die Spitze dieses sehr flachen Conoids liegt im Fixationspunkte. Die beiden Blicklinien bilden in der Blickebene liegende Kanten desselben.

Fände nun bei medianer Fixation keine Raddrehung statt, so wäre der Meridianlinienhoropter, anstatt eine conoidische Fläche zu sein, eine durch den Fixationspunkt gehende, zur Medianlinie (welche den Convergenzwinkel halbirt) senkrecht stehende Ebene. Mithin wird, zufolge des obigen Erfahrungssatzes, wornach die durch die conoidische

*) Vgl. Helmholtz, physiol. Opt. S. 607 u. 611; Wundt, Physiologie, 2. Aufl., S. 600.

**) Correspondirende Meridiane sind nämlich solche, welche mit den resp. Netzhauthorizonten gleiche Winkel einschliessen.

Fläche erzeugten Netzhautbilder so gedeutet werden, als fände keine Raddrehung statt, besagte Fläche, bis auf die allzu sehr abweicheuden seitlichen Kanten, als eine solche Ebene erscheinen. Die einzelnen Kanten dieses Horopters mit Ausnahme der sehr abweichenden werden hiernach einfach und zur Medianlinie im rechten Winkel gesehen.

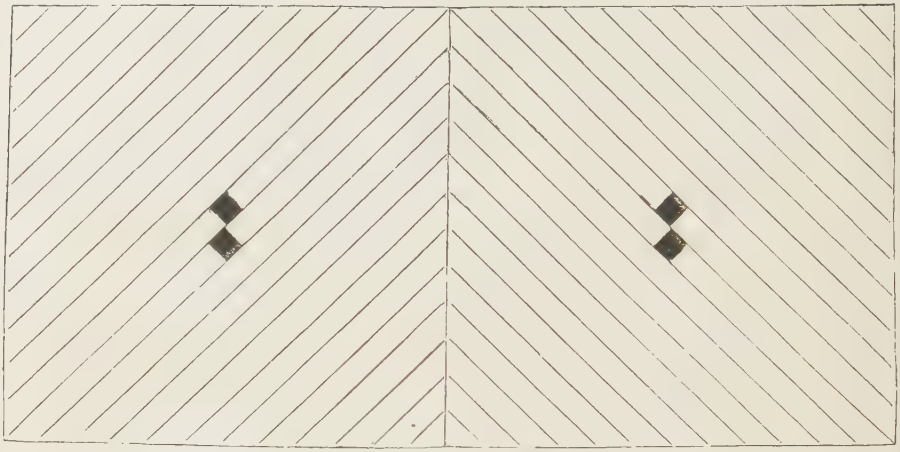
Will man umgekehrt einem unterhalb resp. oberhalb der durch beide Augen gehenden Horizontalebene in der Medianebene gehaltenen Drahte eine verticale Stellung geben, so wird derselbe, wenn man dies möglichst genau zu bewerkstelligen gesucht hat, dem Gesichte zu-, resp. abgeneigt, von der Verticale abweichen. (Vgl. S. 217).

Wir haben nun noch die auf dem *Wettstreit der Sehfelder* beruhenden Erscheinungen, worauf wir schon im Vorhergehenden hingewiesen wurden, zu betrachten. Richten wir unsere beiden Blicklinien anstatt sie in einem fixirten Punkte sich kreuzen zu lassen, auf körperliche oder lineare Objecte von ganz verschiedener Gestalt, z. B. auf die beiden Felder der Fig. 92, in welcher die schwarzen Quadrate die Bestimmung haben, die nach ihnen gerichteten Blicklinien besser zu fixiren, so sehen wir im mittlerem Bilde, dem Sammelbilde an einem und demselben Orte beide Objecte, aber in drei verschiedenen, meist in regelmässigen Perioden wiederkehrenden, Erscheinungsweisen.

Im Anfange der ersten Periode sehen wir das in der Blicklinie des gerade dominirenden Auges stehende Object im Maximum seiner Deutlichkeit und werden dagegen das des andern Auges kaum gewahr. Während ersteres allmälig blasser wird, tritt das andere nach und nach mehr hervor. In der zweiten Periode sind beide Objecte, und zwar eines durch das andere hindurch, gleich deutlich wahrnehmbar; dann fährt das erstere fort, allmälig schwächer und das zweite, allmälig stärker zu werden. In der dritten Periode hat das erstere das Minimum, das letztere dagegen das Maximum seiner Sichtbarkeit erreicht. Hierauf wiederholen sich, wenn man die Blickstellung noch unverändert beibehält, die Perioden wieder in derselben Reihenfolge, indem immer das eine Bild vom Maximum zum Minimum seiner Deutlichkeit herabsinkt, während das andere vom Minimum zum Maximum übergeht. Die Dauer einer Periode, von einem Maximum zum andern beträgt bei dem Verfasser 5—6 Sekunden.

Dadurch dass man dem Objecte der einen Seite seine Aufmerksamkeit anhaltend zuwendet (z. B. durch Zählung der nach einer Richtung verlaufenden Parallellinie der Fig. 92, oder auch dem Sam-

Fig. 92.



melbilde (durch Betrachtung eines der entstehenden Quadrate, ob es wohl genau rechtwinkelig und gleichseitig sei), kann man sowohl eins oder das andere der beiden Bilder, als auch beide gleichzeitig einige Zeit hindurch festhalten, jedoch immer mit zunehmender Anstrengung*).

Dieselbe Erscheinung eines periodischen Maximum und Minimum, ohne Zweifel auf derselben Ursache beruhend, bemerkt man auch bei den ziemlich weit auseinander geschobenen Doppelbildern einer auf weisser Papierfläche gezeichneten schwarzen Linie (Fig. 72), indem auch hier bei möglichst ruhig gehaltener Augenstellung abwechselnd das eine und das andere lebhafter auftritt, wenn man nicht dem einen von beiden seine Aufmerksamkeit besonders zuwendet.

Die Ursache des in Rede stehenden Phänomens ist noch nicht vollkommen klar. Uns scheint es, als wenn es in einer durch das Object oder dessen Grund bewirkten periodischen partiellen Unempfindlichkeit der Retina begründet wäre. Bei schwarzen Linien auf weissem Grunde scheint die weisse Farbe des letzteren die Netzhäute, in Folge von Irradiation oder leichten Schwankungen der Augenaxen, so herabzustimmen, dass die schwarzen Linien eine Zeit lang nicht mehr wahrgenommen werden, jedoch nicht die beiden Netzhäute zu gleicher Zeit, sondern alternirend. Bei hellen Linien auf dunkelem Grunde scheint dies von den Linien selbst bewirkt zu werden. Hält man zwei lange Karlsbader Insektennadeln vor einen dunkelen Hintergrund in der Stellung der beiden fetten

*) Wendet Vf. dem rechten oder linken aparten Bilde seine Aufmerksamkeit anhaltend zu, so kann er dasselbe lange unverändert festhalten, thut er dies aber mit einem der beiden dem Sammelbilde angehörigen Quadrate, so macht sich die Periodicität bald geltend.

Geraden der Fig. 88. S. 295, so sieht man den dort beschriebenen periodischen Verlauf des Sammelbilds sehr schön.

Denselben Verlauf zeigen auch schwarze Drähte vor einem hellen Hintergrunde (Fenster).

Hat man die Figuren 92 mit weissen Linien auf schwarzem Grunde gezeichnet und schiebt sie übereinander, so kann man sie sowohl einzeln als vereinigt, längere Zeit ohne Anstrengung fest halten.

Schieben wir zwei farbige Streifen, einen blauen und einen hellgelben so über einander, dass sie sich decken, so bemerken wir dieselbe Periodicität wie vorher, einmal wird Blau, einmal Gelb allein gesehen, und dazwischen eine Farbe durch die andere hindurch, von ihrem Minimum zu ihrem Maximum oder umgekehrt übergehend, während die sich mit ihr deckende in der entgegengesetzten Phase sich befindet. Hierbei ist zu bemerken, dass bei hellem Grunde das Blau, bei dunkelem das Gelb gesättigter erscheint.

Macht man auf beide Streifen besondere Zeichen, so kann man jede Periode dadurch zum Stillstand bringen, dass man nach Belieben auf das eine oder andere Zeichen seine Aufmerksamkeit richtet.

Diese Versuche kann man natürlich auch mittelst gefärbter Gläser, welche man vor die Augen hält, anstellen. Hält man z. B. ein rothes und ein blaues Glas von gleichem Grad der Sättigung vor je ein Auge und sieht dadurch nach dem Himmel, so erscheint derselbe in abwechselnden Perioden roth und blau. In der Uebergangsperiode herrscht noch die vorher dominirende Farbe vor und die andere kommt parcellenweise zum Vorschein, als wenn ein Vorhang von der ersteren Farbe vor ihr zertheilt und weggezogen würde. Eine eigentliche Mischfarbe kommt nicht zum Vorschein*).

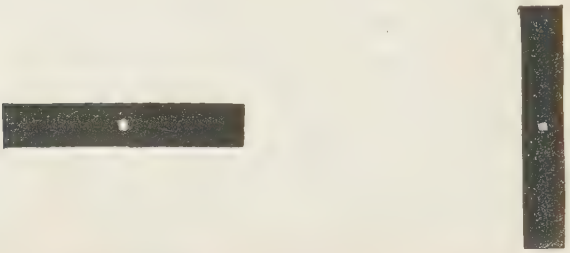
Lässt man nach Helmholtz die Gläser, während man durch sie hindurchsieht, seitliche Objecte spiegeln, so kann man jederzeit dadurch, dass man nach Belieben auf die gespiegelte Objecte des rechten oder linken Glases Acht gibt, den periodischen Wechsel sistiren und den Himmel in der Färbung des entsprecheuden Glases sehen.

Lässt man zwei Felder, das eine von einer gesättigten Farbe, z. B. dunkelem Blau, das andere von blasser Färbung, z. B. lichtem Rosa, beide auf weissem Grunde, sich decken, so sieht man bei ruhiger Blickhaltung im Sammelbild die blaue Farbe unverändert, das Rosa fortwährend verdeckend. Macht man aber ein Zeichen in das blassgefärbte

*) Diesem Satze, dessen Hauptvertreter Helmholtz, Volkmann, Meissner etc. sind, steht die Behauptung von Dove, Brücke, Ludwig etc. entgegen.

Feld, so kann man dasselbe jederzeit nach Belieben wahrnehmen, und bemerkt alsdann auch ohne weitere Absichtlichkeit den auf dem Wettstreite der Sehfelder beruhenden Farbenwechsel.

Fig. 93.



Bei'm Aufeinanderschieben von scharf begrenzten weissen u. schwarzen Flächen nimmt man eine eigenthümliche Wirkung des Contrast's, welcher hier als *binocularer Contrast* bezeichnet wird, in auffallender Weise wahr. Lässt man z. B. einen horizontalen und einen verticalen Streifen von gesättigtem Schwarz auf weissem Grunde (Fig. 93) in der Mitte sich decken, so dass die weissen Punkte auf einander fallen, so erscheint das mittlere Quadrat, wo Schwarz auf Schwarz trifft, intensiv schwarz, die Ränder des Quadrats aber werden ringsum von einem ziemlich breiten weissen Saume umgeben. An den Rändern des Quadrats gränzt nämlich dessen zwiefache Lage von Schwarz an die einfachen Lagen der vier Arme des gebildeten Kreuzes an. Der mitverschobene weisse Rand des horizontalen, resp. verticalen Streifens macht sich mithin neben dem Schwarz des Quadrats sehr auffallend bemerklich. «Als binocularen Contrast» hat Wundt*) «eine Reihe von Erscheinungen bezeichnet, die mit dem Wettstreit der Sehfelder nahe verwandt sind. Es bestehen dieselben im Wesentlichen darin, dass in beiden Augen Bilder von verschiedener Helligkeit entworfen werden, von denen das eine das andere ganz oder theilweise aus der Vorstellung verdrängt. Diese Verdrängung kann immer entweder auf einen Contrast der beiden Bilder gegen einander oder auf einen ungleichen Contrast derselben zu ihrem Grunde zurückbezogen werden. Einige von Panum beobachtete Erscheinungen, sowie eine Reihe von Wechselbeziehungen zwischen beiden Netzhäuten, die durch Fechner entdeckt worden sind, gehören hierher.» Wir wollen jedoch dieselben hier nicht näher auseinandersetzen, indem sie unseres Bedünkens keinen neuen Aufschluss über die Gesetze des Sehens geben und wollen nur kurz des von Fechner so

*) Lehrbuch der Physiologie, 2. Aufl., S. 606.

genannten *„paradoxen Versuchs“* gedenken. Derselbe besteht darin, dass man ein halb durchsichtiges graues Glas vor das eine Auge hält und während man dieses schliesst, mit dem andern nach einer weissen Fläche hinsieht, sodann ersteres öffnet, so dass auch es nach der weissen Fläche, aber durch das graue Glas hindurch, blickt. Das Ergebniss dieses Versuchs besteht nun darin, dass nach der Oeffnung des durch das graue Glas blickenden Auges die weisse Fläche nur halb so hell scheint, wie vorher, während sie im Gegentheil heller scheinen müsste, da noch Licht zu Licht hinzugefügt wird. Unsere Erklärung dieses Versuchs besteht einfach darin, dass das eben geöffnete Auge wegen der plötzlich verlangten Aufmerksamkeit zum dominirenden wird und somit sich das Sehfeld des andern Auges dem seinen nach der oben angegebenen Regel (Blicklinie auf Blicklinie, Netzhauthorizont auf Netzhauthorizont) unterordnen muss, mithin auch das helle Sehfeld gleichsam durch das trübe hindurch gesehen wird. Dass hier von einem wirklichen Verluste an Licht keine Rede ist, constatirt man leicht, wenn man ein paar feine, mit dem offenen Auge kaum erkennbare Punkte auf die weisse Fläche macht, und sich überzeugt, dass man dieselben nach der Eröffnung des andern Auges noch so gut wie vorher sieht.

Eine interessante hierher gehörige Erscheinung ist noch die von Dove entdeckte des *stereoscopischen Glanzes.*

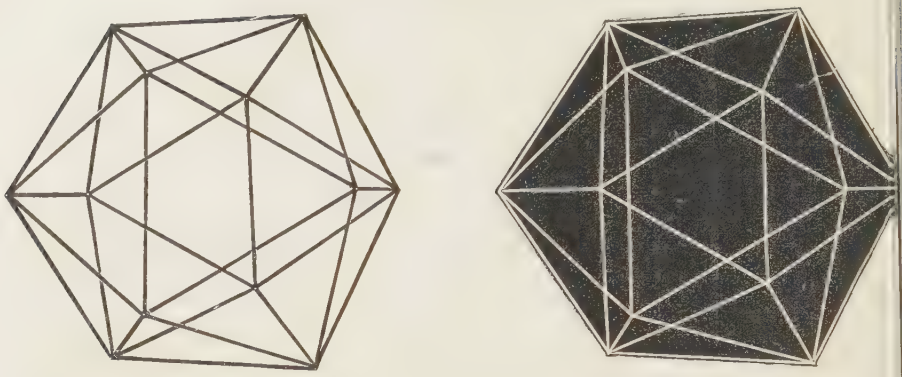
Vereinigt man die in der Perspective, vom mittleren Knotenpunkt jeden Auges aus, gezeichneten Contouren eines Körpers, von denen die des einen Auges durch schwarze Linien auf weissem Grunde und die des andern durch weisse Linien auf schwarzem Grunde dargestellt sind, stereoscopisch, so erhält man ein körperliches Bild von graphitartiger Schwärze und lebhaftem Glanze.

Dies ist z. B. bei der stereoscopischen Vereinigung der Fig. 94 der Fall. Das hierbei körperlich erscheinende Icosaeder wird in einem dem Wettstreite der Sehfelder entsprechenden periodischen Wechsel bald fast ganz schwarz, bald sehr licht, immer sehr glänzend gesehen.

Bei diesem Phänomen zeigt sich auch der Einfluss der Contouren, denn wenn man blos ein weisses und ein schwarzes Feld sich decken lässt, so bleibt der stereoscopische Glanz aus.

Auch wenn man die von den Contouren zweier perspectivisch aufgenommener Körper (Fig. 94) gebildeten Felder mit verschiedenen dunkelen und hellen Farben ausmalt und die vorderen weiss lässt, erhält man einen glänzenden Körper, welcher einer bunten Laterne gleich sieht.

Fig. 94.



Nach Wundt tritt der Glanz bei der Combination zweier farbiger Felder am besten hervor, wenn die beiden Farben ungefähr ähnlich stark mit dem Grunde, auf welchen sie sich befinden, contrastiren, z. B. wenn man ein blaues und ein hellgelbes Quadrat auf grauem Grunde combinirt. (Legt man zwei derartige Quadrate aus farbigem Papier auf weissen oder schwarzen Grund, so erhält man bei der Combination viel weniger Glanz). Auch bei derartig combinirten Flächen macht sich übrigens der Wettstreit der Sehfelder geltend, indem bald das Weiss, bald das Schwarz, oder bald das Blau, bald das Gelb etc. zum Vorschein kommt.

Sowie von zwei heterogenen Bildern, auf deren Mitten je eine Blicklinie gerichtet ist und die dadurch einander superponirt erscheinen, vermöge des Wettstreites der Sehfelder alternirend, bald das eine, bald das andere, bald beide zusammen, gesehen werden, so muss auch bei zwei aus den Standorten der beiden Augen aufgenommenen Abbildern eines und desselben Originals, wenn sie nach Art der Stereoskopenbilder betrachtet werden, dieses Alterniren statthaben. Dies ist auch, wie bereits oben gesagt, bei den ein uneigentliches oder perspectivisches Horoptersystem constituirenden Bildern der Fall, und dadurch unterscheiden sich diese wesentlich von den ein erweitertes oder physisches Horoptersystem (in dem S. 288 definirtem Sinne) constituirenden Bildern, bei welchen dieses Alterniren nicht bemerkt wird, weil sie in erweiterter Bedeutung des Worts identisch sind.

Die ersteren unterscheiden sich aber noch von den letzteren dadurch, dass ihre Verschmelzung auch nach erzielter Superposition nicht ohne Schwierigkeit ist (wie bei Fig. 87, namentlich, wenn man nicht vorerst die concentrischen Kreise zu verschmelzen sucht), während die letzteren nach erzielter Deckung zweier correspondenter Punkte auch sofort vereinigt gesehen werden.

Hat man die Begriffe des eigentlichen Horopters, welcher den mathematischen und den physischen in sich begreift, und des perspectivi-

schen oder uneigentlichen, welcher nur ein Product der Einbildungskraft ist, sich völlig klar gemacht, so wird man, wie wir glauben, nicht im Mindesten zweifelhaft sein, auf welche Seite man sich bei der über diesen Gegenstand von den namhaftesten Gelehrten geführten Polemik*) zu stellen hat. Man wird nämlich nicht anstehen, sich Hering, dem eifrigsten und rückhaltlosesten Verfechter des Lehrsatzes von der Identität der Netzhäute anzuschliessen.

Dieser, von dem grossen Physiologen Joh. Müller erfundene Lehrsatz, ist der Grundstein der Lehre von dem binocularen indirecten Sehen. Die gegen denselben vorgebrachten Einwände beruhen auf Wahrnehmungen, welche in das Bereich des uneigentlichen perspectivischen Horopters und mithin der Einbildungskraft gehören.

Wir wollen hier die hauptsächlichsten das Sehen im Allgemeinen betreffenden Sätze, welche im Vorhergehenden theilweise nur implicite enthalten sind, recapituliren, um ein übersichtliches Bild des ganzen Sehmodus zu geben.

I. Das Sehen überhaupt.

Die Gesichtswahrnehmung kommt nicht dadurch zu Stande, dass die Retina mittelst des Lichtäthers mit den äusseren Objecten, wie die Hand vermittelst eines Stabes mit dem Boden, in Verbindung gebracht wird**), sondern sie besteht in einer psychischen Auslegung der durch die Netzhäute empfangenen und von den Sehnerven nach den betreffenden Gehirntheilen fortgeleiteten Eindrücke in Hinsicht auf Ort und äussere Beschaffenheit der wahrgenommenen Objecte. Was die letztere anbelangt, so beurtheilen wir dieselbe vermittelst unseres Sehorgans rein subjectiv, und es ist anzunehmen, dass jedem Menschen die Aussendinge in individuell eigenthümlicher Weise erscheinen. Die Uebereinstimmung der Urtheile über die sichtbaren Objecte ist, soweit sie stattfindet, eine durch Unterricht beigebrachte. Alle Menschen nennen z. B. Gelb deshalb gelb, weil ihnen Objecte von dieser

*) Diese Polemik wurde durch Wheatstone hervorgerufen, welcher hauptsächlich vermittelst der viel discutirten Fig. 88, nämlich durch die Verschmelzung der beiden fetten Geraden und gleichzeitiges Sehen der feinen Geraden beweisen wollte, dass man auch mit nicht identischen Netzhautstellen einfach und mit identischen doppelt sehen könne.

**) Dass wir nicht blos nach geraden Linien sehen, beweist folgender leicht anzustellender Versuch. Man sieht mit Einem Auge nach einem als Punkt oder Linie erscheinenden fernen Gegenstande und bringt einen kleinen Stecknadelkopf nahe vor die Pupille, so dass der Gesichtswinkel desselben beträchtlich grösser wird als der des fernen Objects. Trotzdem sieht man dieses fast noch ebenso deutlich wie vorher. Dies ist bei der künstlichen Pupillenbildung wegen centralen Leukoms von grosser Wichtigkeit. Die künstliche seitliche Pupille wird nur dann einem Gegenstand e diametro zugewandt, wenn mit dem operirten Auge allein gesehen wird.

Farbe als «gelb» bezeichnet wurden und sie andere ähnliche dann auch für gelb erkennen, aber der Eindruck, den diese Farbe auf sie macht, ist ein individuell eigenthümlicher. Ueberhaupt ist das Sehen *erlernt* wie das Gehen, und wird erst in den reiferen Jahren noch in mancher Hinsicht vervollkommnet.

Die Vorstellung der Körperlichkeit, oder der dritten Dimension ist durch den *Tastsinn* der Einbildungskraft zugeführt worden. Die Wahrnehmung der Tiefendimensionen ist beim binocularen Sehen wegen des parallaktischen Winkels genauer wie beim Monocularsehen. aber auch bei diesem recht gut möglich.

Das Monocularsehen hat im Vergleich zum Binocularsehen den Nachtheil geringerer Helligkeit*) und des nicht unbedeutenden von dem blinden Flecke herrührenden Defects des Sehfelds.

Unserer völlig ausgebildeten Fähigkeit des Sehens, d. h. der möglichst richtigen Beurtheilung der im Gesichtsfelde vorhandenen Objecte liegt übrigens nicht blos *Erlernung* zu Grunde, sondern mitunter auch das Gegentheil. Wir müssen z. B. die Wahrnehmung der Doppelbilder *verlernen*, um alles dasjenige nur einfach zu sehen, was wirklich nur einfach vorhanden ist.

Es gilt dabei die allgemeine Regel, *dass unsere Gesichtsempfindungen gewöhnlich nur in so weit zu Gesichtswahrnehmungen werden, als sie zur Erkenntniss der äusseren Objecte dienen, und dass wir von jenen Gesichtsempfindungen, welche dem Sehzwecke nicht entsprechen, abstrahiren.*

Hinsichtlich des Binocularsehens bei ruhig eingehaltener Blickstellung verweisen wir auf S. 302.

II. Das Sehen in nächster Nähe, wie bei feinen Arbeiten und beim Lesen. **)

Hier sehen wir die um den Fixationspunkt herum befindlichen Objecte scharf und deutlich, die entfernteren zwar auch gut begrenzt, weil ihr Bild noch in die percipirenden Netzhautschichten fällt, die seitlich abgelegeneren aber nicht mehr deutlich wegen des seitlich rasch abnehmen-

*) Dies wird entsprechend der Formel (3.) (S. 163) am besten bei schwacher Beleuchtung, namentlich in der Abenddämmerung, bemerkt.

**) Es wird ein emmetropisches oder mit einer passenden Brille bewaffnetes Auge vorausgesetzt.

den Perceptionsvermögens der Netzhaut (S. 157 u. S. 160). Beim Lesen rückt der Fixationspunkt beständig von Wort zu Wort fort.

III. Das Sehen in geringen Entfernungen.

Hier wandert der Fixationspunkt auf dem zu betrachtenden Gegenstande herum bis sich das Interesse erschöpft hat. Zu gleicher Zeit werden die weiter entfernten Objecte ziemlich gut wahrgenommen. Die vom Fixationspunkte diesseits gelegenen Objecte werden aber in letzterer Hinsicht sehr undeutlich gesehen und sehr mangelhaft beurtheilt, weil ihre hinteren Vereinigungspunkte hinter die Netzhaut fallen (S. 182) und die Perspective ohne Mitwirkung ausgiebiger Augenbewegungen und der Tiefenperception nur geringe Beihilfe gewährt. Die unfern seitlich gelegenen Objecte werden, als nicht im Horopter befindlich, nur mit dem dominirenden Auge gesehen. Gegenstände, welche so weit seitlich liegen, dass sie nur noch undeutlich oder gar nicht mehr von dem dominirenden Auge wahrgenommen werden können, werden zur Ergänzung des Gesichtsfelds vom andern Auge gesehen, und zwar dem Gesichtsfelde so angereiht, als würden sie ebenfalls mit dem dominirenden Auge gesehen.

IV. Das Sehen in mittleren Entfernungen.

Hierbei gibt die Perspective in Bezug auf die diesseits des Fixationspunkts befindlichen Objecte besseren Anhalt zur Beurtheilung der relativen Entfernungen, sowohl vermöge der Distanz der Fusspunkte als der seitlichen Zwischenräume der betreffenden Objecte.

Bei Ermittelung der relativen Grössen und Entfernungen spielt der Gesichtswinkel eine wichtige Rolle, sodann der parallaktische Winkel in Verbindung mit dem Muskelgefühl, welches mit der betreffenden Convergenzstellung beider Augenaxen verbunden ist.

Gebraucht man nur Ein Auge und hält es anhaltend auf einen Punkt gerichtet, so kann man die relativen Entfernungen der weiter hinaus gelegenen Objecte auch annähernd vermittelst der Tiefendimensionen des Netzhautbilds beurtheilen. Lässt man das Auge wandern, so gibt sowohl Perspective als Muskelgefühl näheren Aufschluss über die relativen Entfernungen.

V. Das Sehen in grossen Entfernungen.

Beim Sehen in grossen Entfernungen sind alle nicht sehr seitlich von der Medianebene gelegenen, zwischen Unendlich und nur wenige

Meter betragenden Entfernungen sich befindende Objecte im physischen Horopter (S. 288) und werden mithin mit beiden Augen einfach gesehen. Die äusseren Objecte werden dabei nur mit Einem Auge, grösstentheils mit den prävalirenden, zum Theile aber auch mit dem anderen, gesehen, wie im III. Falle. Die diesseits der Grenze des physischen Horopters befindlichen Objecte können hier hinsichtlich ihrer relativen Entfernungen vermöge der Perspective noch ziemlich genügend beurtheilt werden, hinsichtlich der Grösse finden aber bei den ganz nahen bedeutende Irrthümer statt, weil ihre hintere Vereinigungspunkte ganz hinter die percipirende Netzhautschichte fallen und sie nur mit beträchtlichen Zerstreungskreisen gesehen werden. Damit ist auch häufig ein momentaner Irrthum hinsichtlich der Entfernung verbunden.

VI. Wiedererlerntes indirectes Binocularsehen.

Die Wahrnehmung der Doppelbilder hat man von Kindheit an absichtlich verlernt*) Hat man sie aber durch hinreichende Uebung wieder erlernt, und wird eine beliebige Augenstellung eine Zeit lang ruhig eingehalten, so werden die in vorhergehenden Fällen (II.—V.) vernachlässigten Netzhautbilder des einen Auges so wahrgenommen, als wenn letzteres mit seinen bereits empfangenen Eindrücken in der Art an den Ort des dominirenden (in der Regel des prävalirenden) Auges versetzt würde, dass beide Blicklinien und Netzhauthorizonte zusammenfielen.

Durch binoculare Vereinigung kann man sowohl correspondente, wie unähnliche Objecte an einem und demselben Orte verschmolzen oder superponirt sehen. Bei der Vereinigung unähnlicher oder kein äusseres Horoptersystem constituirender Objecte findet ein periodischer Wechsel der Sichtbarkeit statt, welcher als Wettstreit der Sehfelder bezeichnet wird.

Vereinigt man stereoscopisch Figuren, welche zusammen ein physisches oder erweitertes Horoptersystem bilden, so erhält man ein ruhiges stereoscopisches Sammelbild, bei welchem keine Differenzen in den Contouren bemerkt werden, vereinigt man aber zwei Linien, welche ziemlich beträchtlich vom Horopter abweichen, so erhält man ein s. g. perspectivisches oder uneigentliches Horopterbild (nämlich das Bild derjenigen Durchschnittslinien, in welcher sich die beiden fächerartigen Flächen, die von der unendlichen Anzahl von Geraden,

*) Gassendi, du Tour, Gall u. A. behaupteten, man sehe nie mit beiden Augen zugleich, sondern nur entweder mit dem einen oder mit dem andern. Dies kommt jedoch nur bei Anisometropie, sowie bei Schwachsichtigkeit und Schielen eines Auges ausnahmsweise vor.

die durch je eine der beiden Linien und den Knotenpunkt je eines Auges gelegt werden können, constituirt werden, bei gehöriger Verlängerung schneiden). Dieses Bild existirt aber eigentlich nur in der Vorstellung*) und wechselt ab mit den periodisch mehr oder weniger deutlichen Bildern der von jedem Auge gesehenen Linien.

Nur, wo der bei Verschmelzung von zwei ein perspectivisches Horoptersystem constituirenden Figuren entstehende Eindruck die Einbildungskraft vollkommen beherrscht, wie z. B. bei den Fig. 86, 87, wird dieser periodische Wechsel übersehen. Hat man jedoch hierbei auf die aparten Bilder acht, so dass die Aufmerksamkeit nicht ausschliesslich dem mittleren körperlichen Bilde zugewendet ist, so bemerkt man diesen Wechsel auch hier sehr wohl.

Um auch die Physiognomik des Auges in etwas zu berühren, führen wir nach Rüte (a. O. I. S. 335) Folgendes an:

„Ist die Aufmerksamkeit des Menschen nicht auf eine bestimmte, weder objective noch subjective Gesichtsvorstellung gerichtet, bewegt er sich z. B. still sinnend, vertieft in Gedanken zwischen Objecten verschiedener Entfernung, ohne das eine oder andere zu fixiren, so nehmen die Sehaxen eine für solche Fälle bei demselben Menschen immer gleiche, seiner Individualität entsprechende Convergenz an. Der dieser Convergenz entsprechende Horopter**) wird *Mesoropter* genannt. Die Grösse des Mesoropters wird durch die Eigenthümlichkeit der Augen und der ganzen geistigen und körperlichen Beschaffenheit, besonders aber auch durch die Denk- und Beschäftigungsweise bedingt. So haben z. B. Seeleute, Jäger, Landleute einen weiten, dagegen Handwerker, Künstler, Büchergelehrte einen kürzeren, der Philosoph aber, welcher von den sinnlichen Dingen abstrahirt, einen weiten Mesoropter.

Aus dem Mesoropter richtet sich der Convergenzpunkt der Sehaxen und die Sehweite je nach der Entfernung der zu fixirenden Objecte und je nach den verschiedenen inneren Seelenzuständen für eine grössere Nähe oder Ferne ein. So fällt z. B. beim offenen Lachen der Convergenzpunkt der Sehaxen hinter das vorher fixirte Object, — beim Verliebtsein vor das Object, — bei der Sehnsucht in eine grosse Ferne, — bei der Gedankenlosigkeit schwankt der Convergenzpunkt unbestimmt zwischen verschiedenen Formen bis die Sehaxen parallel werden, — beim Zorne treffen die Sehaxen eine bestimmte Stelle des Objects, aber die Neigung der Sehaxen steigt und fällt während dieser Fixation fort und fort, so dass die Augen bald das Nächste, bald das Fernste in derselben Richtung zu erblicken, oder ihr Object gleichsam zu durchbohren scheinen. — Bei leichtfertigen flatterhaften Menschen, die in einer ewigen Unruhe begriffen sind, verändert sich der Convergenzpunkt, wie auch die Richtung der Sehaxen, ohne äussere Veranlassung, unaufhörlich, — Menschen, die mit einer scharfen Beobach-

*) Vgl. auch Hering, Beitr. z. Phys. S. 96.

**) i. e. d. der Ruhestellung d. Blicklinien entsprech. Convergenzwinkel.

tungsgabe, aber eben nicht mit einer tieferen philosophischen Anschauungsweise begabt sind, haben einen festen Blick, wobei ihr Convergenzpunkt immer ein bestimmtes Object trifft." (Die Definition von wildem, stierem, düsterem, mattem, erloschenem, gebrochenem Blicke etc. s. ebendaselbst).

Schliesslich haben wir noch die Bewegungen der Blicklinien in Hinsicht ihrer Präcision und die Beurtheilungsweise des Orts und der Bewegung der Objecte sowie den unter gewissen Umständen durch letztere erzeugten Gesichtschwindel zu betrachten.

S. 194 haben wir gesagt, dass das Kind sich der Bewegung der Gesichtslinien bedient, um eine erste dunkle Vorstellung des Sehwinkels nicht erreichbarer Objecte zu erhalten. Es ist dazu erforderlich, das die Blicklinien auch gehörig gerichtet werden, damit das Gefühl der erforderlichen Anstrengung der Augenmuskeln ein physisches Hilfsmoment abgebe. Dass die gehörige Richtung der Blicklinien schon ziemlich frühe erlernt wird, beruht auf den beiden (S. 202 angeführten) auch für das ganze Leben in Wirksamkeit bleibenden Momenten, nämlich 1) darauf dass der von der Blicklinie durchschnittene Punkt des Sehfelds, d. h. der der Netzhautgrube entsprechende Theil des letzteren, mithin kein mathematischer Punkt*), am deutlichsten gesehen wird, weil die fovea centralis der empfindlichste Theil der Netzhaut ist**) und 2) darauf, dass die successive Richtung der Blicklinien zur Beurtheilung der relativen Lage dieser Objecte benutzt wird. In der ersten Periode der Entwicklung der Sehfunction kommt aber als drittes wesentliches Moment hinzu, dass bei der binocularen Fixation ein sehr genaues Zeichen für die gehörige Richtung beider Blicklinien gegen den Zielpunkt dadurch gegeben ist, dass wenn letztere nicht statt hat, sofort Doppelbilder auftreten, welche sehr deutlich wahrgenommen werden, weil die betreffenden Objecte in derjenigen Entfernung sich befinden, für welche die Augen accommodirt sind.

Das Kind wird also schon frühe erlernen, seine Blicklinie gehörig zu richten. Die beständige Uebung, controlirt durch das sofortige Auftreten der Doppelbilder bei falscher Einstellung, wird sehr bald eine grosse Sicherheit in der Richtung der Blicklinien zur Folge haben.

Von der Arbeit der dabei betheiligten Muskeln haben Erwachsene im Allgemeinen keine Empfindung, wesshalb auch das s. g. *Muskelgefühl*

*) Die Netzhautgrube hat nach Kölliker einen Durchmesser von 0,18mm. bis 0,225mm.
**) S. übrigens die Note zu S. 203.

bei völlig ausgebildeter Sehfunction wenig zur Richtung und Beurtheilung der Blicklinien beiträgt*).

Es ist bemerkenswerth, wie bei Erlernung der Fixation, in welcher wir später eine solche Virtuosität erlangen, dass es uns schwer hält einen uns interessirenden Punkt doppelt zu sehen, die Doppelbilder und das Muskelgefühl für die Richtung der Blicklinien und ihre Controlirung in der Kindheit von erheblichem Nutzen sind, während sie später nach Erfüllung ihres Zweckes ganz oder grossentheils in den Hintergrund treten**).

Wir erlangen durch die immerwährende und nothwendigerweise stets mit grösster Präcision verbundene Uebung der Bewegungsmuskeln des Bulbus auch ohne Empfindung ihrer Thätigkeit eine solche Herrschaft über sie, dass sie unserem Willensimpulse immer genau folgen, dass mithin unsere Willensintention als Maass der wirklich ausgeführten Bewegung gelten kann. Wollen wir ein oder beide Augen von einem Punkte des Sehfelds auf einen andern überführen, so folgt der Intention augenblicklich auch die Ausführung.

In Folge der beständigen Uebung hat sich der Bulbus gewöhnt, alle derartigen Willensintentionen in einem Zuge d. h. durch Drehung um eine unveränderliche Axe auszuführen, aber unter Einhaltung des Listing'schen Gesetzes, woraus die im Allgemeinen statthabende Bewegung der Blicklinie in Directionskreisen resultirt.

Damit aber die Blicklinie von einem Punkte A des Sehfelds absichtlich zu einem andern Punkte B durch Drehung des Bulbus um eine unveränderliche Axe übergeführt werde, ist durchaus nothwendig, dass

---

*) Wundt nennt das Muskelgefühl *Bewegungsempfindung*, oder weil es seinen Sitz höchstwahrscheinlich in den motorischen Nervenzellen habe, *Innervationsempfindung*.

**) Rüte sagt (a. a. O. I. S. 314): »Einen Hauptbeweis dafür, dass die Stellung der Sehaxen zum Zwecke des einfachen und deutlichen Sehens von der Identität der entsprechenden Stellen beider Netzhäute abhängt, liefert uns der angeborene *Strabismus incongruens*. Dieses Schielen ist durch eine verkehrte Identität der beiden Sehfelder bedingt. Die identischen Stellen beider Augen gehören hier anderen (disparaten — Vf.) Meridianen an; so entspricht z. B. der Mittelpunkt der Netzhaut in dem einen Auge einer identischen Stelle des anderen Auges, welche vom Mittelpunkt entfernt liegt. Beim neugeborenen Kinde haben die Sehaxen der mit dieser Krankheit behafteten Augen auch eine parallele Richtung, sobald aber das Kind zu fixiren anfängt, lernt es um des einfachen und deutlichen Sehens willen das für diesen Zweck nothwendige Schielen ohne Doppelsehen, weil die Bewegungsorgane vollkommen gesund sind. Uebrigens muss ich bemerken, dass es mir bis jetzt nicht hat gelingen wollen, diesen Fehler in der Natur zu beobachten; ich berichte über ihn nach J. Müller's Autorität.« Hierher gehören wohl diejenigen Fälle von concomittirendem Schielen, bei denen binocular und einfach gesehen wird. (? Vf.)

sowohl die Grösse als die Richtung des zu beschreibenden Bogens vorher bekannt sei. Dies ist aber nur durch das indirecte Sehen möglich, woraus sich ergibt, dass auch dieses, wenigstens bei nicht allzu grosser seitlicher Entfernung des Punkts B der erforderlichen Genauigkeit nicht ermangelt.

Unsere Willensintention allein ist es, welche unmittelbare Auskunft über die erzielte Endstellung der Blicklinie gibt, bevor wir diese noch irgendwie controliren können.

Die durch die Willensintention in uns erweckte Vorstellung von der Endlage der Blicklinie kann aber nur bei normalem Wirkungsvermögen der betreffenden Bewegungsmuskeln richtig sein. Will z. B. ein mit frischer Abducenslähmung des rechten Auges behaftetes Individuum dieses Auge rasch auf einen rechts von seiner Medianebene gelegenen Punkt richten, so bleibt die Blicklinie vor erreichtem Ziele halten. Da Patient seiner Willensintention gemäss glaubt, dass er die Bewegung völlig ausgeführt habe, so scheint es ihm, als sei der Punkt so viel nach rechts gerückt, als die ausgeführte Bewegung hinter seiner Intention zurückgeblieben ist, und wenn er rasch mit dem Finger darauf zufährt, so wird er den Zielpunkt nicht treffen, sondern so weit rechts vorbeifahren als er geglaubt hat, dass der Punkt bis zur Ankunft seines Fingers noch weiter nach rechts gekommen sei*).

Hat man eine Zeit lang bewegte Objecte mit dem Blicke verfolgt und sieht dann auf ruhende, so hat man die Empfindung als bewegten sich diese in der entgegengesetzten Richtung, in welcher jene sich bewegten. Diese Empfindung erzeugt das Gefühl einer gewissen Unsicherheit hinsichtlich unserer eigenen Stabilität und dadurch *Schwindel.*

Steht man z. B. nahe bei einem in rascher Bewegung befindlichen Eisenbahnzuge und folgt ihm mit dem Blicke, so glaubt man, wenn man wieder auf den Fussboden sieht, derselbe bewege sich in entgegengesetzter Richtung und bekommt das Gefühl von Schwindel. Weil man nämlich dem Zuge, um ihn im Auge zu behalten, mit den Blicken folgen musste, so haben die Augenmuskeln nach dem Gesetze der Trägheit noch das Bestreben, die Leistung, welche dazu erforderlich war, fortzusetzen. Es kostet mithin eine gewisse Kraftanstrengung in entgegengesetzter

*) Wird der Bulbus durch einen von Aussen einwirkenden mechanischen Impuls bewegt, z. B. durch Druck mittelst eines Fingers, so erhält man den Eindruck, als bewegten sich die im Sehfelde befindlichen Objecte, weil die Bewegung nicht durch die Augenmuskeln in Folge des entsprechenden Intention erfolgt ist. (Vgl. S. 200.)

Richtung, um sie auf die gerade vor uns befindlichen Objecte zu richten und sie alsdann in ihrer Ruhestellung zu erhalten. Wir empfinden diese Anstrengung, und kommt somit in diesem singulären Falle das Muskelgefühl zu seiner Geltung. Weil wir nun die Blicklinien nicht in der ihrer seitherigen schnellen und ausgiebigen Bewegung entgegengesetzten Richtung mit der gewohnten Raschheit auf die gerade vor uns befindlichen Gegenstände richten können, so scheinen uns diese, analog der oben bei der Abducenslähmung angeführten Täuschung, vor unserem Blicke zu entfliehen. Was den Schwindel betrifft, so wird dieser wahrscheinlich dadurch begünstigt, dass die Augen nicht sofort zur völligen Ruhe kommen, sondern erst noch kleine Oscillationen um ihre endliche Ruhestellung machen.

Befindet man sich in einem in rascher Bewegung befindlichen Bahnzuge und betrachtet die in der Nähe desselben befindlichen Gegenstände, so hat man, wenn man darauf nach dem in relativer Ruhe befindlichen Fussboden des Waggons hinsieht, die Empfindung, als bewege sich dieser in derselben Richtung wie der Zug, weil man, um den Fussboden zu fixiren, eine Anstrengung der Augenmuskeln in letzterer Richtung machen muss, welche anfangs ihrem Zwecke nicht völlig genügt.

Aehnlich verhält es sich mit dem Drehschwindel. Wenn man sich nämlich längere Zeit um seine Körperaxe gedreht hat und alsdann auf einmal einhält, so scheinen die Gegenstände der Umgebung sich in entgegengesetzter Richtung zu drehen.

Auch bei Verfolgung rotirender Scheiben mittelst des Blicks treten die analogen Erscheinungen auf.

In pathologischer Hinsicht ist das Auftreten der Doppelbilder ein sehr empfindliches Symptom einer beginnenden oder bereits schon vorgeschrittenen Lähmung eines oder mehrerer der den Bulbus rotirenden Muskeln (s. S. 261).

Ein Auge kann oft für sich allein noch alle Bewegungen ausführen, während der paretische Muskel bei dem gleichzeitigen Gebrauche des anderen Auges hinter seiner normalen Function zurückbleibt, und dies sich sofort durch störendes Doppelsehen zu erkennen gibt. (Kranke dieser Art verrathen meistens ihre Krankheit schon durch eine eigenthümliche Kopfhaltung, indem sie den Kopf nach der Seite des gelähmten Muskels wenden, um dessen Mitwirkung zu verringern und so viel als möglich entbehrlich zu machen).

Das dem kranken Auge angehörige Doppelbild scheint dem Patienten in dem Quadranten des Sehfelds des gesunden Auges zu liegen, welcher mit demjenigen identisch ist, nach welchem hin der Bulbus des kranken Auges durch

die Wirkung des gelähmten Muskels gedreht wird (mithin in der der schielenden Richtung entgegengesetzten).

Der gerade obere Augenmuskel dreht z. B. den Bulbus nach Oben und Innen. Bei Lähmung desselben am rechten Auge erscheint sein pathologisches Doppelbild mithin (beim Aufwärtssehen) im oberen linken Quadranten, bei Lähmung desselben am linken Auge erscheint es dagegen im oberen rechten Quadranten seines Sehfelds. Im ersten Falle wird es deshalb oben und links, im zweiten dagegen oben und rechts gesehen.

Bleibt in Folge der statthabenden Lähmung bei irgend einer Augenstellung zugleich auch die Raddrehung des schielenden Auges gegen die des anderen zurück, so macht die Stellung des dem ersteren angehörigen Doppelbilds zugleich noch einen kleineren oder grösseren Winkel mit derjenigen des andern. Dies ist am auffallendsten bei Lähmungen eines der schiefen Augenmuskeln der Fall, wobei jedoch zu bemerken ist, dass die eines obliquus inferior nicht wohl vorkommt.

Der Grund, warum selbst bei geringen Graden des Schielens die Doppelbilder sich in störender Weise bemerklich machen, während es bei normalem Zustande der Augenmuskeln oft schwer fällt, dieselben wahrzunehmen, ist leicht einzusehen.

In letzterem Falle sind wir nämlich gewohnt, für die Entfernung, in welcher der Fixationspunkt sich befindet, unsere Augen zu accommodiren, und ausserdem nimmt der Fixationspunkt mit seiner Umgebung unsere Aufmerksamkeit vorzugsweise in Anspruch. Wenn wir aber auch unsere Aufmerksamkeit den ferneren oder näheren Gegenständen zuwenden, so hält es doch wegen der oben (S. 261) erwähnten Association zwischen Fixation und Accommodation schwer, anstatt für den Convergenzpunkt der Blicklinien für jene Gegenstände zu accommodiren und dadurch die Doppelbilder deutlich wahrzunehmen.

Der Schielende dagegen accommodirt beide Augen für die Entfernung eines Punktes, welchen er nicht binocular fixiren kann, und sieht deshalb hauptsächlich die in der Umgegend dieses Punkts gelegenen Objecte so lange in fatal deutlicher Weise doppelt, als er nicht gelernt hat, das dem schielenden Auge angehörige Bild zu übersehen. *)

Corollarium zu §. V.

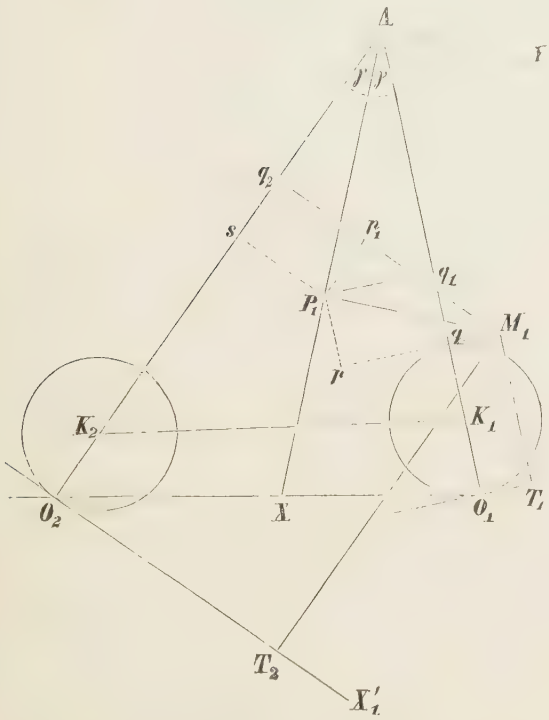
I. Horizontal- und Verticalhoropter. Punkthoropter.

Es sei (Fig. 95) A der Fixationspunkt und K_1, K_2 seien die Kreuzungspunkte der Richtungslinien des rechten und linken Auges. Der Anfangspunkt des all-

*) Das Doppelbild des schielenden Auges ist gewöhnlich schwächer, wie das des andern, weil die ausser dem gelben Fleck befindlichen Elemente der Netzhaut, auf welche es fällt, weniger empfindlich sind.

Bei dem concomittirenden Schielen, welches auf einem tonischen Krampfe des betreffenden Augenmuskels (meistens eines der beiden lateralen) beruht und gewöhnlich schon lange besteht, findet dieses Uebersehen in der Regel vollständig, oder beinahe vollständig statt. (Vgl. S. 261.)

Fig. 95.



gemeinen für die beiden Augen geltenden Coordinatensystems sei in A, die xy-Ebene gehe durch die beiden Blicklinien AK_1, AK_2 und die Axe der x sei die Halbirungslinie AX des Winkels $K_1 A K_2 = 2\gamma$. Die positiven Ordinaten der y werden nach rechts und die der z nach oben gerichtet angenommen.

In den Punkten O_1, O_2 schneiden die Blicklinien die Netzhäute, und es werden, wenn O_1X', O_2X_1' in der Blickebene (O_1AO_2) an den Polen der Netzhäute gezogene Tangenten sind, diese Punkte O_1, O_2 als Anfangspunkte zweier besonderen Coordinatensysteme x', y', z', x_1' y_1', z_1' angenommen, deren x-Axen O_1X', O_2X_1', deren y-Axen O_1A, O_2A sind, und deren leicht hinzuzudenkende z-Axen die Blickebene in den Punkten O_1, O_2 senkrecht durchschneiden.

Weil die Ebenen der $x'y'$, $x_1'y_1'$ mit der Ebene der xy zusammenfallen, so haben auch die Ordinaten z' und z_1' eines jeden zu betrachtenden Punktes dieselben Werthe wie die Ordinate z desselben Punktes. Will man nun die Coordinaten x', y', z' eines Punktes M, dessen Projection auf die xy-Ebene M_1 (Fig. 95) ist, durch die Coordinaten $x = AP_1$, $y = P_1M_1$, $z = z'$ ausdrücken, während $x' = O_1T_1$, $y' = T_1M_1$ ist, so hat man, wenn $P_1q_1 \# pq$ und $P_1p \# q_1q$, die Relationen:

$$O_1T_1 = pM_1 - pq = P_1M_1 \cos\gamma - AP_1 \sin\gamma,$$
$$T_1M_1 = AO_1 - Aq_1 - q_1q = AO_1 - AP_1 \cos\gamma - P_1M_1 \sin\gamma,$$

oder, wenn man den Halbmesser der Netzhautkugelflächen $K_1O_1 = K_2O_2 = r$ setzt und $AK_1 = a_1$, $AK_2 = a_2$ ist:

$$\left.\begin{aligned} x' &= y\cos\gamma - x\sin\gamma \\ y' &= a_1 + r - x\cos\gamma - y\sin\gamma \\ z' &= z. \end{aligned}\right\} \quad (1.)$$

Will man aus den allgemeinen Coordinaten (x_1, y_1, z_1) des Punktes M, die auf das besondere, für das linke Auge angenommene, System x_1', y_1', z_1' bezogenen herleiten, so hat man:

$$O_2T_2 = q_2M_1 = P_1M_1\cos\gamma + AP_1\sin\gamma$$
$$T_2M_1 = AO_2 - Aq_2 = AO_2 - As + P_1p_1,$$

oder

$$\left.\begin{aligned} x_1' &= y_1\cos\gamma + x_1\sin\gamma \\ y_1' &= a_2 + r - x_1\cos\gamma + y_1\sin\gamma \\ z_1' &= z. \end{aligned}\right\} \quad (2.)$$

Die Gleichungen (2.) ergeben sich, wie man leicht a priori schliessen kann, aus denen (1.), wenn man in letzteren

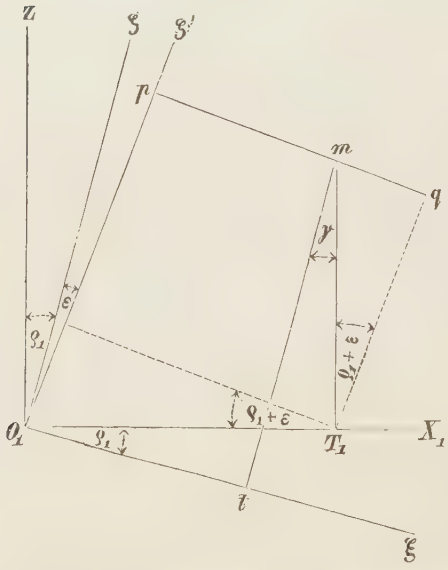
$$a_2,\ x_1',\ y_1',\ -\gamma$$

für

$$a_1,\ x',\ y',\ \gamma$$

setzt.

Fig. 96.



Alle später vorkommenden für das rechte Auge gefundenen Formeln können durch dieselbe Aenderung sofort für das linke Auge giltig gemacht werden.

Es sei nun (Fig. 96) die Ebene $X'O_1Z$, welche mit der Papierebene zusammenfällt, die auf der Blicklinie des rechten Auges an dessen Hinterwand errichtete Tangential- oder Polarebene*), O_1X' die primäre Lage des Netzhauthorizontes, $O_1\xi$ die um den Raddrehungswinkel ϱ von der primären verschiedene Lage desselben und $O_1\zeta$ die darauf errichtete Senkrechte. Ist durch Raddrehung des Auges der ursprünglich horizontale Meridian von OX_1 in die Stellung $O_1\xi$ gekommen, so muss sich der ursprünglich verticale Meridian auch in der Stellung $O_1\zeta$ befinden, und wenn der scheinbar verticale Meridian in der Primärstellung um ε von der Verticalen abwich, so muss nunmehr der scheinbar verticale Meridian in $O_1\zeta'$ sich befinden, wenn $\sphericalangle \zeta O_1\zeta' = \varepsilon$ ist.

Helmholtz sagt (Physiol. Opt. S. 746): „Die Versuche haben uns zu dem Gesetze geführt, dass solche Punkte beider Ebenen correspondiren, welche

*) Diese dient, wie oben S. 279, als Repräsentantin der Netzhautfläche.

gleichweit von den Ebenen der Netzhauthorizonte abstehen und ausserdem gleichweit von den Ebenen der scheinbar verticalen Meridiane entfernt sind", — und wir haben demnach dieses Theorem bei unserer Entwicklung zu berücksichtigen.

Ist jetzt m die Projection des Punkts M auf die Tangentialebene $Z\zeta\zeta' X'\xi O_1$ des rechten Auges, so ist tm sein Abstand von der gegenwärtigen Lage des Netzhauthorizontes, welche um den Winkel ϱ_1 von der primären abweicht, und pm seine Entfernung von dem scheinbar verticalen Meridian, und man hat

$$\begin{aligned} tm &= T_1m \cos\varrho_1 + O_1T_1 \sin\varrho_1, \\ pm &= O_1T_1 \cos(\varrho_1+\varepsilon) - T_1m \sin(\varrho_1+\varepsilon), \end{aligned}$$

oder, wenn man berücksichtigt, dass $O_1T_1 = x'$, $T_1m = z$ ist,

$$\left.\begin{aligned} tm &= z\cos\varrho_1 + x'\sin\varrho_1 \\ pm &= x'\cos(\varrho_1+\varepsilon) - z\sin(\varrho_1+\varepsilon) \end{aligned}\right\} \quad (a.)$$

Ist nunmehr m' die Projection des Punktes M auf der Tangentialebene des linken Auges, und will man die Grössen tm' und pm' bestimmen, so ist die dazu erforderliche Construction die nämliche wie vorher, nur dass der scheinbare Meridian $O_1\zeta'$ zwischen O_1Z und $O_1\zeta$ fällt und der Netzhauthorizont von seiner Primärlage um den Winkel ϱ_2 abweicht. Man erhält mithin die Werthe der beiden genannten Grössen aus den obigen (a), wenn man ε negativ nimmt und ϱ_2 für ϱ_1 setzt, nämlich

$$\left.\begin{aligned} tm' &= z\cos\varrho_2 + x'_1\sin\varrho_2 \\ pm' &= x'_1\cos(\varrho_2-\varepsilon) - z\sin(\varrho_2-\varepsilon) \end{aligned}\right\} \quad (b.)^*)$$

Setzt man $pm = \xi$, $tm = \zeta$, $pm' = \xi_1$, $tm' = \zeta_1$, so erhält man, unter Berücksichtigung von (1.) u. (2.) für's rechte Auge:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= (y\cos\gamma - x\sin\gamma)\cos(\varrho_1+\varepsilon) - z\sin(\varrho_1+\varepsilon), \\ \eta &= a_1 + r - x\cos\gamma - y\sin\gamma, \\ \zeta &= z\cos\varrho_1 + (y\cos\gamma - x\sin\gamma)\sin\varrho_1. \end{aligned}\right\} \quad (c.)$$

und für's linke Auge (indem man x, y für x_1, y_1 schreibt, weil hier der Punkt M für beide Augen derselbe ist):

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= (y\cos\gamma + x\sin\gamma)\cos(\varrho_2-\varepsilon) - z\sin(\varrho_2-\varepsilon), \\ \eta_1 &= a_2 + r - x\cos\gamma + y\sin\gamma, \\ \zeta_1 &= z\cos\varrho_2 + (y\cos\gamma + x\sin\gamma)\sin\varrho_2. \end{aligned}\right\} \quad (c'.)$$

Die Gleichung der Ebene, welche durch den in der ξ-Axe liegenden Punkt $\xi = c$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$ und durch den Krümmungsmittelpunkt der rechten Netzhaut $\xi = 0$, $\eta = r$, $\zeta = 0$ geht und auf der $\xi\eta$-Ebene senkrecht steht, ist:

$$\xi = -\frac{c}{r}(\eta - r). \quad (d.)$$

Ebenso ist die Gleichung der Ebene, welche durch den correspondenten in der ξ_1-Axe liegenden Punkt ($\xi_1 = c$, $\eta = o$, $\zeta = o$) und den Krümmungsmit-

---

*) Wir schreiben für z' und z_1' immer einfach z, um daran zu erinnern, dass bei der vorgenommenen Transformation des Coordinatensystems x, y, z in die speciellen Systeme x', y', z' und x'_1, y'_1, z'_1 die Ordinate z ungeändert bleibt, mithin immer $z' = z'_1 = z$ ist.

telpunkt der linken Netzhaut ($\xi_1 = 0$, $\eta_1 = r_1$, $\zeta_1 = 0$) geht und auf der Ebene der $\xi_1\,\zeta_1$ senkrecht steht:

$$\xi_1 = -\frac{c}{r}(\eta_1 - r). \quad (d')$$

Lässt man die Gleichungen (d) und (d') zusammen bestehen, so drückt das System:

$$\left\{ r\xi + c(\eta - r) = 0, \quad r\xi_1 + c(\eta_1 - r) = 0 \right\} \quad (e.)$$

eine im Gesichtsfelde befindliche Gerade von unbegrenzter Länge aus, welche bei einer gegebenen Augenstellung auf identischen Netzhautstellen beider Augen sich abbildet, mithin einfach gesehen wird. Dieselbe geht, wenn nicht $c = 0$ ist, nicht durch den Fixationspunkt. Es ist jedoch wesentlich zu bemerken, dass sich diese Gerade nur als solche, aber keineswegs in ihren einzelnen Punkten auf identischen Netzhautstellen abbildet. In Folge hiervon wird ein Stück dieser geraden Linie von endlicher Länge zwar einfach, aber verlängert gesehen, indem die beiden vereinigten Bilder der Geraden so über einander geschoben sind, dass die eine die andere am oberen und diese jene am unteren Ende überragt, mithin das Stück a b (Fig. 97) gemeinschaftlich und die Endstücke a c, b d den respectiven Netzhäuten eigenthümlich sind.

Fig. 97.

Eliminirt man c aus den Gleichungen (d) (d') und substituirt die Werthe der Gleichungen (c) (c'), so drückt die Gleichung:

$$\frac{(y\cos\gamma - x\sin\gamma)\cos(\varrho_1 + \varepsilon) - z\sin(\varrho_1 + \varepsilon)}{a_1 - x\cos\gamma - y\sin\gamma} = \frac{(y\cos\gamma + x\sin\gamma)\cos(\varrho_2 - \varepsilon) - z\sin(\varrho_2 - \varepsilon)}{a_2 - x\cos\gamma + y\sin\gamma} \quad (f.)$$

alle die unendlich vielen Geraden aus, welche bei einer gegebenen Augenstellung in der angegebenen Weise (d. h. in sich verschoben) einfach gesehen werden. Diese constituiren zusammen ein einfächeriges Hyperboloid, dessen Gleichung mithin (f) ist. Dasselbe wird hier *Verticalhoropter* genannt, weil die Ebenen, deren Durchschnitte es bilden, auf den Ebenen der $\xi\,\eta$ u. $\xi_1\,\eta_1$, welche von der Blickebene immer nicht viel abweichen, senkrecht sind.

Ferner ist die Gleichung einer Ebene, welche durch den in der ζ-Axe liegenden Punkt ($\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = d$) und den Krümmungsmittelpunkt des rechten Auges geht und auf der $\eta\zeta$-Ebene senkrecht steht:

$$\eta = -\frac{r}{d}(\zeta - d) \quad (g.)$$

und die Gleichung der durch die correspondente Abscisse des linken Auges gehenden analogen Ebene:

$$\eta_1 = -\frac{r}{d}(\zeta' - d). \quad (g'.)$$

Verbindet man diese Ebenen (g) u. (g') zu einem System:

$$\left\{ d\eta + r(\zeta - d) = 0, \quad d\eta_1 + r(\zeta' - d) = 0 \right\} \quad (h.)$$

so drückt dasselbe eine Gerade aus, welche ganz dieselben Eigenschaften hat, wie die durch das System (e) dargestellte Gerade.

Eliminirt man d aus (g) u. (g'), so ist

$$\frac{z\cos\varrho_1 + (y\cos\gamma - x\sin\gamma)\sin\varrho_1}{a_1 - x\cos\gamma - y\sin\gamma} = \frac{z\cos\varrho_2 + (y\cos\gamma + x\sin\gamma)\sin\varrho_2}{a_2 - x\cos\gamma + y\sin\gamma} \quad \text{(i.)}$$

die Gleichung der von den unendlich vielen Geraden dieser Art, welche bei einer gegebenen Augenstellung möglich sind, gebildeten Fläche, abermals eines einfächrigen Hyperboloids, welches *Horizontalhoropter* genannt wird, weil die mittlere Richtung der es constituirenden Geraden die horizontale ist.

Lässt man die Gleichungen beider Flächen gleichzeitig bestehen, so ist das System (f.) (i.) der Ausdruck derjenigen Curve, in welcher die Flächen sich im Gesichtsfelde schneiden und die ihnen mithin gemeinschaftlich angehört. Alle einzelnen Punkte dieser Curve werden auf Punkten der beiden Netzhäute abgebildet, welche gleiche Abscisse und Ordinate haben, mithin identisch sind. Diese Curve stellt mithin den *Punkthoropter* oder den *wahren Horopter der gegebenen Augenstellung* dar.

Da wir auf dem nunmehr einzuschlagenden Wege, welcher mehr Einsicht in das Wesen des indirecten Binocularsehens gewährt, wiederum auf den Horopter zurückkommen, so discutiren wir das Gleichungssystem (f.) u. (i.), obgleich es das allgemeinste ist, nicht weiter.

II. Das innere Horoptersystem.*)

Es seien x, y, z, x_1, y_1, z_1 die auf das allgemeine Coordinatensystem bezogenen Coordinaten zweier correspondenter Punkte m, m_1 der Polarebenen beider Augen und es sollen die aus den vermöge der Correspondenz der Punkte m, m_1 sich ergebenden Bedingungsgleichungen

$$tm = tm', \quad pm = pm', \quad y' = y_1' = 0 \quad \text{(k.)}$$

folgende Relationen zwischen x, y, z und x_1, y_1, z_1 gesucht werden.

Die drei Gleichungen (k.) gehen unter Berücksichtigung von (a.), (b.) in folgende über:

$$z\cos\varrho_1 + (y\cos\gamma - x\sin\gamma)\sin\varrho_1 = z_1\cos\varrho_2 + (y_1\cos\gamma + x_1\sin\gamma)\sin\varrho_2,$$

$$z\sin(\varrho_1+\varepsilon) - (y\cos\gamma - x\sin\gamma)\cos(\varrho_1+\varepsilon) = z_1\sin(\varrho_2-\varepsilon) - (y_1\cos\gamma + x_1\sin\gamma)\cos(\varrho_2-\varepsilon),$$

$$a_1 + r - x\cos\gamma - y\sin\gamma = a_2 + r - x_1\cos\gamma + y_1\sin\gamma.$$

Setzt man der Kürze wegen

$$z\cos\varrho_1 + (y\cos\gamma - x\sin\gamma)\sin\varrho_1 = A$$
$$z\sin(\varrho_1+\varepsilon) - (y\cos\gamma - x\sin\gamma)\cos(\varrho_1+\varepsilon) = B$$
$$a_1 + r - x\cos\gamma - y\sin\gamma = C,$$

*) Die hier gegebene analytische Entwicklung, aus welcher die für das indirecte Sehen wichtige Theorie des Horopters folgt, ist ein Auszug aus in v. Graefe's Archiv XV. 1 enthaltenen Abhandlung des Vf's.

so überzeugt man sich leicht von dem Bestande folgender Gleichungen:

$$B \sin \varrho_2 + A \cos (\varrho_2 - \varepsilon) = z_1 [\sin (\varrho_2 - \varepsilon) \sin \varrho_2 + \cos (\varrho_2 - \varepsilon) \cos \varrho_2] = z_1 \cos \varepsilon \quad (d.)$$

$$B \cos \varrho_2 - A \sin (\varrho_2 - \varepsilon) = - (y_1 \cos \gamma + x_1 \sin \gamma) \cos \varepsilon,$$

$$C \cos \gamma \cos \varepsilon + [B \cos \varrho_2 - A \sin (\varrho_2 - \varepsilon)] \sin \gamma = - x_1 \cos \varepsilon + (a_2 + r) \cos \gamma \cos \varepsilon, \quad (e.)$$

$$C \sin \gamma \cos \varepsilon - [B \cos \varrho_2 - A \sin (\varrho_2 - \varepsilon)] \cos \gamma = y_1 \cos \varepsilon + (a_2 + r) \sin \gamma \cos \varepsilon. \quad (f.)$$

Setzt man für A, B, C ihre Werthe, so geben die Gleichungen (d.), (e.), (f.) die folgenden:

$$\left.\begin{aligned}
x_1 \cos \varepsilon = {} & (a_2 - a_1 + x \cos \gamma + y \sin \gamma) \cos \gamma \cos \varepsilon \\
& - z [\sin (\varrho_1 + \varepsilon) \cos \varrho_2 - \cos \varrho_1 \sin (\varrho_2 - \varepsilon)] \sin \gamma \\
& + (y \cos \gamma - x \sin \gamma) [\cos (\varrho_1 + \varepsilon) \cos \varrho_2 \\
& + \sin (\varrho_2 - \varepsilon) \sin \varrho_2] \sin \gamma \\
y_1 \cos \varepsilon = {} & - (a_2 - a_1 + x \cos \gamma + y \sin \gamma) \sin \gamma \cos \varepsilon \\
& - z [\sin (\varrho_1 + \varepsilon) \cos \varrho_2 - \cos \varrho_1 \sin (\varrho_2 - \varepsilon)] \cos \gamma \\
& + (y \cos \gamma - x \sin \gamma) [\cos (\varrho_1 + \varepsilon) \cos \varrho_2 \\
& + \sin (\varrho_2 - \varepsilon) \sin \varrho_1] \cos \gamma \\
z_1 \cos \varepsilon = {} & z [\sin (\varrho_1 + \varepsilon) \sin \varrho_2 + \cos \varrho_1 \cos (\varrho_2 - \varepsilon)] \\
& - (y \cos \gamma - x \sin \gamma) [\cos (\varrho_1 + \varepsilon) \sin \varrho_2 - \\
& \cos (\varrho_2 - \varepsilon) \sin \varrho_1]
\end{aligned}\right\} \quad (5.)$$

oder auch, wenn man die Gleichungen (1.) u. (2.) berücksichtigt, in kürzerer Form:

$$\left.\begin{aligned}
x_1 \cos \varepsilon = {} & (a_2 + r) \cos \gamma \cos \varepsilon + x' \sin \gamma \\
& [\cos (\varrho_1 + \varepsilon) \cos \varrho_2 + \sin \varrho_1 \sin (\varrho_2 - \varepsilon)] \\
& - z \sin \gamma [\sin (\varrho_1 + \varepsilon) \cos \varrho_2 - \\
& \cos \varrho_1 \sin (\varrho_2 - \varepsilon)], \\
y_1 \cos \varepsilon = {} & - (a_2 + r) \sin \gamma \cos \varepsilon + x' \cos \gamma \\
& [\cos (\varrho_1 + \varepsilon) \cos \varrho_2 + \sin \varrho_1 \sin (\varrho_2 - \varepsilon)] \\
& - z \cos \gamma [\sin (\varrho_1 + \varepsilon) \cos \varrho_2 - \\
& \cos \varrho_1 \sin (\varrho_2 - \varepsilon)], \\
z_1 \cos \varepsilon = {} & x' [\sin \varrho_1 \cos (\varrho_2 - \varepsilon) - \cos (\varrho_1 + \varepsilon) \sin \varrho_2] \\
& + z [\cos \varrho_1 \cos (\varrho_2 - \varepsilon) + \sin (\varrho_1 + \varepsilon) \sin \varrho_2].
\end{aligned}\right\} \quad (6.)$$

Die Gleichungen (5) sind die gesuchten Relationen. Sie drücken die Coordinaten x_1, y_1, z_1 eines Punktes m_1 des linken Auges durch die Coordinaten x, y, z des correspondenten Punktes m des rechten Auges aus. Beide correspondirende Punkte liegen in den respectiven Tangential- oder Polarebenen und lassen sich deshalb die rechten Seiten der Gleichungen (5.) einfacher darstellen, wenn man den Punkt m auf das Coordinatensystem x′ z bezieht, wodurch sie die Form (6.) erhalten.

Sollen nun die correspondirenden Punkte m_1, m_1' auch identische sein, d. h. ein und derselbe leuchtende Punkt des Raumes in ihnen abgebildet werden, so müssen die von ihnen aus durch die Kreuzungspunkte der Richtungslinien in den Raum hinausgetragenen Geraden sich schneiden. Denkt man sich also einerseits durch den Punkt m (dessen Coordinaten x, y, z sind) des rechten

Auges und den Kreuzungspunkt K_1, andererseits durch den Punkt m_1 (dessen Coordinaten x_1, y_1, z_1) des linken Auges und den Kreuzungspunkt K_2 Gerade gelegt, so hat man zunächst für die Coordinaten f, g des Kreuzungspunktes K_1, sowie für die Coord. f_1, g_1 des Kreuzungsp. K_2 die Werthe:

$$\left.\begin{aligned} f &= a_1 \cos\gamma, \quad g = a_1 \sin\gamma \\ f_1 &= a_2 \cos\gamma, \quad g_1 = -a_2 \sin\gamma \end{aligned}\right\} \quad (7.)$$

und sodann für die Gleichungs-Systeme besagter zwei Geraden:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \left(\frac{x-f}{z}\right)\zeta + f, \quad \eta = \left(\frac{y-g}{z}\right)\zeta + g \\ \xi &= \left(\frac{x_1-f_1}{z}\right)\zeta + f_1, \quad \eta = \left(\frac{y_1-g_1}{z_1}\right)\zeta + g_1 \end{aligned}\right\} \quad (8.)$$

Die Bedingungsgleichung, dass diese beiden Geraden sich schneiden, ist nun nach den Lehren der analytischen Geometrie folgende:

$$[z_1(x-f) - z(x_1-f_1)](g-g_1) - [z_1(y-g) - z(y_1-g_1)](f-f_1) = 0. \quad (9.)$$

Sollen nun die Punkte x, y, z und x_1, y_1, z_1 identische sein, so müssen die aus der Gl. (5.) abgeleiteten Werthe der drei letzten Coordinaten die Gl. (9.) identisch machen. Substituirt man daher in diese Gleichung (9.) für x_1, y_1, z_1, sowie für f, g, f_1, g_1 ihre allgemeinen oben gegebenen Werthe, [6., u. 7.,], so erhält man eine Gleichung in x, y, z, welche die Relation zwischen den Coordinaten sämmtlicher in der Tangentialebene des rechten Auges gelegener Punkte darstellt (wenn man nämlich noch die Gleichung dieser Tangentialebene $y' = 0$ berücksichtigt), denen identische Punkte des linken Auges entsprechen.

Um auch noch die in Gl. (9.) vorkommenden Grössen x und y durch x' und y' auszudrücken, hat man vermöge der Gleichungen (1.)

$$\begin{aligned} x &= (a_1 + r)\cos\gamma - x'\sin\gamma - y'\cos\gamma \\ y &= (a_1 + r)\sin\gamma + x'\cos\gamma - y'\sin\gamma, \end{aligned}$$

oder, weil hier $y' = 0$:

$$\left.\begin{aligned} x &= (a_1 + r)\cos\gamma - x'\sin\gamma \\ y &= (a_1 + r)\sin\gamma + x'\cos\gamma \end{aligned}\right\} \quad (10.)$$

Vermittelst dieser Substitutionen, nämlich der Werthe (10), (7) und (6) in die Gleichung (9.) ergiebt sich:

$$\begin{aligned} &[a_2 r \sin 2\gamma - (a_1 - a_2\cos 2\gamma)x'](mx' + nz) \\ &+ z[(a_1\cos 2\gamma - a_2)(kx' - lz) - a_1 r \sin 2\gamma] = 0, \quad (11.) \end{aligned}$$

wobei die der Kürze wegen adhibirten Buchstaben m, n, k, l die Werthe haben:

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{\cos\varepsilon}[\sin\varrho_1\cos(\varrho_2 - \varepsilon) - \cos(\varrho_1 + \varepsilon)\sin\varrho_2], \\ n &= \frac{1}{\cos\varepsilon}[\cos\varrho_1\cos(\varrho_2 - \varepsilon) + \sin(\varrho_1 + \varepsilon)\sin\varrho_2], \\ k &= \frac{1}{\cos\varepsilon}[\cos(\varrho_1 + \varepsilon)\cos\varrho_2 + \sin\varrho_1\sin(\varrho_2 - \varepsilon)], \\ l &= \frac{1}{\cos\varepsilon}[\sin(\varrho_1 + \varepsilon)\cos\varrho_2 - \cos\varrho_1\sin(\varrho_2 - \varepsilon)]. \end{aligned}$$

Die Gleichung (11) drückt eine Hyperbel aus, und diese ist der geometrische Ort aller identischen Punkte des rechten Auges bei einer gegebenen Augenstellung, welche durch besondere Werthe der constanten Grössen a_1, a_2, γ, ϱ_1, ϱ_2 bestimmt ist.

Man findet die der Gleichung (11.) entsprechende Relation für's linke Auge, wenn man

$$x' \quad \varrho_1, \ \varrho_2, \ a_1, \ a_2, \ \varepsilon, \ \gamma \text{ vertauscht}$$
$$\text{mit } x_1', \ \varrho_2, \ \varrho_1, \ a_2, \ a_1, \ -\varepsilon, -\gamma.$$

Beide zusammen bilden das System der identischen Curven der Polarebenen, welchen wir den Namen „inneres Horoptersystem" beilegen.

Wir wollen nunmehr die kleine, von der Individualität des betreffenden Menschen abhängige Grösse ε vernachlässigen und sie nur am Schlusse dieses Absatzes (II.) wieder in Berücksichtigung ziehen.

Setzt man

$$\varrho_2 - \varrho_1 = \varrho,$$

so wird für $\varepsilon = 0$

$$m = l = -\sin\varrho, \ n = k = \cos\varrho$$

und die Gleichung (11.) geht über in die folgende:

$$[a_2 \, r \sin 2\gamma - (a_1 - a_2 \cos 2\gamma) \, x'] \, (-x' \sin\varrho + z \cos\varrho)$$
$$+ z \, [(a_1 \cos 2\gamma - a_2) \, (x' \cos\varrho + z \sin\varrho) - a_1 \, r \sin 2\gamma] = 0. \quad (12.)$$

Diese Gleichung lässt sich darstellen unter der Form:

$$Az^2 + Bzx' + Cx'^2 + Dz + Ex' = 0, \quad (13.)$$

wobei die Coefficienten folgende Werthe haben:

$$A = (a_2 - a_1 \cos 2\gamma) \sin\varrho$$
$$B = (a_1 + a_2) \, (1 - \cos 2\gamma) \cos\varrho$$
$$C = (a_2 \cos 2\gamma - a_1) \sin\varrho$$
$$D = -(a_2 \cos\varrho - a_1) \, r \sin 2\gamma$$
$$E = a_2 \, r \sin 2\gamma \sin\varrho.$$

Für's linke Auge erhält man durch die oben angewandte Vertauschung die Gleichung:

$$A_1 z^2 + B_1 z x_1' + C_1 x_1'^2 + D_1 z + E_1 x_1' = 0, \quad (14.)$$

wo

$$A_1 = (a_2 \cos 2\gamma - a_1) \sin\varrho,$$
$$B_1 = (a_1 + a_2) \, (1 - \cos 2\gamma) \cos\varrho,$$
$$C_1 = (a_2 - a_1 \cos 2\gamma) \sin\varrho,$$
$$D_1 = -(a_2 - a_1 \cos\varrho) \, r \sin 2\gamma,$$
$$E_1 = a_1 \, r \sin 2\gamma \sin\varrho.$$

Wie man sieht, bestehen zwischen den Coefficienten der Gl. (13.) u. (14.) folgende Relationen:

$$A_1 = C, \quad B_1 = B, \quad C_1 = A. \quad (15.)$$

Beide Gleichungen (13.) u. (14.) drücken Hyperbeln aus, welche zusammen das innere Horoptersystem ausmachen, ähnlich dem vorhergehenden allgemeineren Systeme.

Für $z = 0$ erhält man aus Gl. (12.)

für's rechte Auge die Gl.: $[a_2 \, r \sin 2\gamma - (a_1 - a_2 \cos 2\gamma) \, x'] \, x' = 0$,

für's linke Auge die Gl.: $[a_1 \, r \sin 2\gamma - (a_2 - a_1 \cos 2\gamma) \, x_1'] \, x_1' = 0$.

Mithin hat man für die entsprechenden Werthe von x', x_1',

für die rechtsseitige Hyperbel: $x' = 0$, $x' = \dfrac{a_2 \, r \sin 2\gamma}{a_1 - a_2 \cos 2\gamma}$

für die linksseitige Hyperbel: $x_1' = 0$, $x_1' = \dfrac{a_1 \, r \sin 2\gamma}{a_2 - a_1 \cos 2\gamma}$.

Hieraus folgt, dass der Hauptzweig der Curve jedes Auges durch die Netzhautgrube geht und dass kein dem Hauptzweige angehöriger identischer Punkt jemals in den blinden Fleck fallen kann (weil nämlich der zweite Werth von x', x_1' für endliche Distanzen der Fixationspunkte immer grösser als die Entfernung des blinden Fleckes von der Netzhautgrube ist).

Bei den beiden andern Punkten, denen die zweiten Werthe von x' und x_1' entsprechen, in welchen die Abscissenaxen den Hauptzweig der Hyperbel zum zweiten Male schneiden, und welche beide in der Regel weit seitwärts fallen, ist es interessant, dass ihre Lage weder von ϱ noch auch von ε abhängt. In dem Falle, wo $a_1 = a_2 \cos 2\gamma$, oder $a_2 = a_1 \cos 2\gamma$ ist, d. h. wo die eine Blicklinie senkrecht auf der Grundlinie *) steht, rückt dieser Durchschnittspunkt in unendliche Ferne hinaus.

Nun hat man, wenn φ_1 und φ_2 die Seitenwendungswinkel des rechten und linken Auges und β der Erhebungswinkel der Blickebene über ihre Primärlage ist (S. 246):

$$-\operatorname{tg}\frac{\varrho_1}{2} = \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\varphi_1}{2}, \quad -\operatorname{tg}\frac{\varrho_2}{2} = \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\varphi_2}{2},$$

mithin

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\varrho_2 - \varrho_1}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{\varrho}{2} = -\frac{\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\left(\operatorname{tg}\frac{\varphi_2}{2} - \operatorname{tg}\frac{\varphi_1}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\varphi_1}{2}\operatorname{tg}\frac{\varphi_2}{2}},$$

oder, da

$$\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \gamma, \quad \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \varphi_1 + \gamma,$$

$$\operatorname{tg}\frac{\varrho}{2} = -\frac{\sin\beta\sin\gamma}{\cos\gamma + \cos\beta\cos(\varphi_1 + \gamma)}. \quad (16.)$$

*) In dem, von den beiden Blicklinien und der die Kreuzungspunkte der Richtungslinien beider Augen verbindenden Geraden $K_1 K_2$ (Fig. 91) gebildeten Dreiecke, wird letztere »die Grundlinie« genannt.

**) Daraus folgt, dass bei aufwärts gerichtetem Blicke $\varrho = \varrho_2 - \varrho_1$ immer negativ, bei abwärts gerichtetem immer positiv ist.

Da nun $\frac{\varrho}{2}$ immer eine kleine Grösse ist, so ist auch nahezu

$$\operatorname{tg} \varrho = 2 \operatorname{tg} \frac{\varrho}{2},$$

mithin hat man annähernd

$$B^2 - 4AC = [(a_1 + a_2)^2 (1 - \cos 2\gamma)^2 [\cos \gamma + \cos \beta \cos (\varphi_1 + \gamma)]^2$$
$$- 16 (a_2 - a_1 \cos 2\gamma) (a_2 \cos 2\gamma - a_1) \sin^2 \beta \sin^2 \gamma] \frac{\cos^2 \varrho}{[\cos \gamma + \cos \beta \cos (\varphi_1 + \gamma)]^2}$$

und diese Grösse ist bei den hier möglichen Werthen von β und γ stets positiv. Hieraus folgt nach der Theorie der Kegelschnitte, dass, wie wir bereits gesagt, die Curven des inneren Horoptersystems stets Hyperbeln sind.

Es versteht sich, dass diese Hyperbeln auch in speciellen Fällen in gerade Linien übergehen können.

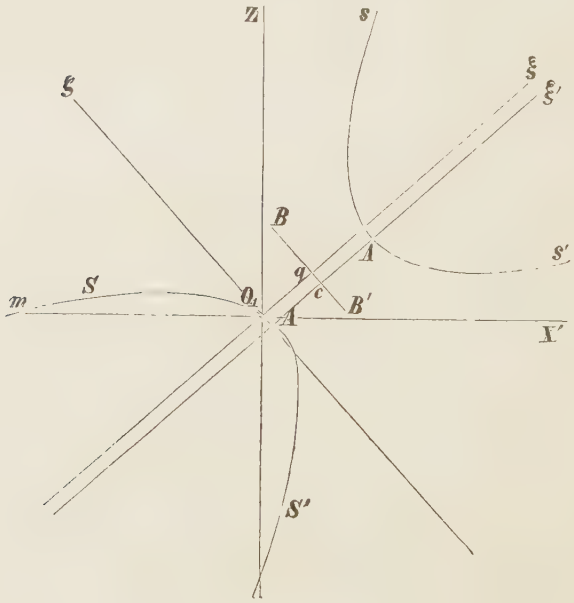
Die reelle Axe der rechtsseitigen Hyperbel macht mit der Axe der x' einen Winkel α, wofür man hat

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{B}{C - A} = - \cot \varrho. \quad (17.)$$

Für den entsprechenden W. α' der linkseitigen Hyperbel wird

$$\operatorname{tg} 2\alpha' = \frac{B_1}{C_1 - A_1} = \cot \varrho.$$

Fig. 98.



Diese beiden Winkel sind mithin

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2}, \quad \alpha' = \frac{\pi}{4} - \frac{\varrho}{2}, \quad (18.)$$

die gegenseitige Neigung der beiden reellen Axen ist $= \varrho$.

Macht man nunmehr

$$\begin{aligned} M &= A \cos^2 \alpha - B \sin \alpha \cos \alpha + C \sin^2 \alpha \\ N &= A \sin^2 \alpha + B \sin \alpha \cos \alpha + C \cos^2 \alpha \\ R &= D \cos \alpha - E \sin \alpha \\ S &= D \sin \alpha + E \cos \alpha, \end{aligned}$$

so hat man für die, auf die neuen Coordinatenaxen $O_1\xi$, $O_1\zeta$ (Fig. 98) bezogenen Coordinaten $d = O_1q$, $\delta = qc$ des Mittelpunktes c der Hyperbel die Werthe

$$d = -\frac{S}{2N}, \quad \delta = -\frac{R}{2M} \quad (19.)$$

und wenn

$$Z = M\delta^2 + Nd^2 + R\delta + Sd,$$

für die Halbaxen a und b

$$a = \sqrt{-\frac{Z}{N}}, \quad b = \sqrt{\frac{Z}{M}}. \quad (20.)$$

Man überzeugt sich leicht, dass die Grössen M, N, R, S, mithin auch d, δ, a, b für das linke Auge dieselben Werthe wie für das rechte haben.

Das innere Horoptersystem besteht mithin jederseits aus einer für beide Augen vollkommen gleichen Hyperbel, deren einer Zweig („Hauptzweig“) durch die Netzhautgrube geht, jedoch nicht so, dass sein Scheitel mit dieser zusammenfällt, und deren beide reelle Axen gegen einander in demselben Winkel geneigt sind, welchen die Netzhauthorizonte mit einander bilden, während ihre Neigung gegen die primäre Lage der letzteren nicht viel von einem halben Rechten abweicht.

Die Congruenz der beiden Theile des inneren Horoptersystems folgt natürlich aus der Correspondenz ihrer einzelnen Punkte, ihre besondere Gestalt aber ist die Folge davon, dass sich die Richtungslinien schneiden, oder dass die einzelnen Punkte der beiderseitigen Curven identisch sein müssen.

Wir wollen nun noch kurz die am häufigsten vorkommenden speciellen Fälle analysiren.

1) Wenn der Fixationspunkt in der Primärlage der Blickebene liegt, wofür $\varrho = 0$ ist, geht die Gl. (13.) in folgende über:

$$[(a_1 + a_2) \sin \gamma\, x' - (a_2 - a_1)\, r \cos \gamma]\, z = 0,$$

und diese zerfällt in die beiden:

$$z = 0, \quad x' = \frac{a_2 - a_1}{a_1 + a_2}\, r \cot \gamma. \quad (21.)$$

Die für das linke Auge zu erhaltenden Werthe müssen nach dem Vorhergehenden die nämlichen sein.

2) In dem Falle, dass der Fixationspunkt in der Medianebene liegt, wo also $a_1 = a_2$, $\varsigma_2 = -\varrho_1 = {}^1/_2\,\varrho$ ist, wird die Gl. (13.) nach einer leichten Transformation:

$$\sin\gamma \sin\frac{\varrho}{2}\cos\frac{\varrho}{2}\,z^2 + \sin\gamma\left(\cos^2\frac{\varrho}{2} - \sin^2\frac{\varrho}{2}\right) z\,x' -$$

$$\sin\gamma \sin\frac{\varrho}{2}\cos\frac{\varrho}{2}\,x'^2 + r\sin^2\frac{\varrho}{2}\cos y z + r\cos\gamma\sin\frac{\varrho}{2}\cos\frac{\varrho}{2}\,x' = 0,$$

oder

$$z^2 + \left(\cot\frac{\varrho}{2} - \operatorname{tg}\frac{\varrho}{2}\right) z\,x' - x'^2 + r\cot\gamma\operatorname{tg}\frac{\varrho}{2}\,z + r\cot\gamma\,x' = 0,$$

oder auch

$$\left(z\operatorname{tg}\frac{\varrho}{2} + x'\right)\left(z\cot\frac{\varrho}{2} - x' + r\cot\gamma\right) = 0,$$

welche Gleichung wieder in die beiden zerfällt:

$$z\operatorname{tg}\frac{\varrho}{2} + x' = 0, \quad z\cot\frac{\varrho}{2} - x' + r\cot\gamma = 0. \quad (22.)$$

Wir wollen diese speciellen Fälle nicht näher discutiren, indem Jeder, der sich dafür interessirt, dies leicht selbst kann, und werden uns nur in den beiden folgenden Abschnitten auf die vorstehenden Formeln beziehen.

Als Beispiel eines allgemeinen Falles wählen wir folgende Werthe, in Millimetern ausgedrückt:

$a_1 = 250$, $a_2 = 275{,}6$, $r = 14$, $2\gamma = 13^0 48'$, $\varphi_1 = 15^0$, $\varsigma_2 = 28^0 48'$, $\beta = 30^0$,
$\varsigma_1 = -4^0 2'$, $\varrho_2 = -7^0 52'$, $\varrho = -3^0 50'$.

Hiermit erhält man für den Neigungswinkel der reellen Axen gegen die Coordinatenaxen der x', x_1'

$$\alpha = 43^0 5', \qquad \alpha' = 46^0 55',$$

für die Mittelpunkts-Coordinaten

$$d = 8{,}7, \qquad \delta = -1{,}0$$

und für die Halbaxen

$$a = 8{,}6, \qquad b = 6{,}8,$$

Die Figur 98 ist nach vorstehenden Maassen in natürlicher Grösse gezeichnet, und man muss sich die Ebene des Papiers als mit der Tangentialebene der Netzhaut (Polarebene) des rechten Auges zusammenfallend denken. O_1X' ist die Gerade, in welcher sich die Blickebene und die Tangentialebene schneiden, $W.X'O_1\xi = \alpha = +43^0 45'$, $O_1q = d = 8{,}7$, $qc = \delta = 1{,}0$. $A\,A^1 = 17{,}2$ ist die reelle Axe, $B\,B_1 = 13{,}6$ die imaginäre Axe, $S\,A\,S'$ der durch den gelben Fleck gehende Hauptzweig, $s\,A'\,s^1$ der Nebenzweig und m der zweite Durchschnittspunkt des Hauptzweiges mit der Axe der x'.

Will man mittelst der vorhergehenden Formeln ein Paar identischer Punkte wirklich berechnen, z. B. diejenigen, welche einem concreten

Werthe der Abscisse x' entsprechen, so leitet man zunächst aus Gl. (12.) oder (11.) den zugehörigen Werth von $z' = z$ ab, welcher ein zweifacher ist (wegen des zweiten Grades der Gl.), bestimmt damit aus Gl. (6.) die zugehörigen Werthe von x_1, y_1, z_1 und vermittelst der Gl. (2.) die Werthe von x_1', y_1', z_1'.*)

Berücksichtigt man nun die Abweichung der scheinbar verticalen Meridiane, so findet man

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{(a_1 + a_2)(1 - \cos 2\gamma)\cos\varrho}{(a_2 + a_1)(1 - \cos 2\gamma)\sin\varrho - (a_2 - a_1\cos 2\gamma)(\cos\varrho + \cos\varrho')\varepsilon}$$

mithin annähernd — für's rechte Auge

$$\cot 2\alpha = -\operatorname{tg}\varrho + \frac{a_2 - a_1\cos 2\gamma}{(a_1 + a_2)\sin^2\gamma}\operatorname{tg}\varepsilon \quad (23.)$$

und für's linke Auge

$$\cot 2\alpha' = \operatorname{tg}\varrho + \frac{a_2\cos 2\gamma - a_1}{(a_1 + a_2)\sin^2\gamma}\operatorname{tg}\varepsilon \quad (24.)$$

Bei den Medianstellungen, wo $a_1 = a_2$, gehen diese beide Formeln über in

$$\cot 2\alpha = -\operatorname{tg}\varrho + \operatorname{tg}\varepsilon,\ \cot 2\alpha' = \operatorname{tg}\varrho - \operatorname{tg}\varepsilon. \quad (25.)$$

Der Coefficient von $\operatorname{tg}\varepsilon$ in den Gleichungen (23.) u. 24.) wird numerisch grösser, wenn γ abnimmt und die Differenz $a_2 - a_1$ zunimmt, d. i. in den Seitenstellungen. Die Abweichung ε der scheinbar verticalen Meridiane hat mithin auf die Neigung der Axen der Hyperbeln gegen die Axen der x' und x_1' einen nicht unbeträchtlichen Einfluss, jedoch, wie man leicht einsieht, keinen belangreichen auf die Grösse der beiden Axen.

III. Der Horopter.

Denkt man sich durch sämmtliche Punkte der Curve (13.) und den Kreuzungspunkt der Richtungslinien des rechten Auges gerade Linien gelegt, so bilden diese eine Kegelfläche, deren Spitze im Kreuzungspunkte liegt.

Wir wollen zunächst die Gleichung dieser Fläche, welche man auch als den Inbegriff sämmtlicher durch die Curve (13.) gehender Richtungslinien definiren kann, bestimmen.

Als Gleichungssystem der Leitlinie des rechten Auges hat man:

$$\{Az^2 + Bzx' + Cx'^2 + Dz + Ex' = 0,\quad y' = 0\}$$

Das Gleichungssystem der Erzeugungslinien ist:

$$\left\{\xi' = -\frac{x'}{r}(\eta' - r),\quad \zeta' = -\frac{z}{r}(\eta' - r)\right\}.$$

Substituirt man die aus dem letzten System sich ergebenden Werthe

$$-x' = \frac{r\xi'}{\eta' - r},\quad z = \frac{r\zeta}{\eta' - r}$$

*) Denkt man sich die Ebene der Fig. 98 als die Polarebene und durch jeden Punkt der Curve mS' eine Richtungslinie gelegt (durch den als Kreuzungspunkt angenommenen mittleren Knotenpunkt), so ist der Durchschnitt dieser Richtungslinien mit einer Retinalschichte die dem innern Horoptersystem entsprechende Retinalcurve.

in das erstere, so erhält man als Gleichung der Kegelfläche des rechten Auges:

$$A r \zeta^2 + B r \xi' \zeta + C r \xi'^2 - (D \zeta + E \xi')\,(\eta' - r) = 0. \quad (26.)$$

Für die Kegelfläche des linken Auges erhält man ebenso, wenn man die Relationen (15.) berücksichtigt:

$$C r \zeta^2 + B r \xi' \zeta + A r \xi_1'^2 - (D_1 \zeta + E_1 \xi_1')\,(\eta', - r) = 0. \quad (27.)$$

Die Coordinaten der beiden Gleichungen sind aber auf die respectiven Systeme x', y', z, x'_1, y'_1, z bezogen. Will man die beiden Kegelflächen durch Coordinaten ausdrücken, welche auf das gemeinschaftliche System x, y, z bezogen sind, so muss man zufolge der Gl. (1.) und (2.) setzen:

$$\xi' = \eta \cos\gamma - \xi \sin\gamma, \quad \eta' = a_1 + r - \xi \cos\gamma - \eta \sin\gamma,$$
$$\xi_1' = \eta \cos\gamma + \xi \sin\gamma, \quad \eta_1' = a_2 + r - \xi \cos\gamma + \eta \sin\gamma.$$

Dadurch ergeben sich die beiden Gleichungen der Kegelflächen,

für das rechte Auge:

$$\begin{aligned} A r \zeta^2 &+ (C r \cos\gamma + E \sin\gamma) \cos\gamma \eta^2 + (C r \sin\gamma - E \cos\gamma) \sin\gamma \xi^2 \\ &- (C r \sin 2\gamma - E \cos 2\gamma)\, \xi\eta + (B r \cos\gamma + D \sin\gamma)\, \eta\zeta \\ &- (B r \sin\gamma - D \cos\gamma)\, \xi\zeta - a_1 D \zeta - a_1 E \cos\gamma \eta \\ &+ a_1 E \sin\gamma \xi = 0, \quad (28.) \end{aligned}$$

für das linke Auge:

$$\begin{aligned} C r \zeta^2 &+ (A r \cos\gamma - E_1 \sin\gamma) \cos\gamma \eta^2 + (A r \sin\gamma + E_1 \cos\gamma) \sin\gamma \xi^2 \\ &+ (A r \sin 2\gamma + E_1 \cos 2\gamma)\, \xi\eta + (B r \cos\gamma - D_1 \sin\gamma)\, \eta\zeta \\ &+ (B r \sin\gamma + D_1 \cos\gamma)\, \xi\zeta - a_2 D_1 \zeta - a_2 E_1 \cos\gamma \eta \\ &- a_2 E_1 \sin\gamma \xi = 0. \quad (29.) \end{aligned}$$

Lässt man beide Gleichungen gleichzeitig bestehen, so repräsentiren sie eine Curve, deren sämmtliche Punkte beiden Kegelflächen gemeinschaftlich angehören, d. i. den Horopter.

Mit Hilfe der beiden vorhergehenden Gleichungen wollen wir die Gestalt des Horopters bei den wichtigsten speciellen Augenstellungen näher betrachten.

1. Der Fixationspunkt liegt in unendlicher Entfernung.

In diesem Falle sind die beiden Blicklinien parallel, ebenso die Tangentialebenen und die Netzhauthorizonte. Je zwei identische Punkte liegen gegen die Coordinatenaxen der x'z und $x_1'z_1$ symmetrisch, und die durch sie gezogenen Richtungslinien sind ebenfalls parallel, liegen in einer Ebene und schneiden sich mithin im Unendlichen. Hieraus folgt, dass der Horopter in diesem Falle eine Kugelfläche vom Halbmesser $= \infty$ ist.

Betrachten wir mithin einen Stern, so befinden sich alle übrigen Sterne im Horopter, fixiren wir dagegen einen in endlicher Entfernung gelegenen, reellen oder imaginären Punkt, so sehen wir sämmtliche Sterne doppelt.

2. Der Fixationspunkt befindet sich in der Primärlage der Blickebene.

Nach dem Listing'schen Gesetze ist hier $\varrho = 0$, die Coefficienten der Gl. (13.) und (14.) werden bis auf B und D, beziehungsweise D_1 gleich Null, nnd die beiden Gleichungen (28.) und (29.) gehen über in die Gleichungspaare:

$$\left.\begin{aligned}\zeta &= 0, \quad \eta = c\xi - d\\ \zeta &= 0, \quad \eta = c'\xi - d\end{aligned}\right\} \quad (30.)$$

wo

$$c = \frac{a_2 - a_1 \cos 2\gamma}{a_1 \sin 2\gamma}, \quad d = \frac{a_2 - a_1}{2 \sin \gamma}$$

$$c' = \frac{a_2 \cos 2\gamma - a_1}{a_2 \sin 2\gamma}.$$

Das Gleichungssystem

$$\left.\eta = c\xi - d, \qquad \eta = c'\xi - d\right\} \quad (31.)$$

stellt eine auf der Ebene der $\xi\eta$ senkrechte Gerade vor, welche durch einen Punkt dieser Ebene geht, dessen Coordinaten

$$\xi = 0, \qquad \eta = -d$$

sind.

Fig. 99.

Der Fusspunkt n (Fig. 99) dieser auf der Ebene der Zeichnung senkrechten Geraden ist nämlich der Durchschnittspunkt der durch (31.) (einzeln, in der $\xi\eta$-Ebene liegend betrachtet) dargestellten beiden Geraden $K_1 n$, $K_2 n$. Aus den beiden Bestimmungsstücken der beiden Dreiecke nFK_1 und nFK_2 ($nF = d$, $FK_1 = a_1$, $FK_2 = a_2$, $\sphericalangle nFK_1 = 90^0 + \gamma$, $\sphericalangle nFK_2 = 90^0 - \gamma$) ergibt sich auch leicht $K_2 n = K_1 n$, nämlich, dass der Punkt n gleichweit von den beiden Kreuzungspunkten der Richtungslinien absteht.

Setzt man für ξ, η die Werthe von x, y aus Gl. (10.) in die erste der Gleichungen (31.), so findet man nach gehöriger Reduction

$$x' = \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} r \cot \gamma,$$

zum Beweise, dass die Ebenen (31.) die Tangentialebenen in den entsprechenden Geraden (21.) des innern Horoptersystems schneiden. (S. S. 333).

Die in (30.) enthaltenen Gleichungen $\zeta = 0$, welche zwei mit der Blickebene zusammenfallende Ebenen ausdrücken, können natürlicher Weise nicht dazu dienen, den in besagter Ebene gelegenen Horopter zu bestimmen.

Dies lässt sich jedoch leicht vermittelst der obigen Gl. (f.) (S. 326) bewerkstelligen.

Setzt man darin ϱ_1 und ϱ_2 gleich Null, so ergibt sich, wenn man ξ, η für x, y schreibt, die Gleichung:

$$\frac{\xi \cos\gamma + \eta \sin\gamma - a_1}{\xi \cos\gamma - \eta \sin\gamma - a_2} = \frac{\eta \cos\gamma - \xi \sin\gamma}{\eta \cos\gamma + \xi \sin\gamma},$$

woraus man durch Wegschaffung der Nenner sofort die Gleichung des Müller'schen Horopterkreises erhält, nämlich:

$$\eta^2 + \xi^2 - \frac{a_1 - a_2}{2 \sin\gamma}\,\eta - \frac{a_1 + a_2}{2\cos\gamma}\,\xi. \quad (34.)$$

Derselbe geht durch den Fixationspunkt und die beiden Kreuzungspunkte der Richtungslinien. Der Fusspunkt n der vorher gefundenen Horopterlinie gehört diesem Kreise an.

3. Der Fixationspunkt liegt in der Medianebene.

Hier ist $a_1 = a_2$ (wir setzen dafür a), $\frac{\varrho}{2} = -\varrho_1 = \varrho_2$ und die Coefficienten der Gl. (13.) haben, wenn man ihre gemeinschaftlichen Factoren streicht, folgende Werthe:

$$A = \sin\gamma \sin\varrho, \quad B = 2\sin\gamma\cos\varrho, \quad C = -\sin\gamma\sin\varrho,$$
$$D = r(1 - \cos\varrho)\cos\gamma, \quad E = r\cos\gamma\sin\varrho.$$

Damit geht das Gleichungssystem (28.) und (29.) über in

$$\begin{aligned}&\sin\gamma\sin\varrho\,\zeta^2 - \sin\gamma\sin\varrho\,\xi^2 + \cos\gamma\sin\varrho\,\xi\eta + \sin\gamma\cos\gamma\\ &(1+\cos\varrho)\,\eta\zeta - [\cos\varrho\,(1+\sin^2\gamma) - \cos^2\gamma]\,\xi\zeta - a\cos\gamma\\ &(1-\cos\varrho)\,\zeta - a\cos^2\gamma\sin\varrho\,\eta + a\sin\gamma\cos\gamma\sin\varrho\,\xi = 0.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\sin\gamma\sin\varrho\,\zeta^2 - \sin\gamma\sin\varrho\,\eta^2 - \cos\gamma\sin\varrho\,\xi\eta - \sin\gamma\cos\gamma\\ &(1+\cos\varrho)\,\eta\zeta - [\cos\varrho\,(1+\sin^2\gamma) - \cos^2\gamma]\,\xi\zeta - a\cos\gamma\\ &(1-\cos\varrho)\,\zeta + a\cos^2\gamma\sin\varrho\,\eta + a\sin\gamma\cos\gamma\sin\varrho\,\xi = 0.\end{aligned}$$

Durch Substraction dieser beiden Gleichungen erhält man, wenn man mit $2\cos\gamma$ dividirt, die Gleichung

$$\sin\varrho\,.\,\xi\eta + \sin\gamma\,(1+\cos\varrho)\,\eta\zeta - a\cos\gamma\sin\varrho\,\eta = 0,$$

welche zerfällt in die beiden:

$$\left.\begin{aligned}&\eta = 0\\ &\sin\varrho\,\xi + \sin\gamma\,(1+\cos\varrho)\,\zeta - a\cos\gamma\sin\varrho = 0\end{aligned}\right\} \quad (35.)$$

und durch Addition ergibt sich die Gleichung

$$\begin{aligned}&\sin\gamma\sin\varrho\,\zeta^2 - \sin\gamma\sin\varrho\,\xi^2 - [\cos\varrho\,(1+\sin^2\gamma) - \cos^2\gamma]\,\xi\zeta\\ &- a\cos\gamma\,(1-\cos\varrho)\,\zeta + a\sin\gamma\cos\gamma\sin\varrho\,\xi = 0,\end{aligned}$$

welche sich in folgende transformiren lässt:

$$\left(\zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} - \xi\sin\gamma\right)\left(\zeta\sin\gamma + \xi\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} - a\cos\gamma\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2}\right) = 0,$$

die in die beiden zerfällt:

$$\left.\begin{aligned}&\zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} - \xi\sin\gamma = 0\\ &\zeta\sin\gamma - \xi\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} - a\cos\gamma\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} = 0\end{aligned}\right\}, \quad (36.)$$

von denen die letzte wieder mit der letzten der Gl. (35.) identisch ist.

Die ersten der Gleichungen (35.) u. (36.) geben mit einander verbunden das System:

$$\left|\eta = 0, \quad \zeta \operatorname{tg} \varrho_1 + \xi \sin \gamma = 0\right|, \quad (37.)$$

welches eine in der $\xi\zeta$-Ebene liegende Gerade ausdrückt, die durch den Fixationspunkt geht und mit der ξ-Axe einen Winkel macht, dessen Tangente $= -\sin\gamma \cot \varrho_1$ ist.

Die Uebereinstimmung dieses Horopters mit dem entsprechenden inneren Horoptersystem wird S. 344 nachgewiesen.

Die zweiten der Gleichungen (35.) u. (36.) sind, wie man leicht sieht, $\left(\text{da } \frac{\sin\varrho}{1+\cos\varrho} = \operatorname{tg}\frac{\varrho}{2}\right)$ identisch, und zwar drückt

$$\zeta \sin\gamma - \xi \operatorname{tg}\varrho_1 + a\cos\gamma \operatorname{tg}\varrho_1 = 0 \quad (38.)$$

eine Ebene aus, welche auf der $\xi\zeta$-Ebene senkrecht steht, durch den von der ξ-Axe durchsnittenen Punkt der Grundlinie geht und die Gerade (37.) senkrecht durchschneidet.

Den in dieser Ebene liegenden Horopter findet man leicht aus den Gl. (f) (i). (S. 326 u. 327.)

Setzt man in diesen $a_1 = a_2 = a$ und $\frac{\varrho}{2} = -\varrho_1 = \varrho_2$, so geben die Gl. (f.)

$$(\xi^2 + \eta^2)\sin\gamma\cos\gamma\cos\frac{\varrho}{2} - a\xi\sin\gamma\cos\frac{\varrho}{2} + a\zeta\sin\frac{\varrho}{2}$$

$$-\xi\zeta\cos\gamma\sin\frac{\varrho}{2} = 0 \quad (k.)$$

und die Gleichung (i.)

$$\zeta\sin\gamma\cos\frac{\varrho}{2} + \xi\sin\frac{\varrho}{2} - a\cos\gamma\sin\frac{\varrho}{2} = 0. \quad (l.)$$

Die Gleichung (k.) stellt eine Cylinderfläche dar, deren Durchschnitt mit der Ebene $\zeta = 0$ der Kreis

$$\xi^2 + \eta^2 - a\xi\sec\gamma = 0 \quad (m.)$$

ist, und die Gl. (l.) drückt wieder die Ebene (38.) aus.

Der Durchschnitt des durch diese Gleichung dargestellten kreisförmigen Cylinders mit der Ebene (38.) ist mithin der gesuchte Horopter, welcher — während der Müller'sche Horopter ein Kreis ist — eine Ellipse darstellt. Die Ebene (38.), in welcher diese Ellipse liegt, hat das Eigenthümliche, dass sie die Winkel, welche die Blicklinien mit ihrer Primärlage bilden, halbirt.

Liegt der Fixationspunkt in der Medianebene in so grosser Entfernung, dass $\varrho_1 = \varrho_2 = 0$ und $\cos\gamma = 1$ angenommen werden können, so ist $x \sin\gamma$ gleich der halben Distanz b der Augen. Man erhält für diesen Fall aus Gl. (f). S. 326):

$$\frac{(y-b)\cos\varepsilon - z\sin\varepsilon}{a-x} = \frac{(y+b)\cos\varepsilon + z\sin\varepsilon}{a-x},$$

oder

$$z\sin\varepsilon + b\cos\varepsilon = 0. \quad (n.)$$

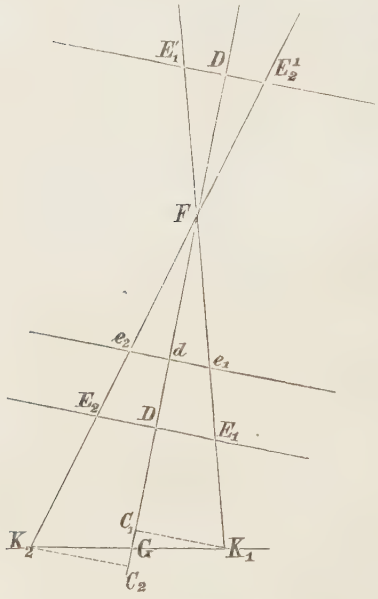
Dies ist die Gleichung einer Ebene, welche in einem Abstande $z' = -b \cot g \varepsilon$ von der Blickebene, unterhalb dieser und mit ihr parallel verläuft.

Helmholtz legt auf diese Ebene, welche im angenommenen Falle den Horopter darstellt, und, wie es scheint, hauptsächlich deshalb auch auf die Neigung der scheinbar verticalen Geraden ein besonderes Gewicht. (Physiol. Opt. S. 715). Indem nämlich $b \cot g \varepsilon$ ungefähr der Höhe eines erwachsenen Menschen entspricht (für $b = 32{,}5$ u. $\varepsilon = 1^0$ erhält man z. B. $z' = 1{,}862$ Meter), so kann die Fussbodenebene als Horopter angesehen werden, und dieser Umstand trägt wesentlich zur Sicherung des Ganges bei.

IV. Die äusseren Horoptersysteme.

Schneidet man die beiden Kegelflächen (28.) u. (29.) mit einer Ebene in transversaler Richtung, so sind die entstehenden Schnitte Curven von solcher Beschaffenheit, dass jede, durch einen ihrer Punkte gezogene Richtungslinie zugleich durch den Horopter und die entsprechende Hyperbel des innern Horoptersystems geht. Diese Curven dürfen mithin, wenn die Theorie der Identität der Netzhäute sich bewährt, nur einen einfachen Eindruck im Gesichte erzeugen, vorausgesetzt, dass eine jede gleichzeitig mit demjenigen Auge betrachtet wird, auf dessen Netzhaut sie durch die Richtungslinien identisch projicirt wird. — Wir begreifen die durch einen derartigen Schnitt erzeugten Curven zusammen unter der Benennung „äussere Horoptersysteme."

Fig. 100.



Diese sind natürlich je nach der Neigung der schneidenden Ebene gegen die Blicklinien und nach der Entfernung vom Fixationspunkte unendlich verschieden.

In der nun folgenden Betrachtung der äusseren Horoptersysteme werden wir die schneidende Ebene immer senkrecht auf der Geraden GF (Fig. 100), d. i. auf der Axe der x annehmen. Die Gleichung der schneidenden Ebene ist somit

$$\xi = \xi_1, \quad (40.)$$

wo ξ_1 die Entfernung ihres Durchschnittspunktes D oder D_1 vom Fixationspunkte F ist. Liegt der Durchschnittspunkt auf der negativen Seite der x-Axe, z. B. in D^1, so hat ξ_1 einen negativen Werth.

In Rücksicht auf die Formeln und die erforderliche Construction erscheint es am Einfachsten, den Anfangspunkt der Ordinate η in die Blicklinie, d. i. in E_1 oder E_2, zu verlegen, ohne das Coordinatensystem sonst zu verändern. Setzt man zu diesem Zwecke

$$\eta = \eta + \xi_1 \operatorname{tg} \gamma \quad (41.),$$

so erhält man für die rechtsseitige äussere Horoptercurve das Gleichungssystem

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \xi_1, \quad \mathfrak{A}\zeta^2 + \mathfrak{B}\zeta\eta + \mathfrak{C}\eta^2 + \mathfrak{D}\zeta + \mathfrak{E}\eta = 0, \end{aligned}\right\} \quad (42.)$$

wobei die Coefficienten folgende Werthe haben:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= (a_2 - a_1 \cos 2\gamma) \sin \varrho \\ \mathfrak{B} &= 2\, a_1 \cos^2 1/2\, \varrho \sin 2\gamma \sin \gamma \\ \mathfrak{C} &= (a_2 - a_1) \sin \varrho \cos^2 \gamma \\ \mathfrak{D} &= 2\,(a_2 \cos \varrho - a_1) \sin \gamma\, (a_1 \cos \gamma - \xi_1) \\ \mathfrak{E} &= -\, a_2 \sin \varrho \sin 2\gamma\, (a_1 \cos \gamma - \xi_1); \end{aligned}$$

und für die linksseitige äussere Horoptercurve:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \xi_1, \quad \mathfrak{A}_1 \zeta^2 + \mathfrak{B}_1 \zeta\eta + \mathfrak{C}_1 \eta^2 + \mathfrak{D}_1 \zeta + \mathfrak{E}_1 \eta = 0, \end{aligned}\right\} \quad (43.)$$

wo

$$\begin{aligned} \mathfrak{A}_1 &= (a_2 \cos 2\gamma - a_1) \sin \varrho \\ \mathfrak{B}_1 &= 2\, a_2 \cos^2 1/2\, \varrho \sin 2\gamma \sin \gamma \\ \mathfrak{C}_1 &= (a_2 - a_1) \sin \varrho \cos^2 \gamma \\ \mathfrak{D}_1 &= 2\,(a_2 - a_1 \cos \varrho) \sin \gamma\, (a_2 \cos \gamma - \xi_1) \\ \mathfrak{E}_1 &= -\, a_1 \sin \varrho \sin 2\gamma\, (a_2 \cos \gamma - \xi_1). \end{aligned}$$

Man überzeugt sich leicht, dass diese beiden Curven des äusseren Horoptersystems im Allgemeinen, sowie die des inneren Horoptersystems, Hyperbeln sind.

Die reellen Axen der rechts- und linksseitigen Hyperbel machen gegen die Blickebene oder die in ihr befindliche η-Axe die respectiven Winkel α_1, α_1', für welche man hat

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha_1 &= -\frac{2\, a_1 \cos \gamma}{a_1 + a_2} \cot \frac{\varrho}{2} \\ \operatorname{tg} 2\alpha_1' &= \frac{2\, a_2 \cos \gamma}{a_1 + a_2} \cot \frac{\varrho}{2} \end{aligned}\right\} \quad (44.)$$

und man sieht leicht ein, dass beide Winkel nur wenig von einem halben Rechten verschieden sind, sich jedoch nicht genau zu einem Rechten ergänzen. Um den Einfluss der Abweichung der scheinbar verticalen Meridiane in Betracht zu ziehen, seien wieder α und α' die entsprechenden Winkel des inneren Horoptersystems. Alsdann hat man vermöge Gl. (17.)

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\tfrac{1}{2} \cot \frac{\varrho}{2}, \quad \operatorname{tg} 2\alpha' = \tfrac{1}{2} \cot \frac{\varrho}{2},$$

mithin zufolge der Gleichungen (44.) da ϱ immer einen kleinen Werth hat,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha_1 &= \frac{4\, a_1 \cos \gamma}{a_1 + a_2} \operatorname{tg} 2\alpha, \\ \operatorname{tg} 2\alpha_1' &= \frac{4\, a_2 \cos \gamma}{a_1 + a_2} \operatorname{tg} 2\alpha', \end{aligned}$$

oder, wenn man für $\operatorname{tg} 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha'$ die Werthe aus (23.) und (24.) setzt:

$$\left.\begin{aligned}\cot 2\alpha_1 &= -\frac{a_1+a_2}{4\,a_1\cos\gamma}\,\mathrm{tg}\,\varrho+\frac{a_2\cos 2\gamma-a_1}{4a_1\sin^2\gamma\cos\gamma}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon,\\ \cot 2\alpha_1' &= \frac{a_1+a_2}{4\,a_2\cos\gamma}\,\mathrm{tg}\,\varrho+\frac{a_2-a_1\cos 2\gamma}{4a_2\sin^2\gamma\cos\gamma}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon.\end{aligned}\right\}\quad(45.)$$

In den oben betrachteten speciellen Fällen erhalten auch die äusseren Horoptersysteme die entsprechende Gestalt, wie wir sofort zeigen wollen.

1) Der Fixationspunkt liegt in der Primärlage der Blicklinie.

Hier werden die Coefficienten $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{E}_1$ der Gleichungen (42.) u. (43.) gleich Null und man erhält die Gleichungen:

$$\mathfrak{B}\zeta\eta+\mathfrak{D}\zeta=0,\quad \mathfrak{B}_1\zeta\eta+\mathfrak{D}_1\zeta=0.$$

Diese zerfallen in die drei folgenden

$$\zeta=0,\quad \eta=-\frac{\mathfrak{D}_1}{\mathfrak{B}_1},\quad \eta=-\frac{\mathfrak{D}_2}{\mathfrak{B}_2},$$

wovon jede eine Ebene ausdrückt, welche mit der Ebene $\xi=\xi_1$ zu verbinden ist.

Zuerst hat man für beide Augen gemeinschaftlich das System

$$\left.\xi=\xi_1,\qquad \zeta=0.\right\}\quad(46.)$$

Dieses stellt die Gerade EE_1 vor, welche dem Müller'schen Horopterkreise entspricht, indem die Richtungslinien, welche diesen in ihren Schnittpunkten erzeugen, in ihrem Durchschnittspunkte mit der Ebene $\xi=\xi_1$ auch der Geraden (46.) ihre Enstehung geben.

Sodann hat man für das rechte Auge:

$$\left.\xi=\xi_1,\quad \eta=-\frac{(a_2-a_1)(a_1\cos\gamma-\xi_1)}{a_1\sin 2\gamma}\right\}\quad(47.)$$

und für das linke Auge:

$$\left.\xi=\xi_1,\quad \eta=-\frac{(a_2-a_1)(a_2\cos\gamma-\xi_1)}{a_2\sin 2\gamma}\right\}\quad(47a.)$$

Die Ebenen (47.) und 47 a), welche in ihren Durchschnitten mit der Ebene $\xi=\xi_1$ diese beiden Geraden erzeugen, sind natürlich dieselben wie die (30.), wie sich ergibt, wenn man in letzteren $\eta=\eta-\xi_1\,\mathrm{tg}\,\gamma$ setzt.

2) Der Fixationspunkt liegt in der Medianebene.

Da hier $a_1=a_2$, so werden die Coefficienten der Gl. (42.) wenn man sie alle mit a sin γ dividirt:

$$\mathfrak{A}=\sin\gamma\sin\varrho,\qquad \mathfrak{B}=\cos^2 1/2\,\varrho\sin 2\gamma,\qquad \mathfrak{C}=0,$$
$$\mathfrak{D}=-2\sin^2 1/2\,\varrho\,(a\cos\gamma-\xi_1),\quad \mathfrak{E}=-\sin\varrho\cos\gamma\,(a\cos\gamma-\xi_1).$$

Die Gl. (42.) gibt somit nach einer leichten Transformation

für das rechte Auge:

$$\left[\zeta\sin\gamma-(a\cos\gamma-\xi_1)\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2}\right]\left(\zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2}+\eta\cos\gamma\right)=0,$$

und die Gl. (43.) für das linke Auge:

$$\left[\zeta\sin\gamma-(a\cos\gamma-\xi_1)\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2}\right]\left(\zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2}-\eta\cos\gamma\right)=0.$$

Hiermit erhält man:
erstens für beide Augen gemeinschaftlich

$$\left\{ \xi = \xi_1, \quad \zeta \sin\gamma - (a\cos\gamma - \xi_1)\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} = 0. \right\} \quad (48.)$$

Diese Gerade ist der Durchschnitt der Ebene (38.), welche wir oben für den Horopter gefunden haben, mit der Ebene $\xi = \xi_1$, und entspricht der Ellipse [Gleichungssystem (l.) (m.)] in ähnlicher Weise wie die Gerade (46.) dem Müller'schen Horopterkreise. Der Abstand D der Geraden (48.) von der Blickebene ist:

$$D = \frac{(a\cos\gamma - \xi_1)\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2}}{\sin\gamma}. \quad (48a.)$$

Zweitens erhält man aus den beiden vorhergehenden Gleichungen
für das rechte Auge:

$$\left\{ \xi = \xi_1, \quad \zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} + \eta\cos\gamma = 0 \right\} \quad (49.)$$

und für das linke Auge:

$$\left\{ \xi = \xi_1, \quad \zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} - \eta\cos\gamma = 0 \right\}. \quad (50.)$$

Der Winkel σ, welchen die Geraden (49.) u. (50.) mit der Ordinate ζ machen, wird bestimmt durch die Gleichung:

$$\mathrm{tg}\,\sigma = \frac{\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2}}{\cos\gamma}. \quad (50a.)$$

Für die Ordinate ζ des Durchschnittspunktes dieser beiden Geraden findet man, wenn man in den beiden folgenden Gleichungen $\eta = 0$ setzt:

$$\zeta = \xi_1 \sin\gamma\,\cot\frac{\varrho}{2}. \quad (50\,b.)$$

Bezieht man nämlich die in den Systemen (49.) u. (50.) enthaltenen Ebenen rechter Hand wieder auf das ursprüngliche Coordinatensystem, indem man in (49.) $\eta = \eta - \xi\,\mathrm{tg}\,\gamma$ und in (50.) $\eta = \eta + \xi\,\mathrm{tg}\,\gamma$ setzt, so erhält man:

$$\zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} + \eta\cos\gamma - \xi\sin\gamma = 0, \quad (51.)$$

$$\zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} - \eta\cos\gamma - \xi\sin\gamma = 0. \quad (52.)$$

Verbindet man diese beiden Gleichungen mit der Gleichung der Tangentialebenen $y' = 0$ und $y_1' = 0$, oder $a + r - \xi\cos\gamma \mp \eta\sin\gamma = 0$, so ergibt sich

$$\zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2}\sin\gamma + (a + r)\cos\gamma - \xi = 0,$$

oder vermöge der ersten der Gleichungen (10.)

$$\zeta\,\mathrm{tg}\,\frac{\varrho}{2} + \xi' = 0,$$

welche mit der ersten der Gleichungen (22.) identisch ist, zum Beweise, dass das äussere Horoptersystem (49.) und (50.) auch dem zugehörigen inneren Horoptersysteme entspricht.

Verbindet man die Gleichungen (51.) und (52.) mit einander, so erhält man das Gleichungssystem (37.), woraus hervorgeht, dass auch das äussere Horoptersystem ebenso wie das innere dem zugehörigen Horopter entsprechen.

Es dürfen also in den speciellen Fällen 1. und 2. die Geraden (46.) u. (48.) nicht doppelt erscheinen und müssen die Geraden (47.) und (47 a.), sowie (49.) und (50.), in der gehörigen Augenstellung mit je einem Auge betrachtet, zusammenfallen und einfach gesehen werden*).

V. Der Meridianlinienhoropter (Recklinghausen's Normalfläche). (S. S. 287 u. S. 306).

Das Gleichungssystem der Blicklinie AO_1 (Fig. 95) des rechten Auges ist:

$$\{ y = x \operatorname{tg} \gamma, \quad z = 0 \},$$

die Gleichung einer durch dieselbe gelegten Ebene:

$$p_1 (y - x \operatorname{tg} \gamma) + z = 0, \quad (53.)$$

worin p_1 eine willkürliche Constante bedeutet.

Ist ϑ der Neigungswinkel dieser Ebenen gegen den Netzhauthorizont und ist dieser um den Winkel ϱ_1 gegen die Primärlage der Blickebene gedreht, so dass ϱ_1 den Raddrehungswinkel bedeutet, so ist $\vartheta - \varrho_1$ der Winkel, welchen besagte Ebene mit der Blickebene (der Ebene der xy) einschliesst, und man hat

$$\cos (\vartheta - \varrho_1) = \frac{1}{\sqrt{1 + p_1^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \gamma)}},$$

oder

$$\operatorname{tg} (\vartheta - \varrho_1) = \pm p_1 \sec \gamma. \quad (54.)$$

Das Gleichungssystem der Blicklinie AO_2 des linken Auges ist

$$\{ y = - x \operatorname{tg} \gamma, \quad z = 0 \}$$

und die Gl. einer durch sie gelegten Ebene:

$$p_2 (y + x \operatorname{tg} \gamma) + z = 0,$$

wo p_2 wieder eine willkürliche Constante bedeutet. Wenn diese Ebene denselben Winkel ϑ mit dem Netzhauthorizonte macht, wie jene (53.), so erhält man:

$$\operatorname{tg} (\vartheta - \varrho_2) = \pm p_2 \sec \gamma, \quad (56.)$$

wo ϱ_2 der Raddrehungswinkel des linken Auges und p_2 wieder eine unbestimmte Constante ist.

Aus Gl. (54.) und (55.) ergibt sich als Tangente der Winkel-Differenzen $\vartheta - \varrho_1$ und $\vartheta - \varrho_2$:

*) Mit den vorhergehenden Formeln (42.), (43.), (44.) und den Transformationsformeln (19.) und (20.), sodann mittelst der für die speciellen Fälle geltenden Formeln (47.) bis (50.) haben wir eine grössere Anzahl äusserer Horoptersysteme berechnet und die Resultate in den am Ende unserer Abhandlung (a. a. O. S. 123) angefügten Tabellen zusammengestellt.

$$tg\,(\varrho_2 - \varrho_1) = \pm\frac{p_1 - p_2\sec\gamma}{1 + p_1 p_2 \sec^2\gamma} = \pm\frac{p_1 - p_2\cos\gamma}{p_1 p_2 + \cos^2\gamma}.$$

Setzt man hierein die für p_1 und p_2 aus den Gl. (53.) u. (55.) sich ergebenden Werthe, so erhält man:

$$tg\,(\varrho_2 - \varrho_1) = \frac{\pm 2xz\sin\gamma}{y^2\cos^2\gamma - x^2\sin^2\gamma + z^2}, \quad (57.)$$

oder auch, wenn $\varrho_2 - \varrho_1 = \varrho$ ist:

$$y^2\cos^2\gamma - x^2\sin^2\gamma + z^2 \pm 2xz\sin\gamma\cot\varrho = 0. \quad (58.)$$

Dies ist die Gleichung der conoidischen Fläche, welche den Meridianlinienhoropter darstellt.

Liegt der Fixationspunkt in der Medianebene, so ist $\varrho = -2\varrho_1$ und die Gl. (58.) geht über in:

$$y^2\cos^2\gamma - x^2\sin^2\gamma + z^2 \pm 2xz\sin\gamma\cot 2\varrho_1 = 0. \quad (59.)$$

Das Gleichungssystem

$$\left| y = 0, \quad z^2 - x^2\sin^2\gamma \pm 2xz\sin\gamma\cot 2\varrho_1 = 0 \right| \quad (60.)$$

drückt den Medianschnitt des Conoids aus.

Die zweite der Gleichungen (60.) lässt sich darstellen durch

$$(z - ax)(z - bx) = 0, \quad (61.)$$

wo

$$a = \pm\sin\gamma\,(\cot 2\varrho_1 + \sqrt{1 + \cot^2 2\varrho_1}) = \pm\sin\gamma\cot\varrho_1$$

$$b = \pm\sin\gamma\,(\cot 2\varrho_1 - \sqrt{1 + \cot^2 2\varrho_1}) = \pm\sin\gamma\,tg\,\varrho_1$$

Die Gl. (61.) zerfällt mithin in die beiden

$$z = -x\sin\gamma\cot\varrho_1 \quad (61) \quad \text{und} \quad z = -x\sin\gamma\,tg\,\varrho_1. \quad (62.)$$

Der durch die Gl. (61.) ausgedrückte Linienhoropter fällt hier mit dem eigentlichen Medianhoropter (Gl. (37.) S. 339) zusammen, weshalb auch das negative Vorzeichen genommen werden muss.

Setzt man in Gl. (59.) $\varrho_1 = 0$, so erhält man die Gleichungen

$$x = 0 \quad \text{und} \quad z = 0,$$

wovon die erste, welche hier allein in Betracht kommt, die auf der Blicklinie senkrechte Ebene ausdrückt.

Da nun bei medianer Fixation die Bilder so gedeutet werden, als wären sie entstanden, ohne dass eine Raddrehung stattgefunden, so wird auch die conoidische Fläche bis auf ihre allzu sehr abweichenden Kanten als eine solche Ebene gesehen.

VI. Der Circularhoropter. (S. S. 217.)

Es seien

$$\mathfrak{A}^2\zeta^2 + \mathfrak{B}^2\xi^2 = \mathfrak{A}^2\mathfrak{B}^2 \quad \text{und} \quad \mathfrak{A}^2\zeta_1^2 + \mathfrak{B}^2\xi_1^2 = \mathfrak{A}^2\mathfrak{B}^2$$

die Gleichungen identischer Ellipsen, in den Polarebenen des rechten und linken Auges construirt, so sind die Gleichungen der sie zur Basis und die Knotenpunkte als Spitze habenden elliptischen Kegel

$$\mathfrak{A}^2\zeta^2 + \mathfrak{B}^2\xi^2 = \frac{\mathfrak{A}^2\mathfrak{B}^2}{r^2}(\eta - r)^2 \quad \text{und} \quad \mathfrak{A}^2\zeta_1^2 + \mathfrak{B}^2\xi_1^2 = \frac{\mathfrak{A}^2\mathfrak{B}^2}{r^2}(\eta_1 - r)^2,$$

wo die Coordinaten $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ die Bedeutung haben wie S. 325 und r die Entfernung des Knotenpunkts von der Retina ist, oder wenn man

$$\frac{r}{\mathfrak{A}} = A \quad \text{und} \quad \frac{r}{\mathfrak{B}} = B$$

setzt:

$$A^2\xi^2 + B^2\zeta^2 = (\eta - r)^2 \quad \text{und} \quad A^2\xi_1^2 + B^2\zeta_1^2 = (\eta_1 - r)^2. \quad (63.)$$

Substituirt man für $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ ihre Werthe aus den Formeln (c) u. (c') (S. 325), indem man $\varrho_2 = -\varrho_1$ und $\varepsilon = 0$ nimmt, und subtrahirt die eine der Gl. (63.) von der andern, so erhält man, wenn man den gemeinschaftlichen Factor y streicht:

$$x \sin\gamma \cos\gamma (A^2 \cos^2\varrho_1 + B^2 \sin^2\varrho_1 + 1)$$
$$+ z \cos\gamma \sin\varrho_1 \cos\varrho_1 (A^2 - B^2) - a \sin\gamma = 0. \quad (64.)$$

Die beiden Kegelflächen (63.) schneiden sich mithin (in der Nähe des Kreuzungspunkts der Blicklinien) in einer Ebene. Setzt man mit Rücksicht auf den Satz, dass die Netzhautbilder von in der Medianebene befindlichen Linien so gedeutet werden, als fände keine Raddrehung statt, in den Gleichungen (63.), nachdem man für $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$ die auf Seite 325 gegebenen Werthe substituirt,

$$\varrho_1 = 0 \quad \text{und} \quad \varrho_2 = 0,$$

so erhält man für die Durchschnitte der beiden Kegelflächen mit der Ebene $x = 0$ das Gl.-System:

$$\{ x = 0, \quad A^2 y^2 \cos^2\gamma + B^2 z^2 = (a \mp y \sin\gamma)^2 \}, \quad (65.)$$

wo das obere Zeichen des Glieds $y \sin\gamma$ für's rechte, das untere für's linke Auge gilt.

Sollen dieselben Kreise sein, so muss die Gl. bestehen:

$$A^2 \cos^2\gamma - \sin^2\gamma = B^2. \quad (66.)$$

Die beide Kreise repräsentirende Gl. ist alsdann:

$$\left(y \pm \frac{a \sin\gamma}{B^2}\right)^2 + z^2 = \frac{a^2(B^2 + \sin^2\gamma)}{B^4}. \quad (67.)$$

Der Abstand y' des Mittelpunkts von der Axe der x ist mithin

$$y' = \mp \frac{a \sin\gamma}{B^2},$$

d. h. für's rechte Auge liegt der Mittelpunkt des Kreises um y' nach links, für's linke Auge um y' nach rechts.

Die Kreise decken einander mithin nicht vollständig, und um so weniger, je grösser ihr Halbmesser R ist.

In Uebereinstimmung damit sieht man auch bei einem Systeme concentrischer Kreise, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt in die Medianebene gebracht ist, die Kreislinien nicht genau einfach.

Unter der Voraussetzung, dass $\varrho_1 = \varrho_2 = 0$, findet man leicht, wenn R der Halbmesser eines der concentrischen Kreise ist (mit Hilfe einer geom. Construction):

$$\mathfrak{A} = \frac{R\,r\,\cos\gamma}{a - R\sin\gamma}, \quad \mathfrak{B} = \frac{r\,R}{a}, \quad (68.)$$

mithin

$$A = \frac{a - R\sin\gamma}{R\cos\gamma}, \quad B = \frac{a}{R} \quad (68a.)$$

und, wenn man $R\sin\gamma$ gegen a vernachlässigt,

$$A = \frac{B}{\cos\gamma}. \quad (68b.)$$

Denselben Werth erhält man aus Gl. (66.), wenn man $\sin^2\gamma$ gegen $A^2\cos^2\gamma$ vernachlässigt.

Ist $\frac{a\sin\gamma}{B^2} = \frac{R^2\sin\gamma}{a}$ eine sehr kleine Grösse, so geht, da $\sin^2\gamma$ gegen B^2 vernachlässigt werden kann, die Gleichung des Kreises (67.) über in

$$y^2 + z^2 = \frac{a^2}{B^2}, \quad \text{oder} \quad y^2 + z^2 = R^2,$$

welche mit der des concentrischen Kreises vom Halbmesser R identisch ist.

In den Fällen also, wo entweder $R\sin\gamma$ klein, oder a beträchtlich gross ist, wird der betreffende concentrische Kreis im erweiterten (physischen) Horopter liegen und beständig einfach gesehen werden.

In Rücksicht auf eine Ebene concentrischer Kreise, welche in einem von 90° abweichenden Winkel gegen die Blickebene geneigt ist, kann, wenn auch nicht $\varrho_1 = \varrho_2 = 0$ angenommen wird, in Anbetracht dass ϱ_1 und ϱ_2 immerhin nur kleine Werthe haben, die Gl. (66) als eine annähernd giltige Relation angesehen werden. Substituirt man mithin den aus dieser Gleichung folgenden Werth für B^2 in die Gl. (64.) der Schnittebene beider Kegelflächen, so erhält man:

$$x(1 - \sin^2\gamma\sin^2\varrho_1) + z\sin\gamma\sin\varrho_1\cos\varrho_1 = \frac{a}{(1 + A^2)\cos\gamma} \quad (69.)$$

und für ihre Neigung η gegen die Ebene der $x = 0$:

$$\operatorname{tg}\eta = -\frac{\sin\gamma\sin\varrho_1\cos\varrho_1}{1 - \sin^2\gamma\sin^2\varrho_1}. \quad (70.)$$

Diese Neigung wird $= 0$, wenn $\varrho_1 = 0$, mithin scheinen die in die Ebene (69.) gebrachten Kreise senkrecht auf der Blickebene zu stehen.

Da bei gesenkter Blickebene η positiv, bei erhobener negativ wird, so muss die Ebene der Kreise, wenn sie erst senkrecht zur Blickebene gehalten ist, mit der oberen Hälfte um η gegen das Gesicht zu und im zweiten Fall davon abgedreht werden.

Als Durchschnitt der beiden Ebenen

$$\xi = 0, \quad \xi_1 = 0,$$

oder, zufolge Seite 325, da hier $\varrho_2 = \varrho_1$ ist:

$$(y\cos\gamma - x\sin\gamma)\cos\varrho_1 - z\sin\varrho_1 = 0$$
$$(y\cos\gamma + x\sin\gamma)\cos\varrho_1 + z\sin\varrho_1 = 0,$$

erhält man das Gl.-System:

$$\left| y = 0, \quad z = -x \sin\gamma \cot\varrho_1 \right|. \quad (71.)$$

Der Durchschnitt der Ebenen, welche durch die $\mathfrak{B}$-Axen der Netzhautellipsen und den Knotenpunkt gehen, stimmt mithin mit dem eigentlichen Medianhoropter (Gl. (37), S. 339) überein.

Der Winkel η_1, welchen derselbe mit der Ebene $x = 0$ einschliesst, wird ausgedrückt durch

$$\operatorname{tg}\eta_1 = -\frac{\operatorname{tg}\varrho_1}{\sin\gamma}. \quad (72.)$$

Für die in praxi möglichen Werthe von γ und ϱ_1 ist der Winkel η_1 immer grösser als obiger Winkel η.

Ist mithin die Ebene der concentrischen Kreise in diejenige Stellung gebracht, in welcher sie senkrecht zur Medianlinie der Blickebene erscheint, so scheint der verticale Durchmesser noch um den Winkel $\eta_1 - \eta$ aus der Kreisebene herausgedreht.

VII. Der Ort der Doppelbilder.

Sind ξ', η', ζ' und ξ_1', η_1', ζ_1' die Coordinaten der mittelst Richtungslinien bewirkten Projectionen eines im gemeinschaftlichen Sehfelde beider Augen befindlichen Punkts auf die Polarebene des rechten, resp. linken Auges, so hat man (für das rechte Auge) für die durch den Punkt (ξ', η', ζ') und den mittleren Knotenpunkt K_1 gehende Richtungslinie das Gleichungssystem:

$$\left| \xi = \frac{\xi'}{\zeta'}\zeta, \quad \eta - r = \frac{\eta' - r}{\zeta'}\zeta \right| \quad (73.)$$

und (für das linke Auge) für die durch den Punkt $\xi_1', \eta_1', \zeta_1'$ und den mittleren Knotenpunkt K_2 gehende Richtungslinie:

$$\left| \xi = \frac{\xi_1'}{\zeta_1'}\zeta, \quad \eta - r = \frac{\eta_1' - r}{\zeta_1'}\zeta \right| \quad (74.)$$

wo ξ, η, ζ die laufenden Coordinaten sind.

Da nun das rechte Auge sein Netzhautbild an seinem wahren Orte, das linke Auge das seinige aber dergestalt sieht, als wäre es mit seinem bereits empfangenen Bilde so an den Ort des rechten versetzt worden, dass Blicklinie auf Blicklinie, Netzhauthorizont auf Netzhauthorizont fallen, so müssen auch die Coordinate der Gl. (74.) auf die für die Gl. (73.) zu Grunde gelegten Coordinatenaxen der ξ, η, ζ bezogen werden.

Für den Winkel ψ, welchen die Richtungslinie des dominirenden und des auf dieses in der angegebenen Weise transferirten Auges im gemeinschaftlichen mittleren Knotenpunkte mit einander machen, hat man mithin die Gleichung:

$$\cos\psi = \frac{\xi'\xi_1' + \zeta'\zeta_1' + (\eta' - r)(\eta_1' - r)}{\sqrt{(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2)(\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2)}},$$

oder, wenn man für ξ', η', ζ', ξ_1', η_1', ζ_1' die Werthe aus (c.) (c'.) (S. 325) substituirt und der Kürze wegen setzt:

$$
\begin{aligned}
&y \sin\gamma + x\cos\gamma = Aq = f_1, \text{ (s. Fig. 95, S. 323)}\\
&y\cos\gamma - x\sin\gamma = qM_1 = g_1\\
&y\cos\gamma + x\sin\gamma = q_2M_1 = g_2\\
&x\cos\gamma - y\sin\gamma = Aq_2 = f_2\\
&a_1 - f_1 = K_1q = k_1\\
&a_2 - f_2 = K_2q_2 = k_2\\
&K_1M_1 = d_1, \quad K_2M_2 = d_2,
\end{aligned}
$$

$$
\cos\psi = \{(g_1\sin\varrho_1 + z\cos\varrho_1)(g_2\sin\varrho_2 + z\cos\varrho_2) + (a_1 - f_1)(a_2 - f_2)
$$
$$
+ (g_1\cos\varrho_1 - z\sin\varrho_1)(g_2\cos\varrho_2 - z\sin\varrho_2)\} : d_1d_2,
$$

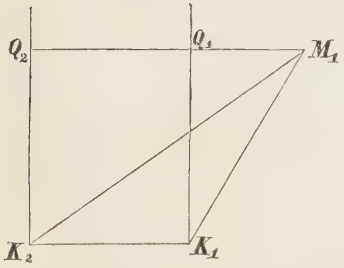
oder auch, wenn man die Klammern auflöst, den erhaltenen Ausdruck möglichst reducirt und $\varrho_2 - \varrho_1 = \varrho$ setzt.

$$
\cos\psi = \frac{(g_1g_2 + z^2)\cos\varrho + (g_2 - g_1)\,z\sin\varrho + k_1k_2}{d_1d_2}. \quad (75.)
$$

Liegt der Fixationspunkt in unendlicher Entfernung in der Medianebene, so hat man $a_1 = a_2 = \infty$ und $\varrho = 0$, folglich:

$$
\cos\psi' = \frac{g_1g_2 + z^2 + (a_1 - f_1)(a_2 - f_2)}{d_1d_2},
$$

Fig. 101.



oder auch, nach Fig. 101, in welcher M_1 die Projection eines Objectpunktes M (x, y, z) auf die xy-Ebene ist, wenn man den Zähler und Nenner mit 2 multiplicirt:

$$
\cos\psi' = \frac{2\,[\overline{Q_1M_1}\,(\overline{Q_1M_1} + \overline{K_1K_2}) + z^2 + \overline{K_1Q_2}^2]}{2\,K_1M_1 \times K_2M_1}.
$$

Der Zähler dieses Ausdrucks lässt sich auch schreiben:

$$
(\overline{Q_1M_1}^2 + \overline{K_1Q_1}^2 + z^2) + [(\overline{Q_1M_1} + \overline{K_1K_2})^2 + \overline{K_1Q_1}^2] - \overline{K_1K_2}^2,
$$

$$
\text{d. i.} \quad \overline{K_1M_1}^2 + \overline{K_2M_1}^2 - \overline{K_1K_2}^2,
$$

woraus folgt, dass in diesem Falle

$$
\mathfrak{W} \cdot \psi' = \mathfrak{W} \cdot K_2MK_1
$$

ist.

Zufolge des Ausdrucks (75.) wird der Winkel ψ, welchen die (die Doppelbilder des Objectpunkts M (x, y, z) mit dem mittleren Knotenpunkt des dominirenden Auges verbindenden Geraden mit einander machen, um so grösser, je kleiner g_1, g_2 u. z und mithin die Winkel MAK_1, MAK_2 sind, welche die den Objectpunkt M mit dem Fixationspunkte verbindende Gerade AM mit den beiden Blicklinien bildet, (wo man sich in Fig. 101 M senkrecht im Abstand Z über M_1 zu denken hat), oder, wenn sie entgegengesetzte Zeichen haben, je mehr sie einander numerisch gleich sind, bis zur völligen numerischen Gleichheit.

Für den Neigungswinkel ϑ, welchen die Ebene der die Doppelbilder eines Objectpunkts mit dem gemeinschaftlichen Knotenpunkte des dominirenden und des transferirten Auges verbindenden beiden Geraden gegen die Primärlage der Blickebene bildet, erhält man, wenn man die Raddrehungswinkel ϱ_1, ϱ_2 constant $=0$ annimmt, die Gleichung:

$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{(k_2 - k_1)\,z}{k_2 g_1 - k_1 g_2}. \quad (76.)$$

Man hat nämlich unter der gemachten Voraussetzung

$$\xi' = g_1, \quad \xi_1' = g_2, \quad \eta' - r = k_1, \quad \eta_1' - r = k_2, \quad \zeta' = \zeta_1' = z$$

und erhält damit für die in Rede stehende Ebene die Gleichung

$$A\xi + B\eta + C\zeta + D = 0, \quad (77.)$$

wo

$$\begin{aligned} A &= \zeta'(\eta_1' - r) - \zeta_1'(\eta' - r) = z\,(k_2 - k_1) \\ B &= \xi'\zeta_1' - \xi_1'\zeta' = z\,(g_2 - g_1) \\ C &= \xi_1'(\eta' - r) - \xi'(\eta_1' - r) = g_2 k_1 - g_1 k_2. \end{aligned}$$

Der Durchschnitt der Ebene (77.) mit der Polarebene des dominirenden Auges gibt die Gerade:

$$\left\{ \eta = 0, \quad A\xi + C\zeta + D = 0 \right\}$$

und für den Neigungswinkel dieser Geraden mit dem Netzhauthorizonte erhält man alsdann den obigen Werth (76). Dieser Winkel ϑ ist mithin, unter der gemachten Voraussetzung, gleich Null: 1) wenn $z=0$ ist, d. h. wenn der Objectpunkt in der Blickebene liegt, 2) $k_1 = k_2$ oder $K_1 q_1 = K_2 q_2$ ist; er ist $= 90^0$, oder die Doppelbilder stehen vertical über einander, wenn $\frac{k_1}{g_1} = \frac{k_2}{g_2}$ ist, d. h. wenn die den Punkt M mit K_1 und K_2 verbindenden Geraden gleiche Winkel mit den respectiven Blicklinien machen.

---

§. VI. Von der Wirkung, welche die verschiedenen Arten von Nachbildungen der natürlichen Objecte auf das Sehorgan hervorbringen.

Die verschiedenen Arten, die sichtbaren Objecte künstlich so nachzubilden, dass eine mehr oder weniger deutliche Vorstellung derselben bei dem Beschauer erweckt wird, sind folgende: 1) die lineare Projection*), 2) die lineare schattirte Projection, 3) die perspectivische Pro-

*) Unter dieser und der folgenden Projection ist die senkrechte oder orthographische verstanden (die ungewöhnliche, »plagiographische« bleibt unberücksichtigt).

jection oder die perspectivisch lineare Zeichnung, 4) die perspectivisch lineare schattirte Zeichnung, 5) die stereoscopische Nachbildung, 6) die Reliefbilder, 7) die Bildsäulen.

Zu 1). Projicirt man möglichst viele derjenigen Punkte der äusseren Oberfläche eines Körpers, welche die Gestalt desselben hauptsächlich bedingen, senkrecht auf eine Ebene, und verbindet sie durch continuirliche Linien, welche gerade oder krumme sein können, und *Contouren* genannt werden, so erhält man eine *lineare Projection*, die in dem Falle, dass die Lage der Projectionsebene möglichst gut gewählt ist, das Original, wenn es bekannt ist, wieder erkennen lässt, im andern Falle aber einen, wenn auch unvollkommenen, Begriff davon gibt. Die Punkte, welche die Gestalt des Körpers hauptsächlich bedingen, sind diejenigen der Oberfläche, in welchen die projicirenden Senkrechten dieselbe tangiren, d. h. die, welche in Beziehung auf die gewählte Projectionsebene den Umfang oder «Umriss» des Körpers bilden, und sodann die ausgezeichneten oder besonders charakteristischen Punkte und Punktreihen der Oberfläche, welche innerhalb des Umrisses befindlich sind.

Hat man mehrere solcher Projectionen auf Ebenen, die unter verschiedenen Winkeln zu einander geneigt sind, entworfen, so geben dieselben einen genaueren Begriff von der Gestalt des Originals.

Es ist bekannt, dass sich die Baumeister der Horizontal- und Vertical-Projectionen, des Grund- und Aufrisses, bedienen, um ein zur technischen Beurtheilung und Ausführung vollständig genügendes Bild eines zu errichtenden Bauwerks zu erhalten. Diese «Pläne» oder «Risse» geben jedoch dem Nicht-Techniker kein deutliches Bild des projectirten Gebäudes.

Zu 2). Ist eine lineare Projection eines Körpers richtig *schattirt*, so kann in manchem Falle schon eine weit lebhaftere Vorstellung des Originals dadurch erzielt werden.

Zu 3). Projicirt man einen Körper, welcher eine beträchtliche Tiefendimension besitzt, oder einen Theil des Gesichtsfelds mit den in ihm enthaltenen körperlichen Dingen, anstatt durch senkrechte Projicirende, durch gerade Linien, welche alle von dem Punkte, in welchen das beschauende Auge gebracht werden soll, ausgehen, also alle, mit Ausnahme einer einzigen, die vor dem Auge befindliche Projectionstafel schräg schneiden, verfährt übrigens aber so, wie unter 1), so erhält man eine *perspectivisch lineare Zeichnung*.

Eine solche erweckt, wenn sie nicht blos die Umrisse der Körper, sondern auch ihre sonstigen charakteristischen Linien und Punkte enthält und aus dem richtigen Gesichtspunkte mit einem, successive nach allen Theilen des Bildes hinblickenden, Auge betrachtet wird, eine hinsichtlich der Gestalten und Dimensionen dem Originale entsprechende Vorstellung, welche jedoch noch durch Gedächtniss und Phantasie zu ergänzen ist.

Zu 4). Eine *schattirte* perspectivische Zeichnung, oder ein *Bild*, welches alle darin enthaltenen Objecte perspectivisch richtig und in einer der natürlichen Beleuchtung entsprechenden Schattirung wiedergibt, erweckt, wenn es mit Einem Auge und, falls dasselbe fernsichtig ist, mit Hilfe eines Convexglases, von demjenigen Punkte aus betrachtet wird, von welchem die projicirenden Geraden ausgegangen sind, eine sehr deutliche Vorstellung des Originals mit seinen Tiefendimensionen, welche selbst der stereoscopischen Nachbildung — bei richtiger Perspective und Schattirung — nicht sehr viel nachsteht.

Hierbei ist aber die einäugige Betrachtung, am besten unter Abhaltung des seitlichen Lichts, etwa durch die zu einer Röhre geformte Hand, von wesentlicher Bedeutung. (Es kommt nicht so selten vor, dass Jemand durch ein Stereoskop nur Ein Bild sieht und dennoch über den körperlichen Eindruck desselben erstaunt ist). Wenn man sich gewöhnt, gute perspectivische schattirte Bilder in der erwähnten Art zu betrachten, so wird man einen unvergleichlich höheren Begriff von der Wirkung der Zeichnen- und Malerkunst gewinnen, als bei der gewöhnlichen binocularen Beschauung *). Der schönste stereoskopische Eindruck, welchen man vermittelst monocularen Sehens durch eine kurze Röhre erhalten hat, wird aber im Augenblick zerstört, wenn man das andere Auge öffnet. Alsdann hört alle Tiefenperception auf, wenn nicht die Einbildungskraft das empfangene Bild noch eine Zeit lang festhält.

Dies beruht darauf, dass die Blicklinie Eines Auges bei Durchmusterung der einzelnen Gegenstände des Bilds dieselben Bewegungen macht, wie das prävalirende Auge bei Betrachtung der natürlichen Objecte, dass aber bei binocularer Beschauung vermöge des Convergenzwinkels welcher sich für alle Gegenstände des Bilds nur so ändert, wie dies für in einer und derselben Ebene gelegene Objecte geschieht, alles als in einer Ebene gelegen erscheinen muss.

*) Bei Bildern von kleinem Maassstabe, namentlich photographischen, erhält man meistens einen schönen plastischen Eindruck, wenn man sie mit einer schwachen Uhrmacherloupe betrachtet.

Bei einem in Hinsicht auf Perspective, Colorirung und Schattirung möglichst naturgetreu hergestellten Bilde befindet sich das beschauende Auge, namentlich wenn noch alle anderen nicht zum Bilde gehörigen Objecte des Sehfelds ausgeschlossen werden, ganz in derselben Lage wie bei monocularer Betrachtung der natürlichen Gegenstände — bis auf die den Tiefendimensionen der letzteren entsprechenden dritten Dimensionen des Netzhautbilds. Dieser Mangel allein bewirkt, dass das Bild nicht ganz den Eindruck des vorgestellten Theils des wirklichen räumlichen Sehfelds macht. Hätte die Netzhaut keine Tiefenperception, so würde, von der Verschiedenheit des Maassstabs abgesehen, durchaus kein wesentlicher Unterschied zwischen der Wahrnehmung von Original und Bild sein, indem die unvermeidlichen Mängel der künstlerischen Ausführung sicher durch die Wirkung der Einbildungskraft ersetzt würden. Man wird dies zugeben, wenn man die in anderer Hinsicht, z. B. bei dem uneigentlichen, perspectivischen Horopter, viel grössere Leistung des als „Einbildungskraft" bezeichneten integrirenden Theils unserer Psyche in Erwägung zieht, und dabei berücksichtigt, wie nahe die durch selbst sehr unvollkommene Bilder bei der in Rede stehenden Art der Beschauung in uns erweckte Vorstellung der Wirklichkeit kommt.

Zu 5). Bei den *stereoscopischen Bildern* tritt zu den Hilfsmitteln, welche Einem Auge bei Betrachtung eines Bildes zu gute kommen, noch die stereoscopische Parallaxe (s. u.) hinzu, welche bewirkt, dass die Blicklinie bei Wanderung über Objecte, resp. Objectpunkte, welche in natura in verschiedenen Tiefen des Sehfelds liegen, ihren Convergenzwinkel in demselben Verhältnisse ändern, wie bei Betrachtung der natürlichen Objecte.

Hierauf beruht es, dass die stereoscopischen Bilder eine der Natur in Hinsicht auf die Tiefendimensionen noch beträchtlich näher kommende Vorstellung hervorrufen, als dies ein einzelnes monocular beschautes Bild vermag.

Die *stereoscopische Nachbildung* erfordert immer zwei zusammengehörige Bilder von der Art, dass jedes die Ansicht darstellt, welche das respective Auge des Beschauers von dem vorgestellten Originale hat. Die stereoscopischen Bilder sind mithin zwei verschiedene, in der Regel von den Standpunkten beider Augen aufgenommene und meistens schattirte perspectivische Bilder.

Legt man sie, noch ehe sie aufgeklebt wurden, auf einander und hält sie gegen das Licht, so müssen sich die Bilder der sehr entfernten Objecte vollständig decken, während die der näher gelegenen einander um so unvollkommener decken, je geringer ihre Entfernung von der Bildebene ist. Ihre Abweichung nennt Helmholtz die *stereoscopische Parallaxe*, und bezeichnet sie als positiv, wenn die Bildpunkte der

näheren Objecte für das rechte Auge nach links, für das linke nach rechts abweichen. Dieselbe ist gleich gross für alle diejenigen Objecte, welche sich in gleicher Entfernung von der Bildebene befinden.

Die stereoscopischen Bilder werden am besten photographisch angefertigt, entweder indem man dasselbe Original zweimal rasch nach einander von den erwähnten Standpunkte (ungefähr 70 und mehr Millimeter von einander entfernt), oder besser, indem man sie mit einem eigens dazu eingerichteten Apparate gleichzeitig aufnimmt.

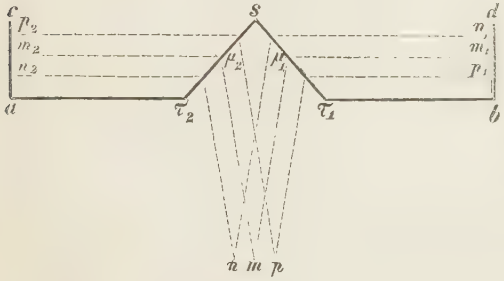
Man kann sie, wie wir bereits im vorigen § erwähnt haben, mit blossen Augen stereoscopisch verschmelzen, wenn man diese auf zwei correspondente Punkte einstellt. Da hierbei der Schnittpunkt der beiden Blicklinien in unendlicher, oder wenigstens beträchtlich grösserer Entfernung liegt, als die Bildebene, für welche man accommodiren muss, so hält es den Meisten Anfangs schwer, die stereoscopische Vereinigung ohne Apparat zu erzielen. Sehr förderlich zu diesem Zwecke ist es, mit jedem Auge durch eine auf den correspondenten Punkt seiner Seite gerichtete Röhre zu sehen. Hat man einmal die stereoscopische Vereinigung erzielt, so ist sie leicht zu erhalten; auch wird diese Art, stereoscopische Bilder zu betrachten, immer leichter, je öfter man sie übt. Hat man sie sich angeeignet, so wird man sie sehr lohnend finden, z. B. dadurch, dass man alle in Bilderläden ausgestellten stereoscopischen Bilder im Vorübergehen sehen, auch eine grosse Parthie derselben rasch durchmustern kann, um sich die besonders ansprechenden zum Kaufe auszuwählen.

Betrachtet man ein paar Stereoscopenbilder mit gekreuzten Blicklinien, so sieht man dieselben ebenfalls stereoscopisch, jedoch mit verkehrtem Relief, indem die stereoscopischen Parallaxen negativ werden. (Myopen gelingt diese Art der Verschmelzung leichter, wie die mit parallelen Blicklinien). Im vorigen § ist bereits angeführt, wie man, wenn man die beiden Bilder vertauscht und sie dann mit sich kreuzenden Blicklinien, in deren Kreuzungspunkt eine Stecknadel angebracht ist, betrachtet, indem man Acht gibt, dass man die Nadel genau einfach sieht, ein sehr niedliches, frei im Raume, in der Stecknadelgegend, schwebendes Miniaturbild erhält.

Bei der Vereinigung der stereoscopischen Bilder mit blossen Augen wird ausser dem Hauptbilde noch ein linkes und ein rechtes apartes Bild gesehen, wovon das rechte dasjenige ist, welches das linke Auge vom rechten photographischen Bilde empfängt, und das linke dasjenige,

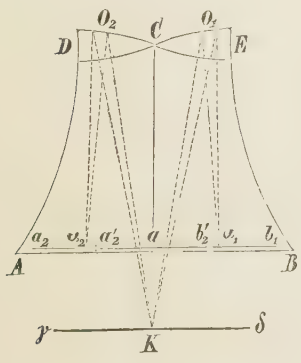
welches dem rechten Auge vom linken photographischen Bilde anheimfällt. Diese beiden nur im Anfange störenden aparten Bilder werden bei den stereoscopischen Apparaten durch die mittlere Scheidewand abgehalten.

Fig. 102.



Die erste Art von *Stereoscop* wurde von Wheatstone erfunden. An den Seitenwänden a c, b d (Fig. 102) werden die beziehungsweise für das linke und rechte Auge bestimmten Bilder mit einander zugekehrten Bildflächen senkrecht eingeschoben. Die von je zwei correspondenten Punkten m_1, m_2 ausgehenden Strahlenkegel, deren Axen parallel mit a b liegen, werden durch zwei mit a b einen Winkel von ungefähr 133^0 bildenden Spiegeln $\tau_1 s$, $\tau_2 s$ in den Verlängerungen der Richtungen $m\mu_1$, $m\mu_2$ reflectirt und gelangen so in die hinter s befindlichen Augen. Die Zeichnung (Fig. 102) stellt einen Horizontalschnitt vor, in a steht der linke und in c der rechte Rand des dem Spiegel $\tau_2 s$ zugekehrten Bilds, dagegen in b der rechte und in d der linke Rand des dem Spiegel $\tau_1 s$ zugekehrten Bilds, die Bilder der correspondenten Punkte m_1, m_2, welche den mittleren Punkten μ_1, μ_2 der Spiegel entsprechen, werden, vereinigt, in m, die der correspondenten Punkte n_1, n_2 in n, p_1, p_2 in p gesehen.

Fig. 103.



Dasjenige Stereoscop, welches heutzutage in fast ausschliesslichem Gebrauche ist und sich überall bereits eingebürgert hat, wurde von Brewster erfunden. Es enthält zwei Prismen D C, E C (Fig. 103), durch welche die Augen nach den auf A B liegenden stereoscopischen Bildern $a_2 a_2'$, $b_2' b_1$ hinsehen.

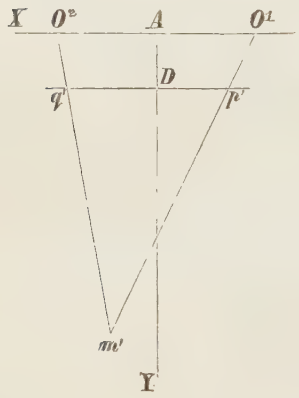
Haben beide Prismen ebene Oberflächen, so werden, bei entsprechendem brechendem Winkel derselben, beide stereoscopische Bilder nach Innen gerückt und

auf einander geschoben und somit vereinigt gesehen. In der Regel sind aber beide Prismen die Hälften einer dicken Convexlinse (von ca. 22 Centimeter Brennweite). Dadurch werden die von den mittleren Bildpunkten α_1, α_2 ausgehenden Strahlen minder divergent beiden Augen zugeleitet, und wird das vereinigte Bild nach γ, δ versetzt. Dieses erscheint mithin in dem Verhältniss von CK : Ca hinausgerückt und vergrössert*).

Es ist leicht einzusehen, dass hierbei correspondente Punkte beider Bilder auch auf nahezu correspondente Netzhautpunkte beider Augen fallen und mithin einfach gesehen werden. (Bei den sehr nahe im Vordergrunde befindlichen, blos ein «perspectivisches äusseres Horoptersystem» zusammen bildenden Objecten verhält es sich, wie S. 294 im Allgemeinen angegeben worden, doch werden die periodischen Schwankungen gewöhnlich übersehen).

In Bezug auf die stereoscopischen Bilder ist nun folgendes zu bemerken:

Fig. 104.



Ist m′ (Fig. 104) ein Punkt des Sehfelds und sind p′, q′ die ihm entsprechenden und mithin einander correspondenten Punkte der beiden stereoscopischen Bilder, so ist die Distanz p′q′ um so mehr von der Distanz der beiden Augen O_1, O_2 verschieden, je näher der Punkt m_1 gelegen ist. Diese Differenz der Distanzen der beiden correspondenten Punkte der stereoscopischen Bilder von der Distanz der Knotenpunkte beider Augen wird *stereoscopische Differenz* genannt.

Die stereoscopische Unterscheidbarkeit der Tiefendistanzen des vereinigt gesehenen Bildes nimmt im Quadrate der mittleren Entfernung der betreffenden Punkte von $O_1 O_2$ ab.

*) Da Ca (Fig. 103) gewöhnlich ungefähr $= 16^{cm.}$ ist, so beträgt die scheinbare Entfernung CK

$$\frac{22 \times 16}{22 - 16} = 58\tfrac{2}{3} \text{ Centimeter.}$$

Demnach ist die Vergrösserung eine

$$\frac{58\frac{2}{3}}{16} = 3\tfrac{2}{3} \text{ malige.}$$

Die Tiefendimensionen des stereoscopischen Sammelbildes nehmen mit der Entfernung der Ebene der stereoscopischen Bilder von den Augen zu, mit ihrer Annäherung ab, d. h., wenn man ein Paar mit blossen Augen verschmolzener stereoscopischer Bilder von den Augen entfernt, so nimmt das Relief des vereinigt gesehenen Bildes zu, im entgegengesetzten Falle ab.

Hat man die zwei zusammen gehörigen stereoscopischen Bilder separirt und schiebt sie, während sie in Einer Ebene bleiben, näher zusammen, so wird das Relief des vereinigten Bildes immer flacher, je mehr die Annäherung zunimmt, und man erhält den Eindruck eines s. g. *Reliefbilds.*

Das stereoscopische Relief wird verkehrt, wenn man das rechts liegende stereoscopische Bild mit dem linken, das links liegende mit dem rechten Auge betrachtet. Hierzu sind namentlich nahesichtige Augen disponirt. Künstlich wird diese Wirkung durch das Pseudoscop erzielt. (S. S. 293.)

Vereinigt man zwei ganz gleiche Bilder nach Art der Stereoscopenbilder, so findet keine stereoscopische Differenz statt, sowie aber ein gut gezeichnetes und schattirtes perspectivisches Bild, wenn man es mit Einem Auge aus dem richtigen Gesichtspunkte betrachtet, gewissermassen stereoscopisch gesehen wird, so erzeugt auch ein derartiges binocular vereinigtes Bilderpaar eine körperliche Vorstellung der in der Zeichnung dargestellten Objecte, nur noch in erhöhtem Maasse und, weil durch die annähernd parallele Blickstellung alles ferner gerückt scheint, in vergrössertem Maassstabe.

Weichen die correspondenten Linien beider im Allgemeinen gleichen Bilder theilweise etwas von einander ab, so bilden diese Linien zusammen ein uneigentliches Horoptersystem und die entsprechende Horopterlinie tritt bei der binocularen Verschmelzung aus der Fläche des vereinigt gesehenen Bildes heraus. Man kann sich dieses Umstandes zur Erkennung eines gut nachgebildeten falschen Papierscheines bedienen, indem man diesen mit einem ächten binocular combinirt.

Zu 6). Das *Reliefbild* hat drei Dimensionen und ist eine vollkommenere Nachbildung der körperlichen Objecte wie die perspectivische Zeichnung. Es eignet sich zur binocularen Beschauung.

Zur Charakterisirung und Construction der Reliefbilder dienen folgende Sätze:

Allen mit der Antlitzebene parallelen Ebenen des Originals entsprechen auch parallele Ebenen des Bildes.

Unter sich parallelen Schnittebenen des Originals (von beliebiger Richtung) entsprechen Ebenen des Bildes, welche sich sämmtlich in der s. g. *Hauptebene*, d. i. in derjenigen Ebene des Bildes, in welcher die Abbilder aller unendlich entfernten Punkte des Originals liegen, in einer und derselben Geraden schneiden. Diese Schnittlinie, welche mithin immer in der Hauptebene liegt, wird *Fluchtlinie* genannt.

Die einer Schaar paralleler Ebenen des Originals angehörige Fluchtlinie wird construirt als der Durchschnitt derjenigen dieser Parallelebenen, welche durch den Gesichtspunkt, der hierbei in der Mitte zwischen beiden Augen angenommen wird, geht, mit der Hauptebene.

Allen parallelen Geraden des Originals entsprechen im Reliefbild Gerade, welche sich in einem Punkte der Hauptebene schneiden, welcher *Fluchtpunkt* genannt wird. Der Fluchtpunkt wird construirt als der Durchschnittspunkt derjenigen unter den betreffenden Parallellinien, welche durch den Gesichtspunkt geht, mit der Hauptebene. Die Relation zwischen der Entfernung y eines Punkts des Originals von der Antlitzebene und der Entfernung y' des entsprechenden Punktes des Reliefbildes ist:

$$\frac{1}{y'} = \frac{1}{y} + \frac{1}{\imath},$$

wo $\imath$ die Entfernung der Antlitzebene von der Hauptebene bedeutet.

7) Die *Bildsäulen*. Eine meisterhaft ausgeführte Bildsäulengruppe, namentlich eine solche, welche in Action begriffene Menschen und Thiere darstellt, ist jedenfalls die vollkommenste Nachbildung der Natur, welche bei Jedem, dem Erfahrenen wie dem Unerfahrenen, dem Einäugigen wie dem, der sich zweier normaler Augen erfreut, die lebhafteste Vorstellung des Originals hervorruft. Indess kann doch eine Nachbildung dieser Art in Hinsicht auf Mannigfaltigkeit und Naturtreue, namentlich der in Action dargestellten lebenden Wesen oder der dargestellten momentanen Erscheinung in rascher Bewegung befindlicher lebloser Gegenstände (z. B. des Meeres), einem Paar guter photographisch aufgenommener Stereoscopenbilder in binocularer Vereinigung nicht gleichkommen.

Corollarium zu §. VI.

Theorie der Stereoscopen- und Relief-Bilder.

Die Ebene der stereoscopischen Bilder stehe senkrecht auf der Ebene der Figur 104 und schneide letztere Ebene in der Geraden p' q'. Die durch die mittleren Knotenpunkte O_1, O_2 der beiden Augen gehende und mit der Ebene der stereoscopischen Bilder, im Abstande $AD = d$, parallele Ebene sei die Coordinatenebene xz, durch AX senkrecht auf der Papierebene stehend gedacht, die Medianlinie AY sei die Axe der y und mithin A der Anfangspunkt des Coordinatensystems. Ferner seien x', y', z' die Coordinaten eines Punktes m des Gesichtsfelds, dessen Projection auf die xy-Ebene der Punkt m' ist, und die Coordinaten der Durchschnittspunkte p, q (deren Projectionen p', q' sind) der Richtungslinien O_1m, O_2m mit der Ebene der stereoscopischen Bilder seien $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$.

Ist nun $AO_1 = a$, $AO_2 = -a$, so erhält man für die Geraden O_1m, O_2m beziehungsweise die Gleichungssysteme:

$$\left.\begin{aligned} x - a &= -\left(\frac{a - x'}{z'}\right) z, \quad y = \frac{y'}{z'} z \\ x + a &= \left(\frac{a + x'}{z'}\right) z, \quad y = \frac{y'}{z'} z \end{aligned}\right\}.$$

Die Coordinaten der Durchschnittspunkte dieser Geraden mit der Ebene der stereoscopischen Bilder, deren Gleichung

$$y = d$$

ist, sind mithin:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= a - \frac{(a - x')\,d}{y'}, \quad y_1 = d, \quad z_1 = \frac{z'\,d}{y'} \\ x_2 &= -a + \frac{(a + x')\,d}{y'}, \quad y_2 = d, \quad z_2 = \frac{z'\,d}{y'} \end{aligned}\right\}. \quad (1.)$$

Demnach hat man für die Distanz $pq = \delta'$ der beiden Durchschnittspunkte

$$\delta' = x_1 - x_2 = 2a - \frac{2a\,d}{y'} = \frac{2a\,(y' - d)}{y'}. \quad (2.)$$

Liegt der Punkt m in unendlicher Entfernung, so wird $\delta' = 2a$. Dies ist die grösste Distanz, in welcher sich zwei correspondente Punkte beider stereoscopischer Bilder befinden können.

Die Differenz Δ' der Grössen δ' und 2a, d. i.

$$\Delta' = 2a - \delta' = 2a + x_2 - x_1 = \frac{2a\,d}{y'} \quad (3.)$$

ist die stereoscopische Differenz.

Dieselbe wird, wie man sieht, um so grösser, je kleiner y' ist, d. h. je näher der Objectpunkt der Ebene des stereoscopischen Bildes sich befindet.

Für einen anderen Werth y'' der Ordinate von m wird die Distanz δ'' der correspondenten Punkte des stereoscopischen Bilds und die stereoscopische Differenz beziehungsweise:

$$\delta'' = \frac{2a\,(y'' - d)}{y''}, \quad \Delta'' = \frac{2\,a\,d}{y''},$$

und man hat

$$\delta'' - \delta' = 2\,a\,d\left(\frac{1}{y'} - \frac{1}{y''}\right) = \Delta' - \Delta''. \quad (4.)$$

Setzt man $\frac{\delta'' - \delta'}{2\,a\,d} = \frac{\Delta' - \Delta''}{2\,a\,d} = \frac{1}{f}$, so erhält die Gl. (4.) die Form

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{y'} - \frac{1}{y''}. \quad (4'.)$$

Ist $y'' - y' = v$ der kleinste noch wahrnehmbare Tiefenunterschied, so erhält man, wenn man die mittlere geometrische Perspective zwischen y' und y'' gleich m^2, oder $y'\,y'' = m^2$ setzt, aus Gl. 4'.):

$$v = \frac{m^2}{f}. \quad (5.)$$

Der kleinste noch wahrnehmbare Tiefenunterschied v zweier ungleich entfernter Punkte wächst demnach im Quadrat der mittleren geometrischen Entfernung m dieser Punkte. Die binoculare Unterscheidbarkeit der Tiefendistanzen nimmt mithin sowie die monoculare, (vgl. S. 185) im Quadrat der mittleren geometrischen Entfernung ab.

Nach Formel (4'.) ist f gleich der Brennweite einer Linse, welche einen Objectpunkt aus einer der Distanzen y', y'' in die andere versetzt.

Drückt man die Werthe der Coordinaten x', y', z' des Punktes m als Functionen der Coordinaten der Durchschnittspunkte p, q aus, so erhält man aus Gl. (1.)

$$x' = \frac{a\,(x_1 + x_2)}{2a + x_2 - x_1}, \quad y' = \frac{2\,a\,d}{2a + x_2 - x_1}, \quad z' = \frac{2\,a\,z_1}{2a + x_2 - x_1}, \quad (6.)$$

oder, vermöge Gl. (3.), wenn man das arithmetische Mittel von x_1 und x_2 mit r bezeichnet, d. i.

$$r = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

setzt:

$$x' = \frac{2\,a\,r}{\Delta'}, \quad y' = \frac{2\,a\,d}{\Delta'}, \quad z' = \frac{2\,a\,z_1}{\Delta'}. \quad (6'.)$$

Aus den beiden ersten dieser Gleichungen folgt:

$$\frac{x'}{y'} = \frac{r}{d}, \quad \text{oder} \quad y' = \frac{d}{r}\,x'.$$

Entfernt man mithin die Ebene der stereoscopischen Bilder von den Augen so, dass d wächst, während x' unverändert bleibt, so muss, da auch x sich nicht ändert, die Entfernung y', in welcher der Punkt m bei der stereoscopischen Verschmelzung der Bilder zu liegen scheint, grösser werden. Die Tiefendimension stereoscopisch gesehener Objecte wächst mithin in dem Verhältniss der Entfernung d der Bildebene von den Augen, d. h. ihr Relief wird um so tiefer.

Aus den Gleichungen (6'.) folgen die drei Verhältnisse:

$$\frac{x'}{y'} = \frac{x}{d}, \quad \frac{1}{y'} = \frac{\Delta'}{2ad}, \quad \frac{z'}{y'} = \frac{z_1}{d}. \quad (7.)$$

Hat man beide stereoscopischen Bilder separirt und rückt das rechte um die Grösse ε nach links und das linke um dieselbe Grösse nach rechts, so wird zufolge Gl. (3.).

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1'' &= 2a + (x_2 + \varepsilon) - (x_1 - \varepsilon) = \Delta' + 2\varepsilon, \\ x_1' &= \frac{x_1 + \varepsilon + x_2 - \varepsilon}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2} = x \end{aligned}\right\} \quad (8.)$$

und hiermit werden die Verhältnisse (7.), wenn d constant bleibt:

$$\frac{x_1''}{y_1''} = \frac{x}{d}, \quad \frac{1}{y_1''} = \frac{\Delta' + 2\varepsilon}{2ad} = \frac{1}{y'} + \frac{\varepsilon}{ad}, \quad \frac{z_1''}{y_1''} = \frac{z_1}{d}. \quad (9.)$$

Der Abstand x_1'' des nunmehrigen Orts (x_1'', y_1'', z_1'') des Punktes m von der Ebene der yz ist

$$x_1'' = \frac{x y_1''}{d}$$

und von der xy-Ebene:

$$z_1'' = \frac{z_1 y_1''}{d}.$$

Vergleicht man diese Werthe mit (7.), so sieht man, dass die beiden Abstände in dem Verhältnisse

$$\frac{y_1''}{y'} = \frac{\Delta'}{\Delta' + 2\varepsilon}$$

verkleinert sind. Setzt man

$$\frac{ad}{\varepsilon} = \eta, \quad (10.)$$

so ergibt sich aus der mittleren d. Gl. (9.):

$$\frac{1}{y_1''} = \frac{1}{y'} + \frac{1}{\eta}. \quad (11.)$$

Je grösser mithin ε genommen wird, d. h. je mehr man die beiden stereoscopischen Bilder einander nähert, um so kleiner wird η und um so kleiner mithin auch y_1'', d. h. um so mehr wird das Relief vermindert.

Die Relation (11.) ist die nämliche, welche zwischen der wirklichen Entfernung y' eines Objectpunkts und der scheinbaren y_1 seines stereoscopischen Bildes für eine Concavlinse von der Brennweite η besteht.

Substituirt man die Werthe (7.) für x und z_1 in die Gleichungen (9.), so erhält man zwischen den Coordinaten (x', y', z') des Objectpunktes m und den Coordinaten (x_1'', y_1'', z_1'') des entsprechenden Punktes des stereoscopisch gesehenen Bildes, welches durch die binoculare Verschmelzung der beiden Stereoscopenbilder entsteht, deren correspondente Punkte einander um 2ε näher liegen als die mittleren Knotenpunkte der beiden Augen, die Relationen:

$$\frac{x_1''}{y_1''} = \frac{x'}{y'}, \quad \frac{1}{y_1''} = \frac{1}{y'} + \frac{1}{\eta}, \quad \frac{z_1''}{y_1''} = \frac{z'}{y'} \quad \text{und} \quad \frac{y_1''}{y'} = \frac{\eta - y_1''}{\eta}. \quad (12.)$$

Da zwei einander so genäherte stereoscopische Bilder denselben Eindruck machen, wie ein Reliefbild, so kann man auch die Theorie der Reliefbilder aus der Theorie der Stereoscopenbilder ableiten.

Wenn die Gleichung

$$Ax' + By' + Cz' + D = 0 \quad (13.)$$

eine beliebige Ebene des Gesichtsfelds ausdrückt, so ist, wenn man die aus (12.) für x', y', z' folgenden Werthe substituirt, die Gleichung der entsprechenden Ebene des von den beiden Stereoscopenbildern bei binocularer Verschmelzung dargestellten Reliefbilds:

$$Ax_1'' + By_1'' + Cz_1'' + D\frac{y_1''}{y'} = 0,$$

oder

$$Ax_1'' + \left(B - \frac{D}{\eta}\right) y_1'' + Cz_1'' + D = 0 \quad (14.)$$

(wo nunmehr x', y', z' x_1'', y_1'', z_1'' die allgemeinen oder laufenden auf ein und dasselbe Axensystem bezogenen Coordinaten der Original-, resp. Bildebene bedeuten).

Ist die Ebene (13.) des Originals mit der xz-Ebene parallel, so sind A u. C gleich Null und die entsprechende Ebene des Reliefbilds ist gleichfalls mit genannter Ebene parallel.

Die Ebene (14.) des Reliefbilds geht für

$$y_1'' = \eta \quad (15.)$$

über in:

$$Ax_1'' + Cz_1'' + B\eta = 0. \quad (16.)$$

Legt man D beliebige successive Werthe bei, so drückt die Gl. (13.) eine Schaar unter sich paralleler Ebenen aus, und die Gl. (14.) gibt für diese Werthe von D die Lagen der entsprechenden Bildebenen. Da die durch das Gleichungssystem (14.) und (15.) oder durch

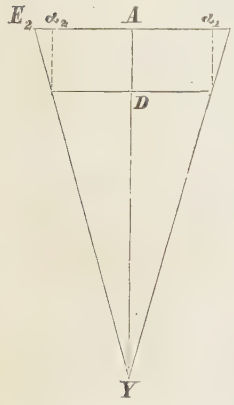
$$\{ y_1'' = \eta, \quad Ax_1'' + By_1'' + Cz_1'' = 0 \} \quad (17.)$$

ausgedrückte Gerade diesen letzteren Ebenen (14.) gemeinschaftlich angehört, so folgt, dass die einer Schaar paralleler Ebenen entsprechenden Ebenen des Relief-

bilds sich sämmtlich in einer und derselben, in der Ebene (15.), welche die *Hauptebene* genannt wird, gelegenen Geraden (17.) schneiden. Diese gemeinschaftliche Durchschnittslinie (17.) ist die *Fluchtlinie* und liegt mithin immer in der Hauptebene. Analytisch wird die Fluchtlinie durch das System der Gl. (15.) u. (16.) ausgedrückt.

Aus Gl.-System (17.) folgt, dass sie der Durchschnitt der Hauptebene mit derjenigen aus der Schaar paralleler Ebenen ist, welche durch den Anfangspunkt der Coordinaten, d. i. durch den Gesichtspunkt geht.

Fig. 105.



Entspricht das Reliefbild der binocularen Verschmelzung zweier Stereoscopenbilder, welche beiderseits (Fig. 105) um $E_1\alpha_1 = E_2\alpha_2 = \varepsilon$ nach Innen gerückt sind, so hat man die Proportion:

$$E_1\alpha_1 : E_1A = AD : AY',$$

mithin, wenn $AE_1 = AE_2 = a$ und $AD = d$ ist:

$$AY' = \eta = \frac{a\,d}{\varepsilon},$$

woraus sich die geometrische Bedeutung der Gl. (10.) ergibt.

Die Entfernung η der Hauptebene von der Ebene der xz ist diejenige Entfernung, in welcher die Punkte des Reliefbilds liegen müssen, die einem unendlich entfernten Punkte des Originals entsprechen. Der Werth von η drückt zugleich zufolge der Gl. (11.), die Brennweite einer Convexlinse aus, welche beim Hindurchsehen die einzelnen Punkte des Reliefbilds in die Entfernung der entsprechenden Objectpunkte hinausrückt. Ist z. B. $\eta = 30''$, so hat man:

$$y_1'' = 30'',\ y' = \infty; \quad y_1'' = 15'',\ y' = 30''; \quad y_1'' = 0,\ y_1' = 0.$$

Nach Obigem construirt man die einer Schaar paralleler Ebenen des Originals entsprechende Fluchtlinie, indem man eine mit ihnen parallele Ebene durch den Gesichtspunkt legt und ihren Durchschnitt mit der Hauptebene, welcher die Fluchtlinie ist, bestimmt.

Da man durch Verbindung der Gl. (13.) u. (14.) die Gl.

$$y_1'' = 0$$

erhält, so folgt, dass sich immer eine der parallelen Ebenen des Originals und die entsprechende des Reliefbilds in der xz-Ebene schneiden.

Die einer beliebigen Ebene E des Gesichtsfelds entsprechende Ebene des Reliefbilds wird demnach construirt, indem man durch den Durchschnitt von E mit der Ebene der xz und durch die zugehörige Fluchtlinie eine Ebene legt.

Betrachtet man irgend eine gerade Linie des Originals als den Durchschnitt zweier Ebenen desselben, so hat man das Gleichungssystem:

$$\left.\begin{array}{l} Ax' + By' + Cz' + D = 0, \quad A'x' + B'y' + C'z' + D' = 0 \end{array}\right\} \quad (18.)$$

und für das Gleichungssystem ihres Bildes:

$$\left\{Ax_1'' + \left(B - \frac{D}{\eta}\right) y_1'' + Cz_1'' + D = 0,\ A'x_1'' + \left(B' - \frac{D'}{\eta}\right) y_1'' + C'z_1'' + D' = 0.\right\} \quad (19.)$$

Das Gleichungssystem einer mit der Geraden (18.) parallelen Geraden des Originals ist:

$$\{Ax' + By' + Cz' + \Theta = 0,\quad A'x' + B'y' + C'z' + \Theta' = 0\} \quad (20.)$$

und die seines Bilds:

$$\left\{Ax_1'' + \left(B - \frac{\Theta}{\eta}\right) y_1'' + Cz'' + \Theta = 0,\ A'x_1'' + \left(B' - \frac{\Theta'}{\eta}\right) y_1'' + C'z_1'' + \Theta' = 0\right\}. \quad (21.)$$

Verbindet man die Gleichungssysteme (19.) u. (21.) mit einander, so muss das gemeinsame System, falls die Geraden sich schneiden, den Durchschnittspunkt repräsentiren. Den genannten beiden Gleichungen wird genügt durch

$$y_1'' = \eta,\quad Ax_1'' + Cz_1'' + B\eta = 0,\quad A'x_1'' + C'z_1'' + B'\eta = 0. \quad (22.)$$

Die erste dieser Gleichungen ist die Hauptebene, das System der beiden andern drückt eine auf der xz-Ebene senkrecht stehende Gerade aus. Der Durchschnittspunkt aller einer Schaar paralleler Linien des Gesichtsfelds entsprechender Geraden des Reliefbilds ist mithin der Durchschnittspunkt dieser auf der xz-Ebene senkrechten Geraden:

$$\{Ax_1'' + Cz_1'' + B\eta = 0,\quad A'x_1'' + C'z_1'' + B'\eta = 0\}$$

mit der Hauptebene.

Dieser Punkt ist der *Fluchtpunkt.*

Nimmt man jede der drei Coordinaten des Originals zu $\frac{1}{n}$ ihrer natürlichen Grösse, so dass

$$x' = nx',\quad y' = ny',\quad z' = nz'$$

wird, so hat man zufolge Gl. (12.):

$$\frac{x''}{y''} = \frac{x'}{y'},\quad \frac{1}{y''} = \frac{1}{ny'} + \frac{1}{\eta},\quad \frac{z''}{y''} = \frac{z'}{y'}, \quad (23.)$$

und wenn irgend eine Ebene des Originals durch die Gleichung:

$$Ax' + By' + Cz' + D = 0 \quad (24.)$$

ausgedrückt wird, so ist die ihres Bilds, vermöge Gl. (23.):

$$Ax'' + \left(B - \frac{Dn}{\eta}\right) y'' + Cz'' + Dn = 0. \quad (25.)$$

Verbindet man die Gleichungen (24.) u. (25.) mit einander, so erhält man

$$D = Dn - \frac{Dny}{\eta},\quad \text{oder}\quad y = \frac{n-1}{n}\eta. \quad (26.)$$

Für $D = 0$ werden die beiden Ebenen (24.) u. (25.) identisch und gehen durch den Gesichtspunkt ($x = 0$, $y = 0$, $z = 0$).

Ist n eine ganze Zahl, so liegt die Ebene (26.), welche die Bedeutung der Hauptebene hat, vor dem Gesichtspunkte und das Reliefbild stellt das ver-

kleinerte Original vor, ist dagegen n ein echter Bruch, so liegt sie hinter dem Gesichtspunkte und das Reliefbild stellt das vergrösserte Original vor.

Wird $\varepsilon = a$, so fallen beide Stereoscopenbilder auf einander, und es wird in diesem Falle vermöge Gl. (10.) $\gamma =$ d. d. h. die Hauptebene fällt mit der Bildebene zusammen und das stereosc. Bilderpaar wird zur *perspectivischen Zeichnung*.

Die zur Construction der Reliefbilder aus vorstehender Analyse abgeleiteten Sätze müssen auch für die perspectivische Zeichnung gelten, wenn man die Bildebene als Hauptebene annimmt.

Zusätze zum zweiten Abschnitt.

I. Zu Seite 173.

Empfindung des Helligkeitsunterschieds. Für den Unterschied ΔE der Lichtempfindung, welcher sich bemerkbar macht, wenn ein heller Körper aus der Entfernung A in die Entfernung B versetzt wird, hat man nahezu die Formel:

$$\Delta E = 240 \left(\frac{A - B}{A}\right).$$

Die Grösse $\frac{A - B}{A}$ bedeutet die Annäherung, wird sie negativ die Entfernung des Körpers von seinem ersten Standorte, in welchem seine Distanz vom Auge = A war.

Da sich die Erde vom Aphelium zum Perihelium der Sonne um ca. $\frac{1}{312}$ nähert, so hat man z. B. für den dadurch bewirkten Unterschied der Lichtempfindung $\Delta E = \frac{240}{312}$.

Dieser Werth ist beträchtlich kleiner als 1, besagte Annäherung liegt mithin unter der Grenze der Wahrnehmbarkeit. Deshalb ist der Glanz und die beleuchtende Wirkung der Sonne für uns im Sommer und Winter gleich. Wäre $\Delta E > 1$, so würde die leuchtende Wirkung der Sonne im Winter für uns grösser und für die Bewohner der südlichen Erdhälfte, welche zur Zeit des Apheliums Winter haben, kleiner sein.

II. Zu Seite 180.

Contrastwirkung. In Pflüger's Archiv III. S. 13 macht Hermann auf ein interessantes Contrastphänomen aufmerksam. Bei Betrachtung der die Chladni'schen Klangfiguren darstellenden Tafel in „Tyndall, der Schall" herausgeg. von Helmholtz u. Wiedemann (S. 169), welche in regelmässiger Anordnung schwarze quadratische Felder (deren jedes eine feinweiss-linige Klangfigur zeigt), deren frei gebliebene weisse Zwischenräume ein regelmässiges Streifengitter bilden, sieht man sofort in jedem Kreuzungspunkte

dieses Gitters einen dunklen verwaschenen Fleck. Fixirt man einen einzelnen der Kreuzungspunkte scharf, so erscheint er so weiss wie seine Nachbarschaft. Nach H. ist die Erklärung dieser Erscheinung durch simultanen Contrast leicht.

„Die scheinbare Helligkeit eines jeden Punkts des weissen Gitters ist abhängig von der Menge Schwarz, welche sich in einem gewissen Umkreise befindet. Nimmt man den Durchmesser dieses Umkreises grösser als die Breite der weissen Streifen, so hat jeder Punkt der Kreuzungsstellen in seinem Umkreise weniger Schwarz, als jeder andere der weissen Streifen, er wird also weniger als diese durch Contrast erhellt, muss also dunkler erscheinen. Dass ferner in fixirten Kreuzungsstellen die Verdunklung ausbleibt, erklärt sich mittelst der Annahme, dass für Gegenstände, die sich auf der Netzhautmitte abbilden, der Umkreis innerhalb dessen sich der simultane Contrast geltend macht, kleiner ist als für andere."

Nachträgliche Zusätze zum ersten Abschnitte.

I. Zu Seite 12.

Länge der Augenaxe bei Ametropen. Nach dem S. 12 Gesagten ist die Länge des hinteren Theils der Augenaxe, vom hinteren Knotenpunkte bis zur Retina, beim Emmetropen gleich der vorderen Brennweite.

Da man nun nach Donders annehmen darf, dass das Doppelobjectiv des Auges des Ametropen im Allgemeinen nicht von dem des Emmetropen verschieden ist, so kann bei letzterem auch nur der erwähnte hintere Theil der Augenaxe beträchtlich von der Norm abweichen.

Man kann somit auch den dem schematischen normalen Auge entsprechenden Werth der Länge der Augenaxe eines Ametropen aus der möglichst genau bestimmten Distanz des Fernepunkts des betreffenden Auges ableiten.

Sind nämlich F_1, F_2 die conjugirten Brennweiten des ametropischen Auges, wenn es für seine Fernegrenze accommodirt ist, und sind φ_1, φ_2 die zugehörigen (vordern und hintern) Vereinigungsweiten, so hat man nach S. 15:

$$\frac{F_1}{\varphi_1} = \frac{F_2}{\varphi_2} = 1, \quad \text{oder} \quad \varphi_2 = \frac{F_2 \varphi_1}{\varphi_1 - F_1}. \quad \text{(a.)}$$

Man braucht also nur den Werth von φ_1 möglichst genau zu bestimmen und für F_1, F_2 die schematischen Werthe (nach Helmholtz, s. S. 52), nämlich

$$F_1 = 14{,}858, \quad F_2 = 19{,}875$$

zu setzen, um die Länge der Augenaxe vom zweiten Hauptpunkte an bis zur Retina (und somit auch die ganze Länge) unter der Voraussetzung zu finden, dass die Brennweite des Doppelobjectivs des betreffenden Auges nicht erheblich von der Norm abweicht.

Bei der Bestimmung von φ_1 muss, weil die Drehung des Bulbus nach Innen einen gewissen Accommodationsaufwand zur Folge hat, die Blicklinie parallel mit der Medianebene gerichtet sein.

Bei den Fernsichtigen ist zur Bestimmung des Fernepunkts die Benutzung convexer Gläser nicht zu umgehen.

Wäre z. B. bei einem myopischen Auge $\varphi_1 = 6'' = 162{,}42^{mm}$, so erhielt man $\varphi_2 = 21{,}876$ als den dem schematischen Auge entsprechenden Werth der Länge der Augenaxe, vom zweiten Hauptpunkte bis zur Retina gemessen.

Sieht ein hypermetropisches Auge mit einer in $^1/_2$ Zoll vom Auge gehaltenen Convexlinse von 12″ Brennweite unendlich entfernte Gegenstände ohne Accommodationsaufwand deutlich, so hat man $\varphi_1 = -11{,}5 \times 27{,}07 = -311{,}305^{mm}$. Hiermit erhält man $\varphi_2 = 18{,}969^{mm}$.

Sieht ein solches Auge unter gleichen Umständen mittelst einer Convexlinse von $6^1/_2$ Zoll Brennweite in unendliche Entfernung deutlich, so ist $\varphi_1 = -162{,}42^{mm}$ und man erhält $\varphi_2 = 18{,}209^{mm}$.

Während mithin die vom zweiten Hauptpunkte aus gemessene Länge der Augenaxe eines hypometropischen (myopischen) Auges, dessen Fernepunkt in $+6''$ liegt, die des emmetropischen um $2{,}001^{mm}$ übertrifft, ist sie beim hypermetropischen Auge, dessen Fernepunkt in $-6''$ Zoll sich befindet, um $1{,}666^{mm}$ zu klein.

Man ersieht daraus, dass bei gleichen Graden der Hypometropie und Hypermetrie die Abweichung des hypometropischen Auges von der Norm grösser ist als die des hypermetropischen*).

Da trotzdem Fälle von höheren Graden der Hypermetropie seltener als solche der Myopie sind, so scheint dies darauf hinzudeuten, dass letztere Anomalie durch den so häufig vorkommenden unzweckmässigen Gebrauch der Augen beim Sehen in die Nähe begünstigt wird.

II. Zu Seite 43.

Accommodation. Dobrowlsky fand bei Myopie, wo die Accommodation nie vollkommen entspannt wird, constant eine Hyperämie des Augenhintergrunds.

Dies stimmt mit unserer Darstellung der Mechanik der Accommodation überein, wornach bei der Accommodation für die Nähe ein Theil des in den Ciliarfortsätzen enthaltenen Bluts nach hinten gedrängt wird. (Es wäre in dieser Hinsicht von Interesse, wenn die Venen der Chorioidea rücksichtlich der Klappen näher untersucht würden).

(Von Hosch**) wird als Heilmittel gegen progressive Myopie Atropin gerühmt, um den tonischen Krampf des Accommodationsmuskels zu beseitigen.

---

*) Aus der Gl. (a.) findet man für die Differenz $\Delta\varphi_2$ der hinteren Vereinigungsweite, welche der Differenz $\Delta\varphi_1$ der vorderen Vereinigungsweite entspricht, die Formel:

$$\Delta\varphi_2 = -\frac{F_1 F_2 \Delta\varphi_1}{(\varphi_1 - F_1)(\varphi_1 + \Delta\varphi_1 - F_1)}. \quad (b.)$$

Dieselbe geht für $\Delta\varphi_1 = \infty$ über in:

$$\Delta\varphi_2 = -\frac{F_1 F_2}{\varphi_1 - F_1}. \quad (c.)$$

Nimmt man für F_1, F_2 die obigen schematischen Werthe, so erhält man für $\varphi_1 = +6$ $\Delta\varphi_2 = -2{,}001$ und für $\varphi_1 = -6$ $\Delta\varphi_2 = 1{,}666$, wie oben.

**) Ueber die therapeutische Wirkung des Atropin auf myopische Augen. Basel 1871.

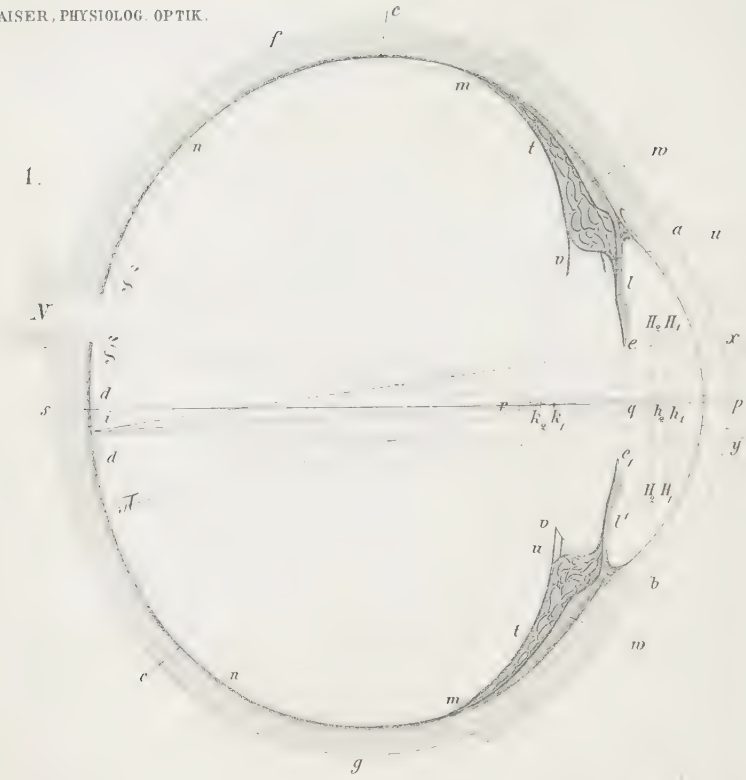
Als rationellstes Mittel erscheint jedoch, den von uns vorgetragenen Principien nach, das frühzeitige Tragen von Brillen, welche den kurzsichtigen Augen eine mittlere normale Sehweite verleihen. Wird eine solche Brille beständig getragen, so werden beide Augen beim Sehen in die Ferne eine parallele Stellung annehmen, und beim Sehen in die Nähe nur diejenige convergente, welche auch normale Augen dabei annehmen müssen. Hierdurch wird die S. 242 angeführte wichtigste Ursache der progressiven Myopie beseitigt.)

Berichtigungen.

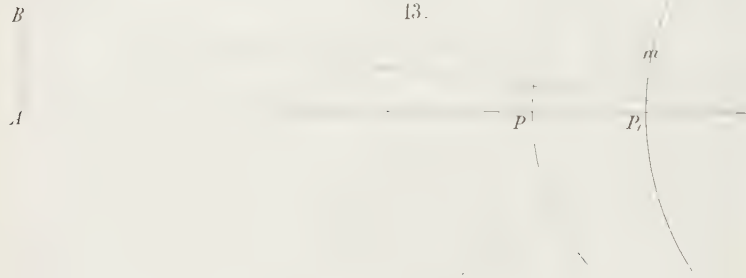
(Werden vor dem Durchgehen des Buches vorzunehmen gebeten.)

S. 5 Z. 18 v. o. hinter »Handbücher« ist zu setzen »(Mikrosc. Anat. d. Retina s. S. 144)«.
» 20 » 15 v. u. statt »m« i. z. setzen »n_1«.
» 37 » 14 v. u. statt »$\frac{f_2 \varepsilon}{f_1 + \varepsilon}$« i. z. setzen »$\frac{f_2 \varepsilon}{f_1 - \varepsilon}$«.
» 86 » 8 v. u. statt »S. 19« i. z. setzen »S. 15«.
» 100 » 5 v. u. statt »convexen« i. z. setzen »concaven«.
» 105 » 15 v. o. statt »Correctivmittel« i. z. setzen »Curativmittel«.
» 121 » 1 v. o. »Denn« i. z. streichen.
» 126 » 16 v. u. statt »und γ« i. z. setzen »und desto grösser γ«.
» 127 » 16 v. o. statt »14,798« i. z. setzen »14,858«.
» » » 17 v. o. statt »309,98« i. z. setzen »324,8«.
» » » 18 v. u. statt »Netzhautbildern« i. z. setzen »Bildern«.
» 128 » 2—3 v. o. »für Entfernungen . . . . liegen« ist zu streichen.
» » » 3 v. o. statt »die den Grössen« i. z. setzen »d. i.«.
» » » 5 v. o. statt »auf« i. z. setzen »vor oder hinter«.
» 135 » 18 v. o. statt »physischen« i. z. setzen »psychischen«.
» 141 In der letzten Columne des Täfelchens ist statt dem zweiten »Roth« z. setzen »Grenze zwischen Roth und Orange« und statt »Orange« i. z. setzen »Goldgelb«.
» 151 » 15 v. u. statt »Purkinji's« i. z. setzen »Purkinje's«.
» 158 » 12 v. o. statt »Durchschneidung der« i. z. setzen »Durchschneidung des«.
» 160 » 15 v. o. hinter »Distanz« i. s. setzen »der Mittelpunkte«.
» 167 » 23 v. o. statt »Wörnow« i. z. setzen »Woinow«.
» 168 » 15 v. u. statt »Bewegung des Objects« i. z. setzen »Mehrheit des Objects«.
» 173 » 13 v. o. statt »im einfachen umgekehrten Verhältniss der Entfernung« i. z. setzen »im Verhältnisse des Unterschieds der Entfernung vom Auge«.
» 174 » 13 v. o. »in einer Entfernung $e = 10^m$« i. z. streichen.
» 192 » 14 v. o. statt »$t_2' k_2$« i. z. setzen »$t_2' k_2'$«.
» 205 » 12 v. u. statt des ersten »AB« i. z. setzen »Ab«.
» 207 » 5 v. o. statt »Oa« i. z. setzen »Oo«.
» 256 » 11 v. o. statt »einen« i. z. setzen »einem«.
» 316 » 3 v. o. statt »äusseren« i. z. setzen »näheren«.
» 347 » 3 v. u. statt »ϱ_1« i. z. setzen »— ϱ_1«.
Fig. 22 (S. 61) statt des obersten und zweitobersten »n« i. z. setzen »u, m«.
» 46 (S. 205) statt »m« in der Verlängerung der Linie l' h' i. z. setzen »m'«.
» 90 (S. 300) statt »O_2« in der Verlängerung der Linie Fb i. z. setzen »O_1«.
95 (S. 323) an den rechten Endpunkt der Linie O_1T_1 ist »X'« zu setzen.
100 (S. 340) statt »D« zwischen E_1 u. E_2 i. z. setzen »D_1«.

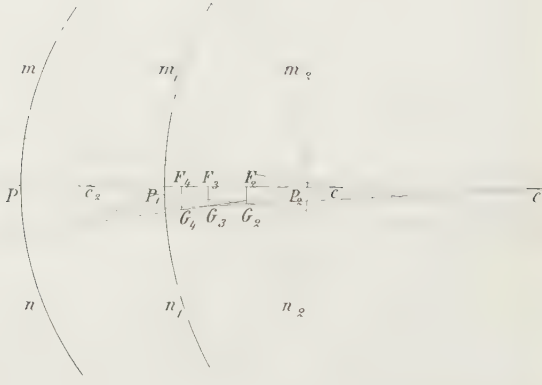
1.



13.

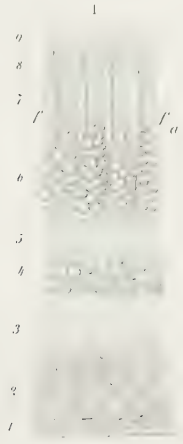


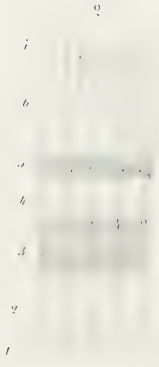
14.

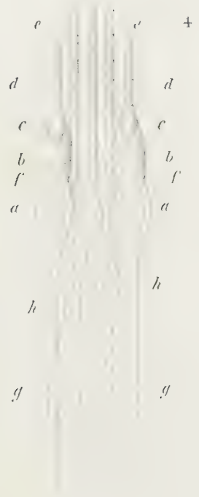


Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt

C. W. Kreidel's Verlag, Wiesbaden


1
a
8
7
f
f
a
6
5
4
3
2
1


2
7
6
5
4
3
2
1


e
e
4
d
d
c
c
b
b
f
f
a
a
h
h
g
g

5
8
7
6
5
4
3
2
1
f

3

28.C.72
Compendium der physiologischen 1872
Countway Library AWX8076
3 2044 045 259 850

28.C.72
Compendium der physiologischen 1872
Countway Library AWX8076
3 2044 045 259 850